pumpen und es wieder wägen. Im letzteren Falle wird die Wage weniger anzeigen. Die Differenz ist das Gewicht der herausgepumpten Luft. So findet man, daß ein *cbm* ($= 1\ m^3$) Luft rd. 1,2 *kg* wiegt. Bezeichnet man das Gewicht der Raumeinheit mit γ (Gamma) so ist für Luft bei 15° und 760 mm Barometerstand

$$\gamma = 1{,}22\ m/kg^3.$$

Durch Division mit der Fallbeschleunigung g erhalten wir hieraus die Masse der Raumeinheit auch Dichte genannt. Wir bezeichnen die Dichte mit dem Buchstaben ϱ (Ro); es ist demnach

$$\varrho = \frac{\gamma}{g} = \frac{1{,}22}{9{,}81} = \text{rd. } \frac{1}{8}\ \frac{kg\ sek^2}{m^4}.$$

Eine Luftmenge von V *cbm*, welche mit der Geschwindigkeit v strömt, hat nach dem vorstehenden ein Arbeitsvermögen von

$$A = V \cdot \frac{1}{16} v^2\ mkg\ ^{1)}.$$

Jedes *cbm* Luft, das etwa eine Geschwindigkeit von 10 *m/sek* hat, könnte daher bei voller verlustloser Ausnützung $\frac{10^2}{16} =$ rd. 6 *mkg* Arbeit leisten. Ist die Geschwindigkeit nur 5 *m/sek*, so ergibt sich für das Arbeitsvermögen $\frac{5^2}{16} =$ rd. $1\,^1/_2$ *mkg*.

b) Energie-Entnahme.

Die vorstehenden Überlegungen zeigen, wie man das Arbeitsvermögen bewegter Luft ermitteln kann. Wir müssen uns nun der Frage zuwenden, wie man diese Arbeit der Luft entzieht. An sich ist ja praktisch beliebig viel Luft und damit auch beliebig viel Arbeitsvermögen da. Die nächste Frage ist daher, wieviel von dieser Luftmenge kann man erfassen und zur Arbeitsabgabe zwingen.

Bei Energieentnahme muß eine Querschnittserweiterung eintreten.

Denken wir uns ein Rohr mit dem lichten Querschnitt F, so in den Wind gestellt, daß die Luft ungehindert durch das Rohr hindurchströmt (Abb. 3). Wenn v wieder die Windgeschwindigkeit bedeutet, so wird in jeder Sekunde eine Luftmenge v · F auf der einen Seite in das Rohr eintreten und ebensoviel am anderen Ende wieder austreten. Wenn nun aber im Innern des Rohres eine Vorrichtung untergebracht ist, welche der durchströmenden Luft Energie entzieht — wir wollen vorläufig die Frage, wie eine solche Vorrichtung aussieht noch zurückstellen — so ist das nur auf

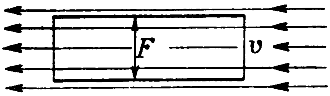

Abb. 3

---

1) Die angegebenen Werte für γ und ϱ gelten nur für normalen Barometerstand und normale Temperatur. Auf hohen Bergen, wo der Barometerstand wesentlich niedriger ist, muß man auch die entsprechend geringere Dichte der Luft bei Berechnungen berücksichtigen.

Kosten der Geschwindigkeit möglich. Die Luft wird daher mit kleinerer Geschwindigkeit austreten, als sie beim Eintritt besaß. Andererseits muß aber dieselbe Luftmenge austreten wie eintreten, da ja sonst eine Anhäufung (Verdichtung) der Luft bezw. eine Verdünnung derselben eintreten würde, was natürlich auf die Dauer nicht denkbar ist. Durch passende Erweiterung des Rohres können wir diesem Umstande Rechnung tragen (Abb. 4). Ist der Eintrittsquerschnitt F_1 und die Eintrittsgