Macroeconomía y Ciclos Económicos

EC3031 (CCM)

<u>CLASE 5</u>

1

Siete características de los ciclos económicos

(1) Los ciclos económicos no son cíclicos;
(2) Los ciclos económicos no son simétricos;
(3) Los ciclos económicos cambian en el tiempo;
(4) La 'Gran Depresión' y la Segunda Guerra Mundial dominan todas las otras recesiones y expansiones;
(5) Los componente s del PIB observan diferentes comportamientos a los del PIB por sí mismo;
(6) Los ciclos económicos se asocian con grandes cambios en el mercado laboral; y
(7) Los ciclos económicos tienen una mayor duración y son más frecuentes en países emergentes vs. economías avanzadas

Fuente: Knoop, Todd A. (2015). *Business cycle economics*. Santa Barbara, CA: Praeger, pp. 18-24.

2

2

Nuestra agenda de hoy

Bosquejo de los Modelos Dinámicos Estocásticos y de Equilibrio General

Repaso del modelo recursivo

Tarea

3

3

Nuestra agenda de hoy

Bosquejo de los Modelos Dinámicos Estocásticos y de Equilibrio General

Repaso del modelo recursivo

Tarea

4

4

Recuerdemos la 'Curva de Phillips'

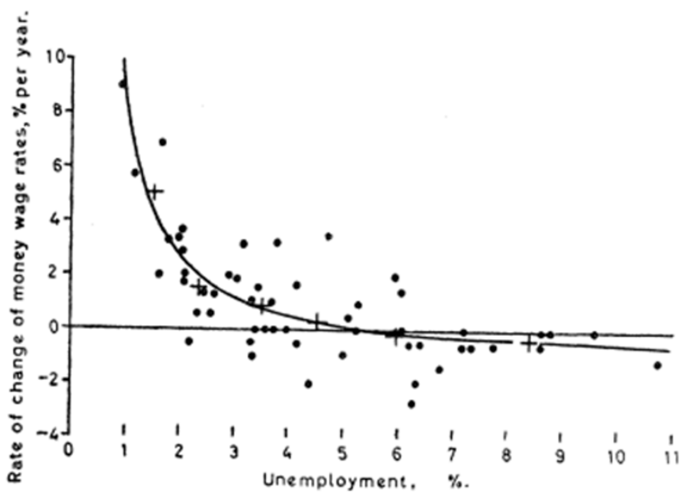


Fig.1. 1861 – 1913

Philips observó como una disminución de la tasa de desempleo estaba correlacionada con mayores incrementos de los sueldos

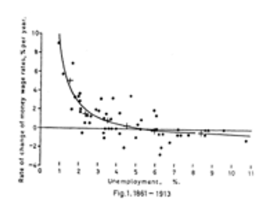
A esta relación se le llamó la 'Curva de Phillips'

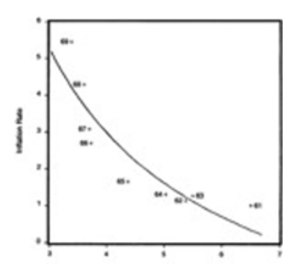
Fuente: Phillips (1958)

5

La 'Curva de Phillips'

- **La 'Curva de Phillips' ha transitado por una gran cantidad de cambios e interpretaciones**
- **Se ha utilizado para observar la relación entre:**
  - **La inflación y el desempleo (Samuelson y Solow, 1960). Aquí se le empezó a llamar 'Curva de Phillips modificada'**
  - **La inflación y la tasa de crecimiento del PIB**



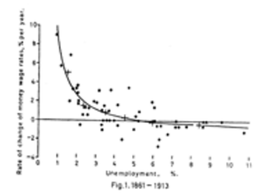


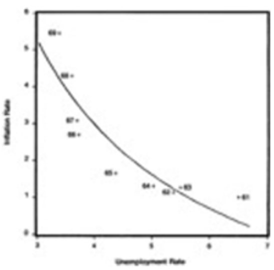
Samuelson, P. y R. Solow. "Analytical aspects of anti-inflation policy". *American Economic Review*, 50, 1960, pp. 177-94.

6

La ‘Curva de Phillips’

- La ’Curva de Phillips’ ha transitado por una gran cantidad de cambios e interpretaciones
- Se ha utilizado para observar la relación entre:
  - La inflación y el desempleo (Samuelson y Solow, 1960). Aquí se le empezó a llamar ‘Curva de Phillips modificada’
  - La inflación y la tasa de crecimiento del PIB
- Una gran cantidad de economistas Keynesianos pensaron que había una relación estable entre inflación y desempleo/crecimiento y que podían explotar esta relación permitiendo una tasa de inflación más alta, con tal de reducir el desempleo/incrementar el crecimiento económico
- Sin embargo, esta relación se rompió los setentas, sobre todo en los Estados Unidos, en donde llegó la ’Estanflación’





Samuelson, P. y R. Solow. “Analytical aspects of anti-inflation policy”. *American Economic Review*, 50, 1960, pp. 177-94.

7

La ‘Crítica de Lucas’

Modelo de ‘forma reducida’

$$y_t = \hat{\alpha} + \hat{\beta}\pi_t$$

En donde resulta que la acción de política monetaria (μ) se encuentra en $\hat{\alpha}$, un parámetro estimado que se supone que no va a variar en nuestro análisis

8

La 'Crítica de Lucas'

Modelo de 'forma reducida'

$$y_t = \hat{\alpha} + \hat{\beta}\pi_t$$

En donde resulta que la acción de política monetaria (μ) se encuentra en $\hat{\alpha}$, un parámetro estimado que se supone que no va a variar en nuestro análisis

Modelo 'estructural'

$$y_t = -b\mu + b\pi_t$$

Resulta que la acción de política monetaria, *i.e.* μ multiplicado por $-\, b$, en donde $b = \frac{1}{\gamma-1}\frac{\sigma^2_{p_i-p}}{\sigma^2_{p_i-p}+\sigma^2_p}$ es lo que realmente se está estimando en $\hat{\alpha}$.

Es decir, lo que no varía de $\hat{\alpha}$ es b, pero sí μ al hacer un análisis de política monetaria

9

La 'Crítica de Lucas'

Modelo de 'forma reducida'

$$y_t = \hat{\alpha} + \hat{\beta}\pi_t$$

En donde resulta que la acción de política monetaria (μ) se encuentra en $\hat{\alpha}$, un parámetro estimado que se supone que no va a variar en nuestro análisis

Modelo 'estructural'

$$y_t = -b\mu + b\pi_t$$

Resulta que la acción de política monetaria, *i.e.* μ multiplicado por $-\, b$, en donde $b = \frac{1}{\gamma-1}\frac{\sigma^2_{p_i-p}}{\sigma^2_{p_i-p}+\sigma^2_p}$ es lo que realmente se está estimando en $\hat{\alpha}$.

Es decir, lo que no varía de $\hat{\alpha}$ es b, pero sí μ al hacer un análisis de política monetaria

10

La 'Crítica de Lucas'

Modelo de 'forma reducida'

$$y_t = \hat{\alpha} + \hat{\beta}\pi_t$$

En donde resulta que la acción de política monetaria (μ) se encuentra en $\hat{\alpha}$, un parámetro estimado que se supone que no va a variar en nuestro análisis

Modelo 'estructural'

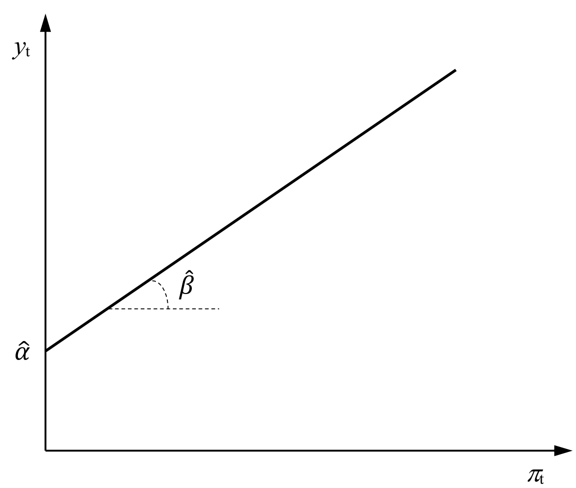
$$y_t = -b\mu + b\pi_t$$

Resulta que la acción de política monetaria, *i.e.* μ multiplicado por $-\ b$, en donde $b \equiv \frac{1}{\gamma-1}\frac{\sigma^2_{p_i-p}}{\sigma^2_{p_i-p}+\sigma^2_p}$ es lo que realmente se está estimando en $\hat{\alpha}$.

Es decir, lo que no varía de $\hat{\alpha}$ es b, pero sí μ al hacer un análisis de política monetaria

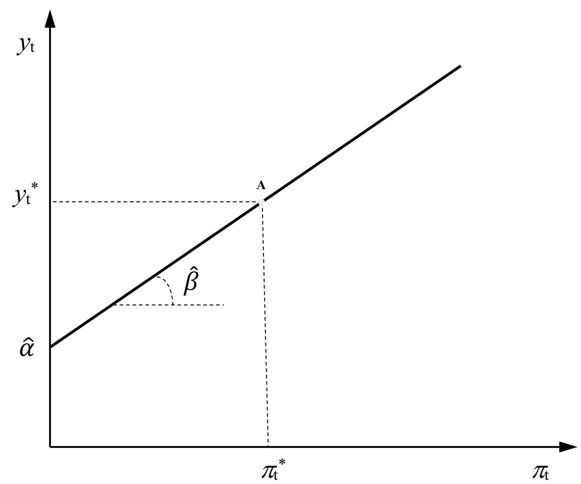
11

La 'Crítica de Lucas' - Gráficamente



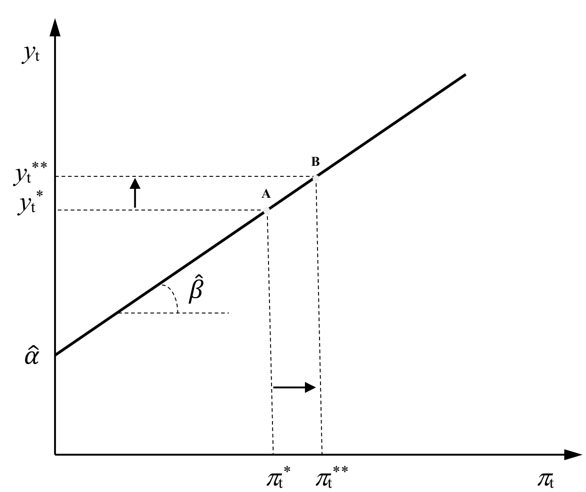
12

La 'Crítica de Lucas' - Gráficamente



13

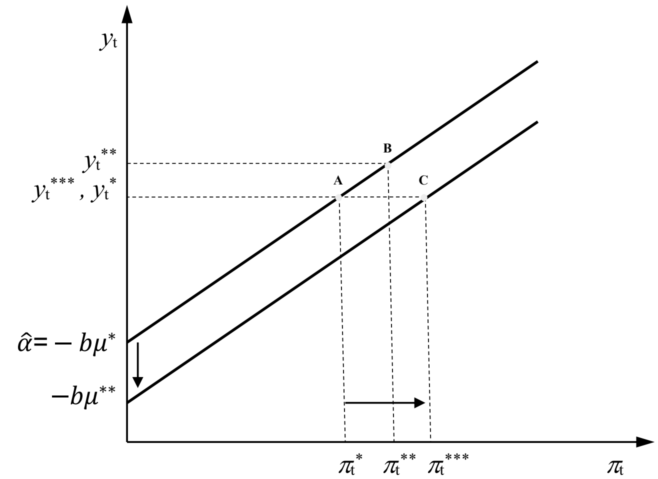
¿Qué pasa si analizamos una política monetaria expansiva (más μ) y permitir mayor inflación (π_t), con tal de lograr un mayor nivel de y_t?



Con este modelo de 'forma reducida', en donde $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son parámetros y no varían con la instrumentación de una política monetaria expansiva y tenga efecto positivo en la producción agregada, podríamos alcanzar el equilibrio y_t^{**}, π_t^{**}

14

¿Qué pasa si analizamos una política monetaria expansiva (más μ) y permitir mayor inflación (π_t), con tal de lograr un mayor nivel de y_t?

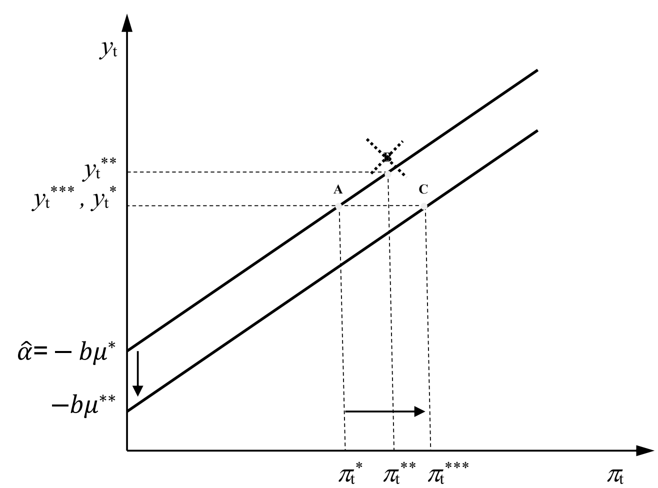


Sin embargo, resulta que como el incremento de la oferta monetaria μ se encuentra en el parámetro 'profundo' en donde $\hat{\alpha} = -b\mu$ resulta que la curva se mueve hacia abajo.

Así, se pudo haber incrementado más la inflación, pero sin resultado en alcanzar un mayor nivel de producción agregada

15

¿Qué pasa si analizamos una política monetaria expansiva (más μ) y permitir mayor inflación (π_t), con tal de lograr un mayor nivel de y_t?



Sin embargo, resulta que como el incremento de la oferta monetaria μ se encuentra en el parámetro 'profundo' en donde $\hat{\alpha} = -b\mu$ resulta que la curva se mueve hacia abajo.

Así, se pudo haber incrementado más la inflación, pero sin resultado en alcanzar un mayor nivel de producción agregada

16

La 'Crítica de Lucas'

- La idea de Lucas en esta crítica es que cuando uno lleva a cabo una acción de política económica tratando de aprovechar una relación estadística del pasado, es factible que por el simple hecho de llevar a cabo una acción de política económica, la relación estadística de largo plazo cambie

17

La 'Crítica de Lucas'

- La idea de Lucas en esta crítica es que cuando uno lleva a cabo una acción de política económica tratando de aprovechar una relación estadística del pasado, es factible que por el simple hecho de llevar a cabo una acción de política económica, la relación estadística de largo plazo cambie
- Así, Lucas propone el desarrollo de modelos macroeconómicos estructurales, es decir, que tengan micro-fundamentos para que se conozcan los parámetros 'profundos' y entonces se pueda tener una mejor idea de cuáles van a ser los efectos de un cambio de política económica en las variables relevantes

18

Recomendaciones de Lucas

- Desde un punto de vista teórico, Lucas recomienda:

  (1) Crear modelos estructurales con micro-fundamentos en donde las ecuaciones conductuales que describan la dinámica de la economía reflejen la interacción de agentes económicos optimizadores; y

19

Recomendaciones de Lucas

- Desde un punto de vista teórico, Lucas recomienda:

  (1) Crear modelos estructurales con micro-fundamentos en donde las ecuaciones conductuales que describan la dinámica de la economía reflejen la interacción de agentes económicos optimizadores; y

  (2) Modelar las acciones de política económica con cambios en los parámetros, en lugar de cambios en las variables

20

Lucas dio origen a los modelos DSGE

- Lucas marcó un profundo cisma en la macroeconomía tal que los avances se han dado en el marco de los Modelos Dinámicos Estocásticos y de Equilibrio General (o *DSGE*)

21

Lucas dio origen a los modelos DSGE

- Lucas marcó un profundo cisma en la macroeconomía tal que los avances se han dado en el marco de los Modelos Dinámicos Estocásticos y de Equilibrio General (o *DSGE*)
- **Dinámicos**: Deben de decirnos cuándo y cuánto van a durar los efectos de los choques o de las políticas instrumentadas;

22

Lucas dio origen a los modelos DSGE

- Lucas marcó un profundo cisma en la macroeconomía tal que los avances se han dado en el marco de los Modelos Dinámicos Estocásticos y de Equilibrio General (o *DSGE*)
- **Dinámicos**: Deben de decirnos cuándo y cuánto van a durar los efectos de los choques o de las políticas instrumentadas;
- **Estocásticos**: Deben asumir que los individuos actúan con base en expectativas sobre el futuro e incorporar choques que normalmente enfrentan los individuos y las empresas; y

23

Lucas dio origen a los modelos DSGE

- Lucas marcó un profundo cisma en la macroeconomía tal que los avances se han dado en el marco de los Modelos Dinámicos Estocásticos y de Equilibrio General (o *DSGE*)
- **Dinámicos**: Deben de decirnos cuándo y cuánto van a durar los efectos de los choques o de las políticas instrumentadas;
- **Estocásticos**: Deben asumir que los individuos actúan con base en expectativas sobre el futuro e incorporar choques que normalmente enfrentan los individuos y las empresas; y
- **Equilibrio General**: Deben de modelar la macroeconomía entera y cómo interactúan los diferentes agentes. Por eso es necesario especificar tanto las preferencias de los hogares y de las empresas, así como sus restricciones presupuestarias y de tecnología y recursos

24

Dos tipos de modelos DSGE

- En este sentido los modelos DGSE se bifurcaron en:
  1. **Modelos de Ciclos Económicos Reales** (*Real Business Cycles* o *RBC*): Los choques tecnológicos los que explican los ciclos económicos y desecharon la idea de que los movimientos de la demanda agregada tengan algún efecto real; y

25

Dos tipos de modelos DSGE

- En este sentido los modelos DGSE se bifurcaron en:
  1. **Modelos de Ciclos Económicos Reales** (*Real Business Cycles* o *RBC*): Los choques tecnológicos los que explican los ciclos económicos y desecharon la idea de que los movimientos de la demanda agregada tengan algún efecto real; y
  2. **Modelos Neo-Keynesianos** (NK): Fundamentados en los principios metodológicos de los *RBC*, pero reintroduciendo problemas de coordinación e imperfecciones, que hacen que la economía tenga impactos significativos causados por choques en la demanda agregada

26

Ejemplo de un modelo DSGE básico (RBC)

27

Ejemplo de un modelo DSGE básico (RBC)

Hogares

- Maximizan utilidad esperada

  Sujeta a:

  - Restricción presupuestal en términos de consumo, ahorro, salarios y tasa de interés
  - Función de acumulación de capital

28

Ejemplo de un modelo DSGE básico (RBC)

Hogares

- Maximizan utilidad esperada

  Sujeta a:

  - Restricción presupuestal en términos de consumo, ahorro, salarios y tasa de interés
  - Función de acumulación de capital

Empresas

- Maximizan retorno esperado

  Sujeto a:

  - Restricción de tecnología con choques de productividad

29

Ejemplo de un modelo DSGE básico (RBC)

Hogares

- Maximizan utilidad esperada

  Sujeta a:

  - Restricción presupuestal en términos de consumo, ahorro, salarios y tasa de interés
  - Función de acumulación de capital

Condiciones de Primer Orden:

- Modelan el comportamiento en torno a:
- Trabajar y dedicarle tiempo al ocio
- Consumir o ahorrar

Empresas

- Maximizan retorno esperado

  Sujeto a:

  - Restricción de tecnología con choques de productividad

30

Ejemplo de un modelo DSGE básico (RBC)

Hogares

- Maximizan utilidad esperada

  Sujeta a:

  - Restricción presupuestal en términos de consumo, ahorro, salarios y tasa de interés
  - Función de acumulación de capital

Condiciones de Primer Orden:

- Modelan el comportamiento en torno a:
- Trabajar y dedicarle tiempo al ocio
- Consumir o ahorrar

Empresas

- Maximizan retorno esperado

  Sujeto a:

  - Restricción de tecnología con choques de productividad

Condiciones de Primer Orden:

- Modelan el comportamiento de la producción y por lo tanto de demanda de factores de producción, con respecto a los precios relativos de los factores de producción

31

Ejemplo de un modelo DSGE básico (RBC)

Hogares

- Maximizan utilidad esperada

  Sujeta a:

  - Restricción presupuestal en términos de consumo, ahorro, salarios y tasa de interés
  - Función de acumulación de capital

Condiciones de Primer Orden:

- Modelan el comportamiento en torno a:
- Trabajar y dedicarle tiempo al ocio
- Consumir o ahorrar

Empresas

- Maximizan retorno esperado

  Sujeto a:

  - Restricción de tecnología con choques de productividad

Condiciones de Primer Orden:

- Modelan el comportamiento de la producción y por lo tanto de demanda de factores de producción, con respecto a los precios relativos de los factores de producción

Equilibrio General

- Quedan cinco elementos:

(1) Sistema de determinación de precios: Cuatro ecuaciones que describen el equilibrio entre hogares y empresas:

- Salario = f(consumo y ocio)
- Salario = f(Productividad laboral)
- Tasa de interés = f(consumo inter-temporal)
- Tasa de interés = f(Productividad del capital)

(2) Función de producción, función de acumulación de capital y ecuación de choque estocástico de productividad;

(3) Condición de factibilidad:

- Ingreso = Consumo + Inversión

(4) Valores iniciales de producción, consumo, inversión, capital y trabajo; y

(5) Parámetros de las funciones de utilidad y de producción, factor de descuento, tasa de depreciación del capital y del proceso estocástico de productividad

32

Ejemplo de un modelo DSGE básico (RBC)

Hogares

- Maximizan utilidad esperada

  Sujeta a:

  - Restricción presupuestal en términos de consumo, ahorro, salarios y tasa de interés
  - Función de acumulación de capital

Condiciones de Primer Orden:

- Modelan el comportamiento en torno a:
- Trabajar y dedicarle tiempo al ocio
- Consumir o ahorrar

Empresas

- Maximizan retorno esperado

  Sujeto a:

  - Restricción de tecnología con choques de productividad

Condiciones de Primer Orden:

- Modelan el comportamiento de la producción y por lo tanto de demanda de factores de producción, con respecto a los precios relativos de los factores de producción

Equilibrio General

- Quedan cinco elementos:

(1) Sistema de determinación de precios: Cuatro ecuaciones que describen el equilibrio entre hogares y empresas:
  - Salario = f(consumo y ocio)
  - Salario = f(Productividad laboral)
  - Tasa de interés = f(consumo inter-temporal)
  - Tasa de interés = f(Productividad del capital)

(2) Función de producción, función de acumulación de capital y ecuación de choque estocástico de productividad;

(3) Condición de factibilidad:
  - Ingreso = Consumo + Inversión

Ocho ecuaciones

(4) Valores iniciales de producción, consumo, inversión, capital y trabajo; y

(5) Parámetros de las funciones de utilidad y de producción, factor de descuento, tasa de depreciación del capital y del proceso estocástico de productividad

33

Ejemplo de un modelo DSGE básico (RBC)

Hogares

- Maximizan utilidad esperada

  Sujeta a:

  - Restricción presupuestal en términos de consumo, ahorro, salarios y tasa de interés
  - Función de acumulación de capital

Condiciones de Primer Orden:

- Modelan el comportamiento en torno a:
- Trabajar y dedicarle tiempo al ocio
- Consumir o ahorrar

Dinámico

Empresas

- Maximizan retorno esperado

  Sujeto a:

  - Restricción de tecnología con choques de productividad

Condiciones de Primer Orden:

- Modelan el comportamiento de la producción y por lo tanto de demanda de factores de producción, con respecto a los precios relativos de los factores de producción

Equilibrio General

- Quedan cinco elementos:

(1) Sistema de determinación de precios: Cuatro ecuaciones que describen el equilibrio entre hogares y empresas:
  - Salario = f(consumo y ocio)
  - Salario = f(Productividad laboral)
  - Tasa de interés = f(consumo inter-temporal)
  - Tasa de interés = f(Productividad del capital)

(2) Función de producción, función de acumulación de capital y ecuación de choque estocástico de productividad;

(3) Condición de factibilidad:
  - Ingreso = Consumo + Inversión

Ocho ecuaciones

(4) Valores iniciales de producción, consumo, inversión, capital y trabajo; y

(5) Parámetros de las funciones de utilidad y de producción, factor de descuento, tasa de depreciación del capital y del proceso estocástico de productividad

34

Ejemplo de un modelo DSGE básico (RBC)

Hogares

- Maximizan utilidad esperada

  Sujeta a:

  - Restricción presupuestal en términos de consumo, ahorro, salarios y tasa de interés
  - Función de acumulación de capital

Condiciones de Primer Orden:

- Modelan el comportamiento en torno a:
- Trabajar y dedicarle tiempo al ocio

  Dinámico
- Consumir o ahorrar

Empresas

- Maximizan retorno esperado

  Sujeto a:

  - Restricción de tecnología con choques de productividad **Estocástico**

Condiciones de Primer Orden:

- Modelan el comportamiento de la producción y por lo tanto de demanda de factores de producción, con respecto a los precios relativos de los factores de producción

Equilibrio General

- Quedan cinco elementos:

(1) Sistema de determinación de precios: Cuatro ecuaciones que describen el equilibrio entre hogares y empresas:
  - Salario = f(consumo y ocio)
  - Salario = f(Productividad laboral)
  - Tasa de interés = f(consumo inter-temporal)
  - Tasa de interés = f(Productividad del capital)

(2) Función de producción, función de acumulación de capital y ecuación de choque estocástico de productividad;

(3) Condición de factibilidad:
  - Ingreso = Consumo + Inversión

Ocho ecuaciones

(4) Valores iniciales de producción, consumo, inversión, capital y trabajo; y

(5) Parámetros de las funciones de utilidad y de producción, factor de descuento, tasa de depreciación del capital y del proceso estocástico de productividad

35

Ejemplo de un modelo DSGE básico (RBC)

Equilibrio General

Hogares

- Maximizan utilidad esperada

  Sujeta a:

  - Restricción presupuestal en términos de consumo, ahorro, salarios y tasa de interés
  - Función de acumulación de capital

Condiciones de Primer Orden:

- Modelan el comportamiento en torno a:
- Trabajar y dedicarle tiempo al ocio

  Dinámico
- Consumir o ahorrar

Empresas

- Maximizan retorno esperado

  Sujeto a:

  - Restricción de tecnología con choques de productividad **Estocástico**

Condiciones de Primer Orden:

- Modelan el comportamiento de la producción y por lo tanto de demanda de factores de producción, con respecto a los precios relativos de los factores de producción

Equilibrio General

- Quedan cinco elementos:

(1) Sistema de determinación de precios: Cuatro ecuaciones que describen el equilibrio entre hogares y empresas:
  - Salario = f(consumo y ocio)
  - Salario = f(Productividad laboral)
  - Tasa de interés = f(consumo inter-temporal)
  - Tasa de interés = f(Productividad del capital)

(2) Función de producción, función de acumulación de capital y ecuación de choque estocástico de productividad;

(3) Condición de factibilidad:
  - Ingreso = Consumo + Inversión

Ocho ecuaciones

(4) Valores iniciales de producción, consumo, inversión, capital y trabajo; y

(5) Parámetros de las funciones de utilidad y de producción, factor de descuento, tasa de depreciación del capital y del proceso estocástico de productividad

36

Ejemplo de un modelo DSGE básico (RBC)

Equilibrio General

Hogares

- Maximizan utilidad esperada

  Sujeta a:

  - Restricción presupuestal en términos de consumo, ahorro, salarios y tasa de interés
  - Función de acumulación de capital

Condiciones de Primer Orden:

- Modelan el comportamiento en torno a:
- Trabajar y dedicarle tiempo al ocio
- Consumir o ahorrar

Dinámico

Empresas

- Maximizan retorno esperado

  Sujeto a:

  - Restricción de tecnología con choques de productividad

Estocástico

Condiciones de Primer Orden:

- Modelan el comportamiento de la producción y por lo tanto de demanda de factores de producción, con respecto a los precios relativos de los factores de producción

Equilibrio General

- Quedan cinco elementos:

(1) Sistema de determinación de precios: Cuatro ecuaciones que describen el equilibrio entre hogares y empresas:
- Salario = f(consumo y ocio)
- Salario = f(Productividad laboral)
- Tasa de interés = f(consumo inter-temporal)
- Tasa de interés = f(Productividad del capital)

(2) Función de producción, función de acumulación de capital y ecuación de choque estocástico de productividad;

(3) Condición de factibilidad:
- Ingreso = Consumo + Inversión

(4) Valores iniciales de producción, consumo, inversión, capital y trabajo; y

(5) Parámetros de las funciones de utilidad y de producción, factor de descuento, tasa de depreciación del capital y del proceso estocástico de productividad

Ocho ecuaciones

Solución numérica

37

Ya resuelto, se pueden obtener funciones impulso-respuesta a un choque de productividad

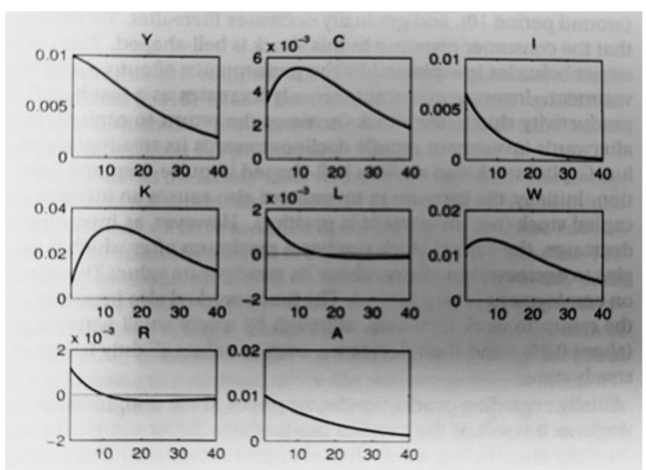


Figure 2.2: Impulse-response functions to a TFP shock

Fuente: **Torres, José A.** *Introduction to Dynamic Macroeconomic General Equilibrium Models.* 2nd ed., Wilmington, DE: Vernon Press, 2015, p. 50

38

…y para poder resolver estos modelos dinámicos, necesitamos…

…aprender ‘Programación Dinámica’

39

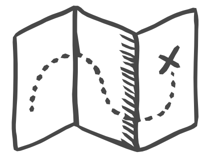
Nuestra agenda de hoy

- Bosquejo de los Modelos Dinámicos Estocásticos y de Equilibrio General
- Repaso del modelo recursivo
- Tarea

40

40

¿Cómo vamos a aprender DP?



	Número de periodos de tiempo	Determinístico / Estocástico	Método de solución
(1)	Tres	Determinístico	Lagrange
(2)	Tres	Determinístico	Función de política[1]
(3)	Tres	Determinístico	Programación Dinámica
(4)	Infinito	Determinístico	Programación Dinámica
(5)	Tres	Estocástico	Programación Dinámica
(6)	Infinito	Estocástico	Programación Dinámica

1. Realmente no es un método, sino una forma alternativa de expresar las soluciones óptimas, que ayuda a ilustrar la idea conceptual sobre la que descansa la programación dinámica.

41

41

Tres periodos, determinístico, con función de utilidad logarítmica

$$\max_{\{C_t\}_{t=1}^{3}\{A_t\}_{t=2}^{4}} \sum_{t=1}^{3} \beta^{t-1} \ln C_t$$

sujeto a:

$$A_{t+1} = (1 + r_t)\, A_t + w_t - C_t \text{ , para toda } t$$
$$A_4 \geq 0$$

42

42

Tres periodos, determinístico, con función de utilidad logarítmica

$$\max_{\{C_t\}_{t=1}^{3}\{A_t\}_{t=2}^{4}} \sum_{t=1}^{3} \beta^{t-1} \ln C_t$$

sujeto a:

$A_{t+1} = (1 + r_t)\, A_t + w_t - C_t$, para toda t

$$A_4 \geq 0$$

$$\mathcal{L} = \sum_{t=1}^{3} \beta^{t-1} \ln C_t + \sum_{t=1}^{3} \lambda_t [(1 + r_t)\, A_t + w_t - C_t - A_{t+1}]$$

43

43

Modelo determinístico de tres periodos – Método de Lagrange

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = \beta^0 \ln C_1 + \beta^1 \ln C_2 + \beta^2 \ln C_3 + \lambda_1[(1 + r_1)\, A_1 + w_1 - C_1 - A_2] +\\ \lambda_2[(1 + r_2)\, A_2 + w_2 - C_2 - A_3] +\\ \lambda_3[(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 - A_4]\end{aligned}$$

44

44

Modelo determinístico de tres periodos – Método de Lagrange

$$\mathcal{L} = \overset{1}{\cancel{\beta^0}} \ln C_1 + \beta^1 \ln C_2 + \beta^2 \ln C_3 + \lambda_1[(1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1 - A_2] + \lambda_2[(1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2 - A_3] + \lambda_3[(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4]$$

45

45

Modelo determinístico de tres periodos – Método de Lagrange

$$\mathcal{L} = \overset{1}{\cancel{\beta^0}} \ln C_1 + \overset{\beta}{\cancel{\beta^1}} \ln C_2 + \beta^2 \ln C_3 + \lambda_1[(1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1 - A_2] + \lambda_2[(1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2 - A_3] + \lambda_3[(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4]$$

46

46

Modelo determinístico de tres periodos – Método de Lagrange

$$\mathcal{L} = \overset{1}{\cancel{\beta^0}} \ln C_1 + \overset{\beta}{\cancel{\beta^1}} \ln C_2 + \beta^2 \ln C_3 + \lambda_1[(1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1 - A_2] + \lambda_2[(1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2 - A_3] + \lambda_3[(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4]$$

FOC (First-Order Conditions)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0$ $\qquad$ $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0$ $\qquad$ $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0$ $\qquad$ $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_4}$?

47

47

Modelo determinístico de tres periodos – Método de Lagrange

$$\mathcal{L} = \overset{1}{\cancel{\beta^0}} \ln C_1 + \overset{\beta}{\cancel{\beta^1}} \ln C_2 + \beta^2 \ln C_3 + \lambda_1[(1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1 - A_2] + \lambda_2[(1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2 - A_3] + \lambda_3[(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4]$$

FOC (First-Order Conditions)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$……………(1) $\qquad$ $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0$ $\qquad$ $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0$ $\qquad$ $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_4}$?

48

48

Modelo determinístico de tres periodos – Método de Lagrange

$$\mathcal{L} = \overset{1}{\cancel{\beta^0}} \ln C_1 + \overset{\beta}{\cancel{\beta^1}} \ln C_2 + \beta^2 \ln C_3 + \lambda_1[(1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1 - A_2] +$$
$$\lambda_2[(1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2 - A_3] +$$
$$\lambda_3[(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4]$$

FOC (First-Order Conditions)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$…………….(1) $\quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$…………….(2) $\quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_4}$?

49

49

Modelo determinístico de tres periodos – Método de Lagrange

$$\mathcal{L} = \overset{1}{\cancel{\beta^0}} \ln C_1 + \overset{\beta}{\cancel{\beta^1}} \ln C_2 + \beta^2 \ln C_3 + \lambda_1[(1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1 - A_2] +$$
$$\lambda_2[(1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2 - A_3] +$$
$$\lambda_3[(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4]$$

FOC (First-Order Conditions)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$…………….(1) $\quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$…………….(2) $\quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0$…………….(3) $\quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_4}$?

50

50

Modelo determinístico de tres periodos – Método de Lagrange

$$\mathcal{L} = \overset{1}{\cancel{\beta^0}} \ln C_1 + \overset{\beta}{\cancel{\beta^1}} \ln C_2 + \beta^2 \ln C_3 + \lambda_1[(1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1 - A_2] + \lambda_2[(1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2 - A_3] + \lambda_3[(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4]$$

FOC (First-Order Conditions)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$..............(1)　　$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_1 + \lambda_2(1+r_2) = 0$.......(4)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$..............(2)　　$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0$.............(3)　　$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_4}$?

51

51

Modelo determinístico de tres periodos – Método de Lagrange

$$\mathcal{L} = \overset{1}{\cancel{\beta^0}} \ln C_1 + \overset{\beta}{\cancel{\beta^1}} \ln C_2 + \beta^2 \ln C_3 + \lambda_1[(1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1 - A_2] + \lambda_2[(1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2 - A_3] + \lambda_3[(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4]$$

FOC (First-Order Conditions)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$..............(1)　　$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_1 + \lambda_2(1+r_2) = 0$.......(4)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$..............(2)　　$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_2 + \lambda_3(1+r_3) = 0$.......(5)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0$.............(3)　　$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_4}$?

52

52

Modelo determinístico de tres periodos – Método de Lagrange

$$\mathcal{L} = \overset{1}{\cancel{\beta^{0}}} \ln C_1 + \overset{\beta}{\cancel{\beta^{1}}} \ln C_2 + \beta^2 \ln C_3 + \lambda_1[(1 + r_1)\, A_1 + w_1 - C_1 - A_2] + \lambda_2[(1 + r_2)\, A_2 + w_2 - C_2 - A_3] + \lambda_3[(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 - A_4]$$

FOC (First-Order Conditions)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$……………(1)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$……………(2)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0$……………(3)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_1 + \lambda_2(1 + r_2) = 0$…….(4)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_2 + \lambda_3(1 + r_3) = 0$…….(5)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_4} \leq 0 \Leftrightarrow -\lambda_3 \leq 0$

53

53

Modelo determinístico de tres periodos – Método de Lagrange

$$\mathcal{L} = \overset{1}{\cancel{\beta^{0}}} \ln C_1 + \overset{\beta}{\cancel{\beta^{1}}} \ln C_2 + \beta^2 \ln C_3 + \lambda_1[(1 + r_1)\, A_1 + w_1 - C_1 - A_2] + \lambda_2[(1 + r_2)\, A_2 + w_2 - C_2 - A_3] + \lambda_3[(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 - A_4]$$

FOC (First-Order Conditions)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$……………(1)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$……………(2)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0$……………(3)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_1 + \lambda_2(1 + r_2) = 0$…….(4)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_2 + \lambda_3(1 + r_3) = 0$…….(5)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_4} \leq 0 \Leftrightarrow -\lambda_3 \leq 0; A_4 \geq 0$

54

54

Modelo determinístico de tres periodos – Método de Lagrange

$$\mathcal{L} = \cancelto{1}{\beta^0} \ln C_1 + \cancelto{\beta}{\beta^1} \ln C_2 + \beta^2 \ln C_3 + \lambda_1[(1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1 - A_2] + \lambda_2[(1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2 - A_3] + \lambda_3[(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4]$$

FOC (First-Order Conditions)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$……………(1)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$……………(2)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0$……………(3)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_1 + \lambda_2(1+r_2) = 0$…….(4)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_2 + \lambda_3(1+r_3) = 0$…….(5)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_4} \leq 0 \Leftrightarrow -\lambda_3 \leq 0;\ A_4 \geq 0;\ A_4 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_4} = 0$

55

55

Modelo determinístico de tres periodos – Método de Lagrange

$$\mathcal{L} = \cancelto{1}{\beta^0} \ln C_1 + \cancelto{\beta}{\beta^1} \ln C_2 + \beta^2 \ln C_3 + \lambda_1[(1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1 - A_2] + \lambda_2[(1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2 - A_3] + \lambda_3[(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4]$$

FOC (First-Order Conditions)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$……………(1)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$……………(2)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0$……………(3)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_1 + \lambda_2(1+r_2) = 0$…….(4)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_2 + \lambda_3(1+r_3) = 0$…….(5)

$\underbrace{\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_4} \leq 0 \Leftrightarrow -\lambda_3 \leq 0;\ A_4 \geq 0;\ A_4 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_4} = 0}_{\text{Condiciones de Kuhn-Tucker}}$

56

56

Condiciones de Karush-Kuhn-Tucker en la tercera restricción (expresión 6)

$$\mathcal{L} = \ln C_1 + \beta \ \ln C_2 + \beta^2 \ln C_3 + \lambda_1[(1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1 - A_2] + \lambda_2[(1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2 - A_3] + \lambda_3[(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4]$$

Restricción: $A_4 \geq 0$

Condiciones de Karush-Kuhn-Tucker:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_4} \leq 0; \qquad A_4 \geq 0; \qquad A_4 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_4} = 0 \qquad -\lambda_3 \leq 0; \qquad A_4 \geq 0; \qquad A_4(-\lambda_3) = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_3} \geq 0; \qquad \lambda_3 \geq 0; \qquad \lambda_3 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_3} = 0 \qquad (1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4 \geq 0; \quad \lambda_3 \geq 0; \quad \lambda_3[(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4] = 0$$

57

57

$-\lambda_3 \leq 0;$ $A_4 \geq 0;$ $A_4(-\lambda_3) = 0$

$(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4 \geq 0;$ $\lambda_3 \geq 0;$ $\lambda_3[(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4] = 0$

58

58

$$-\lambda_3 \leq 0; \qquad A_4 \geq 0;\ \ A_4(-\lambda_3) = 0$$
$$(1 + r_3)\ A_3 + w_3 - C_3 - A_4 \geq 0;\ \ \lambda_3 \geq 0;\ \ \lambda_3[(1 + r_3)\ A_3 + w_3 - C_3 - A_4] = 0$$

$$\lambda_3 \geq 0; \qquad A_4 \geq 0;\ A_4(-\lambda_3) = 0$$
$$(1 + r_3)\ A_3 + w_3 - C_3 \geq A_4; \qquad \lambda_3 \geq 0;\ \ \lambda_3[(1 + r_3)\ A_3 + w_3 - C_3 - A_4] = 0$$

59

59

$$-\lambda_3 \leq 0; \qquad A_4 \geq 0;\ \ A_4(-\lambda_3) = 0$$
$$(1 + r_3)\ A_3 + w_3 - C_3 - A_4 \geq 0;\ \ \lambda_3 \geq 0;\ \ \lambda_3[(1 + r_3)\ A_3 + w_3 - C_3 - A_4] = 0$$

$$\lambda_3 \geq 0; \qquad A_4 \geq 0;\ A_4(-\lambda_3) = 0$$
$$(1 + r_3)\ A_3 + w_3 - C_3 \geq A_4; \qquad \lambda_3 \geq 0;\ \ \lambda_3[(1 + r_3)\ A_3 + w_3 - C_3 - A_4] = 0$$

Si al final de su vida, el agente representativo deja activos sin consumir, *i.e.* $A_4 > 0$, entonces $\lambda_3 = 0$ para que se cumpla la condición $A_4(-\lambda_3) = 0$

60

60

$$-\lambda_3 \leq 0; \qquad A_4 \geq 0;\ \ A_4(-\lambda_3) = 0$$
$$(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 - A_4 \geq 0;\ \ \lambda_3 \geq 0;\ \ \lambda_3[(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 - A_4] = 0$$

$$\lambda_3 \geq 0; \qquad A_4 \geq 0;\ A_4(-\lambda_3) = 0$$
$$(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 \geq A_4; \qquad \lambda_3 \geq 0;\ \ \lambda_3[(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 - A_4] = 0$$

Si al final de su vida, el agente representativo deja activos sin consumir, *i.e.* $A_4 > 0$, entonces $\lambda_3 = 0$ para que se cumpla la condición $A_4(-\lambda_3) = 0$. Lambda (λ_3) se interpreta como cuánto puede incrementarse la utilidad del agente representativo ($\ln C_3$) si aumenta la restricción (*i.e.* A_4)

61

61

$$-\lambda_3 \leq 0; \qquad A_4 \geq 0;\ \ A_4(-\lambda_3) = 0$$
$$(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 - A_4 \geq 0;\ \ \lambda_3 \geq 0;\ \ \lambda_3[(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 - A_4] = 0$$

$$\lambda_3 \geq 0; \qquad A_4 \geq 0;\ A_4(-\lambda_3) = 0$$
$$(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 \geq A_4; \qquad \lambda_3 \geq 0;\ \ \lambda_3[(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 - A_4] = 0$$

Si al final de su vida, el agente representativo deja activos sin consumir, *i.e.* $A_4 > 0$, entonces $\lambda_3 = 0$ para que se cumpla la condición $A_4(-\lambda_3) = 0$. Lambda (λ_3) se interpreta como cuánto puede incrementarse la utilidad del agente representativo ($\ln C_3$) si aumenta la restricción (*i.e.* A_4), por lo que si $\lambda_3 = 0$, eso quiere decir que la utilidad del agente representativo no aumenta al dejar activos sin consumir al final de su vida

62

62

$$-\lambda_3 \leq 0; \qquad A_4 \geq 0; \; A_4(-\lambda_3) = 0$$
$$(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4 \geq 0; \; \lambda_3 \geq 0; \; \lambda_3[(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4] = 0$$

$$\lambda_3 \geq 0; \qquad A_4 \geq 0; \; A_4(-\lambda_3) = 0$$
$$(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 \geq A_4; \qquad \lambda_3 \geq 0; \; \lambda_3[(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4] = 0$$

Si al final de su vida, el agente representativo deja activos sin consumir, *i.e.* $A_4 > 0$, entonces $\lambda_3 = 0$ para que se cumpla la condición $A_4(-\lambda_3) = 0$. Lambda (λ_3) se interpreta como cuánto puede incrementarse la utilidad del agente representativo ($\ln C_3$) si aumenta la restricción (*i.e.* A_4), por lo que si $\lambda_3 = 0$, eso quiere decir que la utilidad del agente representativo no aumenta al dejar activos sin consumir al final de su vida. Desde esta perspectiva, es óptimo consumir todos los activos en vida, *i.e.* $A_4 = 0$

63

63

$$\mathcal{L} = \ln C_1 + \beta \ln C_2 + \beta^2 \ln C_3 + \lambda_1[(1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1 - A_2] + \lambda_2[(1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2 - A_3] + \lambda_3[(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4]$$

FOC (First-Order Conditions)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$……………(1) $\quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_1 + \lambda_2(1+r_2) = 0$…….(4)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$……………(2) $\quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_2 + \lambda_3(1+r_3) = 0$…….(5)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0$……………(3) $\quad A_4 = 0$……………………………………………….(6)

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} = 0; \; \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} = 0; \; \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_3} = 0$$

64

64

$$\mathcal{L} = \ln C_1 + \beta \ln C_2 + \beta^2 \ln C_3 + \lambda_1[(1 + r_1)\, A_1 + w_1 - C_1 - A_2] + \lambda_2[(1 + r_2)\, A_2 + w_2 - C_2 - A_3] + \lambda_3[(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 - A_4]$$

FOC (First-Order Conditions) .

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$……………(1)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$……………(2)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0$……………(3)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_1 + \lambda_2(1 + r_2) = 0$…….(4)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_2 + \lambda_3(1 + r_3) = 0$…….(5)

$A_4 = 0$……………………………………………….(6)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} = 0 \Leftrightarrow (1 + r_1)\, A_1 + w_1 - C_1 - A_2 = 0$……………………………………………….(7)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} = 0 \Leftrightarrow (1 + r_2)\, A_2 + w_2 - C_2 - A_3 = 0$……………………………………………….(8)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_3} = 0 \Leftrightarrow (1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 = 0$……………………………………………….(9)

65

65

El objetivo aquí es que encontremos $C_1^*, C_2^*, C_3^*, A_2^*$ y A_3^* (A_1 es un parámetro y $A_4^* = 0$) en términos de los parámetros (*i.e.* $r_1, r_2, r_3, w_1, w_2, w_3$ y claramente β)

66

66

El objetivo aquí es que encontremos $C_1^*, C_2^*, C_3^*, A_2^*$ y A_3^* $(A_1$ es un parámetro y $A_4^* = 0)$ en términos de los parámetros (*i.e.* $r_1, r_2, r_3, w_1, w_2, w_3$ y claramente $\beta)$

Para para lograrlo, vamos a hacerlo en dos pasos:

67

67

El objetivo aquí es que encontremos $C_1^*, C_2^*, C_3^*, A_2^*$ y A_3^* $(A_1$ es un parámetro y $A_4^* = 0)$ en términos de los parámetros (*i.e.* $r_1, r_2, r_3, w_1, w_2, w_3$ y claramente $\beta)$

Para para lograrlo, vamos a hacerlo en dos pasos:

(1) Eliminar las lambdas utilizando las primeras seis condiciones de primer orden (1-6); y en lugar de utilizar las condiciones de primer orden asociadas a las restricciones (7, 8 y 9), vamos a…

68

68

El objetivo aquí es que encontremos $C_1^*, C_2^*, C_3^*, A_2^*$ y A_3^* (A_1 es un parámetro y $A_4^* = 0$) en términos de los parámetros (*i.e.* $r_1, r_2, r_3, w_1, w_2, w_3$ y claramente β)

Para para lograrlo, vamos a hacerlo en dos pasos:

(1) Eliminar las lambdas utilizando las primeras seis condiciones de primer orden (1-6); y en lugar de utilizar las condiciones de primer orden asociadas a las restricciones (7, 8 y 9), vamos a…

(2) Utilizar la restricción presupuestaria consolidada de 'toda la vida' del agente representativo (paso 'nuevo')

69

69

Paso 1: Eliminar las lambdas

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$……………(1)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$…………..(2)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0$…………..(3)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_1 + \lambda_2(1 + r_2) = 0$…….(4)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_2 + \lambda_3(1 + r_3) = 0$…….(5)

$A_4 = 0$……………………………………………….(6)

70

70

Paso 1: Eliminar las lambdas

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$……………(1)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$……………(2)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0$……………(3)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_1 + \lambda_2(1 + r_2) = 0$…….(4)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_2 + \lambda_3(1 + r_3) = 0$…….(5)

$A_4 = 0$…………………………………………………(6)

Despejamos $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ de (1), (2) y (3)

71

71

Paso 1: Eliminar las lambdas

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$……………(1)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$……………(2)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0$……………(3)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_1 + \lambda_2(1 + r_2) = 0$…….(4)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_2 + \lambda_3(1 + r_3) = 0$…….(5)

$A_4 = 0$…………………………………………………(6)

Despejamos $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ de (1), (2) y (3)

$\frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0 \Leftrightarrow \lambda_1 = \frac{1}{C_1}$…………………(1b)

72

72

Paso 1: Eliminar las lambdas

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$……………(1)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$……………(2)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0$……………(3)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_1 + \lambda_2(1 + r_2) = 0$…….(4)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_2 + \lambda_3(1 + r_3) = 0$…….(5)

$A_4 = 0$………………………………………………(6)

Despejamos $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ de (1), (2) y (3)

$\frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0 \Leftrightarrow \lambda_1 = \frac{1}{C_1}$…………………(1b)

$\frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0 \Leftrightarrow \lambda_2 = \frac{\beta}{C_2}$…………………(2b)

73

73

Paso 1: Eliminar las lambdas

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$……………(1)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$……………(2)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0$……………(3)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_1 + \lambda_2(1 + r_2) = 0$…….(4)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_2 + \lambda_3(1 + r_3) = 0$…….(5)

$A_4 = 0$………………………………………………(6)

Despejamos $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ de (1), (2) y (3)

$\frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0 \Leftrightarrow \lambda_1 = \frac{1}{C_1}$…………………(1b)

$\frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0 \Leftrightarrow \lambda_2 = \frac{\beta}{C_2}$…………………(2b)

$\frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0 \Leftrightarrow \lambda_3 = \frac{\beta^2}{C_3}$…………………(3b)

74

74

Paso 1: Eliminar las lambdas

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$……………(1)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$……………(2)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0$……………(3)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_1 + \lambda_2(1 + r_2) = 0$…….(4)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_2 + \lambda_3(1 + r_3) = 0$…….(5)

$A_4 = 0$…………………………………………………(6)

Despejamos $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ de (1), (2) y (3)

$\frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0 \Leftrightarrow \lambda_1 = \frac{1}{C_1}$…………………(1b)

$\frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0 \Leftrightarrow \lambda_2 = \frac{\beta}{C_2}$…………………(2b)

$\frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0 \Leftrightarrow \lambda_3 = \frac{\beta^2}{C_3}$…………………(3b)

Substituimos (1b) y (2b) en (4):

$\frac{\beta}{C_2}(1 + r_2) = \frac{1}{C_1}$ ……………………………(10)

75

75

Paso 1: Eliminar las lambdas

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$……………(1)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$……………(2)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0$……………(3)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_1 + \lambda_2(1 + r_2) = 0$…….(4)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_2 + \lambda_3(1 + r_3) = 0$…….(5)

$A_4 = 0$…………………………………………………(6)

Despejamos $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ de (1), (2) y (3)

$\frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0 \Leftrightarrow \lambda_1 = \frac{1}{C_1}$…………………(1b)

$\frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0 \Leftrightarrow \lambda_2 = \frac{\beta}{C_2}$…………………(2b)

$\frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0 \Leftrightarrow \lambda_3 = \frac{\beta^2}{C_3}$…………………(3b)

Substituimos (1b) y (2b) en (4):

$\frac{\beta}{C_2}(1 + r_2) = \frac{1}{C_1}$ ……………………………(10)

Substituimos (2b) y (3b) en (5):

$\frac{\beta^2}{C_3}(1 + r_3) = \frac{\beta}{C_2}$……………………………(11)

76

76

Paso 1: Eliminar las lambdas

Re arreglamos algunos términos en (10) y (11):

$$\frac{\beta}{C_2}(1+r_2) = \frac{1}{C_1} \quad \Leftrightarrow \quad \beta(1+r_2)C_1 = C_2$$

77

77

Paso 1: Eliminar las lambdas

Re arreglamos algunos términos en (10) y (11):

$$\frac{\beta}{C_2}(1+r_2) = \frac{1}{C_1} \quad \Leftrightarrow \quad \beta(1+r_2)C_1 = C_2 \quad \Leftrightarrow \quad C_2 = \beta(1+r_2)C_1 \text{ ....(10b)}$$

78

78

Paso 1: Eliminar las lambdas

Re arreglamos algunos términos en (10) y (11):

$\frac{\beta}{C_2}(1 + r_2) = \frac{1}{C_1} \iff \beta(1 + r_2)C_1 = C_2 \iff C_2 = \beta(1 + r_2)C_1$ ....(10b)

$\frac{\beta^2}{C_3}(1 + r_3) = \frac{\beta}{C_2} \iff \beta^2(1 + r_3)C_2 = \beta C_3$

79

79

Paso 1: Eliminar las lambdas

Re arreglamos algunos términos en (10) y (11):

$\frac{\beta}{C_2}(1 + r_2) = \frac{1}{C_1} \iff \beta(1 + r_2)C_1 = C_2 \iff C_2 = \beta(1 + r_2)C_1$ ....(10b)

$\frac{\beta^2}{C_3}(1 + r_3) = \frac{\beta}{C_2} \iff \beta^{\cancel{2}}(1 + r_3)C_2 = \cancel{\beta} C_3$

80

80

Paso 1: Eliminar las lambdas

Re arreglamos algunos términos en (10) y (11):

$$\frac{\beta}{C_2}(1+r_2)=\frac{1}{C_1} \iff \beta(1+r_2)C_1=C_2 \iff C_2=\beta(1+r_2)C_1 \text{ ....(10b)}$$

$$\frac{\beta^2}{C_3}(1+r_3)=\frac{\beta}{C_2} \iff \beta^{\cancel{2}}(1+r_3)C_2=\cancel{\beta}C_3 \iff C_3=\beta(1+r_3)C_2 \text{ ....(11b)}$$

81

81

Paso 2: Substituir (10b) y (11b) en la restricción presupuestaria consolidada de 'toda la vida' del agente representativo

$$(1+r_1)\,A_1+w_1+\frac{w_2}{1+r_2}+\frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)} = C_1+\frac{C_2}{1+r_2}+\frac{C_3}{(1+r_2)(1+r_3)}$$

82

82

Paso 2: Substituir (10b) y (11b) en la restricción presupuestaria consolidada de 'toda la vida' del agente representativo

$$\underbrace{(1+r_1)\,A_1}_{\text{Activos iniciales}} + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)} = C_1 + \frac{C_2}{1+r_2} + \frac{C_3}{(1+r_2)(1+r_3)}$$

83

83

Paso 2: Substituir (10b) y (11b) en la restricción presupuestaria consolidada de 'toda la vida' del agente representativo

$$\underbrace{(1+r_1)\,A_1}_{\text{Activos iniciales}} + \underbrace{w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}}_{\text{Valor presente de los sueldos que va a recibir el agente representativo}} = C_1 + \frac{C_2}{1+r_2} + \frac{C_3}{(1+r_2)(1+r_3)}$$

84

84

Paso 2: Substituir (10b) y (11b) en la restricción presupuestaria consolidada de 'toda la vida' del agente representativo

en t=1 :

$$\underbrace{(1+r_1)\,A_1}_{\text{Activos iniciales}} + \underbrace{w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}}_{\text{Valor presente de los sueldos que se van a recibir el agente representativo}} = \underbrace{C_1 + \frac{C_2}{1+r_2} + \frac{C_3}{(1+r_2)(1+r_3)}}_{\text{Valor presente del consumo del agente representativo}}$$

85

85

Paso 2: Substituir (10b) y (11b) en la restricción presupuestaria consolidada de 'toda la vida' del agente representativo

$C_2 = \beta(1+r_2)C_1$ ……..(10b)

$C_3 = \beta(1+r_3)C_2$……….(11b)

en…

$$(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)} = C_1 + \frac{C_2}{1+r_2} + \frac{C_3}{(1+r_2)(1+r_3)}$$

86

86

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

$$(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)} = C_1 + \frac{\beta(1+r_2)C_1}{1+r_2} + \frac{\beta(1+r_3)C_2}{(1+r_2)(1+r_3)}$$

Substituir (10b) (*i.e.* $C_2 = \beta(1+r_2)C_1$) en la última parte de la restricción...

87

87

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

$$(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)} = C_1 + \frac{\beta(1+r_2)C_1}{1+r_2} + \frac{\beta(1+r_3)C_2}{(1+r_2)(1+r_3)}$$

Substituir (10b) (*i.e.* $C_2 = \beta(1+r_2)C_1$) en la última parte de la restricción...

$$(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)} = C_1 + \frac{\beta(1+r_2)C_1}{1+r_2} + \frac{\beta(1+r_3)[\beta(1+r_2)C_1]}{(1+r_2)(1+r_3)}$$

88

88

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

Despejar C_1:

$$(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)} = C_1 + \frac{\beta(1+r_2)C_1}{1+r_2} + \frac{\beta^2(1+r_3)(1+r_2)C_1}{(1+r_2)(1+r_3)}$$

$$C_1 + \frac{\beta(1+r_2)C_1}{1+r_2} + \frac{\beta^2(1+r_3)(1+r_2)C_1}{(1+r_2)(1+r_3)} = (1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}$$

$$C_1 + \frac{\beta\cancel{(1+r_2)}C_1}{\cancel{1+r_2}} + \frac{\beta^2\cancel{(1+r_3)}\cancel{(1+r_2)}C_1}{\cancel{(1+r_2)}\cancel{(1+r_3)}} = (1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}$$

89

89

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

Despejar C_1:

$$C_1 + \beta C_1 + \beta^2 C_1 = (1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}$$

90

90

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

Despejar C_1:

$$C_1 + \beta C_1 + \beta^2 C_1 = (1 + r_1)\, A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1 + r_2} + \frac{w_3}{(1 + r_2)(1 + r_3)}$$

$$(1 + \beta + \beta^2) C_1 = (1 + r_1)\, A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1 + r_2} + \frac{w_3}{(1 + r_2)(1 + r_3)}$$

91

91

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

Despejar C_1:

$$C_1 + \beta C_1 + \beta^2 C_1 = (1 + r_1)\, A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1 + r_2} + \frac{w_3}{(1 + r_2)(1 + r_3)}$$

$$(1 + \beta + \beta^2) C_1 = (1 + r_1)\, A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1 + r_2} + \frac{w_3}{(1 + r_2)(1 + r_3)}$$

$$\boxed{C_1^* = \frac{1}{1 + \beta + \beta^2}\left[(1 + r_1)\, A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1 + r_2} + \frac{w_3}{(1 + r_2)(1 + r_3)}\right]}$$

92

92

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

$$C_1^* = \frac{1}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right] \text{..........(12)}$$

Ahora solo nos faltan C_2^*,C_3^*, A_2^* y A_3^* ...

93

93

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

$$C_1^* = \frac{1}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right] \text{..........(12)}$$

Ahora solo nos faltan C_2^*,C_3^*, A_2^* y A_3^* ...

Podemos substituir C_1^* (12) en (10b)

$$C_2 = \beta(1+r_2)C_1 \text{ ....(10b)}$$

94

94

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

$$C_2^* = \frac{\beta(1+r_2)}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right] \quad \text{.........................(13)}$$

95

95

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

$$C_2^* = \frac{\beta(1+r_2)}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right] \quad \text{.........................(13)}$$

Podemos substituir C_2^* (13) en (11b)

$$C_3 = \beta(1+r_3)C_2 \quad \text{...(11b)}$$

96

96

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

$$C_3^* = \frac{\beta^2(1+r_2)(1+r_3)}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right] \dots\dots\dots\dots (14)$$

97

97

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

$$C_3^* = \frac{\beta^2(1+r_2)(1+r_3)}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right] \dots\dots\dots\dots (14)$$

Ahora ¿Cómo vamos a obtener A_2^* y A_3^*?

98

98

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

$$C_3^* = \frac{\beta^2(1+r_2)(1+r_3)}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right] \quad (14)$$

Ahora ¿Cómo vamos a obtener A_2^* y A_3^*?

→ Utilizando C_1^*, C_2^* y las condiciones de primer orden (7) y (8) …

$$(1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1 - A_2 = 0 \quad (7)$$

$$(1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2 - A_3 = 0 \quad (8)$$

99

99

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

Despejamos A_2 de (7)…

$$(1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1 - A_2 = 0 \quad (7)$$

$$A_2 = (1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1 \quad (7b)$$

100

100

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

Despejamos A_2 de (7)…

$(1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1 - A_2 = 0$……………………………………………………(7)

$A_2\ = (1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1$……………………………………………………(7b)

…y substituimos C_1^* de (12) en (7b):

$C_1^* = \frac{1}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right]$……………………(12)

10
1

101

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

Despejamos A_2 de (7)…

$(1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1 - A_2 = 0$……………………………………………………(7)

$A_2\ = (1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1$……………………………………………………(7b)

…y substituimos C_1^* de (12) en (7b):

$C_1^* = \frac{1}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right]$……………………(12)

$$\boxed{A_2^* = (1+r_1)\,A_1 + w_1 - \left\{\frac{1}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right]\right\}}$$

10
2

102

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

Despejamos A_3 de (8)…

$(1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2 - A_3 = 0$……………………………………(8)

$A_3 = (1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2$……………………………………(8b)

10
3

103

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

Despejamos A_3 de (8)…

$(1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2 - A_3 = 0$……………………………………(8)

$A_3 = (1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2$……………………………………(8b)

…y substituimos A_2^* y C_2^* de (13) en (8b):

$C_2^* = \frac{\beta(1+r_2)}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right]$……………………(13)

10
4

104

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

Despejamos A_3 de (8)…

$(1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2 - A_3 = 0$……………………………………(8)

$A_3 = (1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2$……………………………………(8b)

…y substituimos A_2^* y C_2^* de (13) en (8b):

$C_2^* = \frac{\beta(1+r_2)}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right]$……………………(13)

$$\boxed{A_3^* = (1+r_2)\left\langle(1+r_1)\,A_1 + w_1 - \left\{\frac{1}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right]\right\}\right\rangle + w_2 - \left\{\frac{\beta(1+r_2)}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right]\right\}}$$

Equilibrio del agente representativo:

$C_1^* = \frac{1}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right]$……………………(12)

$C_2^* = \frac{\beta(1+r_2)}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right]$……………………(13)

$C_3^* = \frac{\beta^2(1+r_2)(1+r_3)}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right]$……………(14)

$A_2^* = (1+r_1)\,A_1 + w_1 - \left\{\frac{1}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right]\right\}$

$A_3^* = (1+r_2)\left\langle(1+r_1)\,A_1 + w_1 - \left\{\frac{1}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right]\right\}\right\rangle + w_2 - \left\{\frac{\beta(1+r_2)}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right]\right\}$

Nuestra agenda de hoy

Bosquejo de los Modelos Dinámicos Estocásticos y de Equilibrio General

Repaso del modelo recursivo

Tarea

10
7

107

(1) Escuchar el podcast 'Norte Económico' episodio 4 de la Temporada 3 (mié 15-sep) - Entrevista con Gabriel Yorio

45 minutos

https://podcasts.apple.com/mx/podcast/t3-4-desarrollo-salud-y-protección-social-prioridades/id1515320115?i=1000535389896

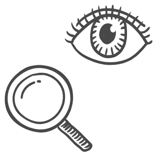
(2) Realizar 'a mano' la Tarea 5, que es un repaso de la solución de un modelo recursivo determinístico y de tres periodos

3 páginas

En el sitio de Internet www.gabrielcasillas.mx

10
8

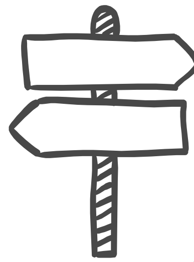
108

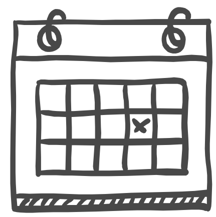


(3) Estar atentos y revisar los datos y eventos económicos que se van a publicar en la semana (en “Global: Flashes recientes”)

1 página

https://www.banorte.com/wps/portal/ixe-xima/Home/inicio/!ut/p/z1/hY7LDoIwEEW_hQVbOkJBdNdqwjPiI0bsxoDBqimUFITfFx8bEx-zu3PPmQyiKEG0TvuSpV0p6pSP-UCto6tPbM9wIIwXoQHEX5u7DV65OAK0_wfQsYYvQ-4-fSCOSzw8jQBi7OpA7GWAt-ZMB996AT9uBIqyLrLnu6TODJshKvNzLnOpXeW4LrquaecqqD

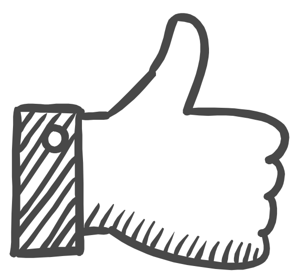




10
9

109

Muchas gracias!



11
0

110

111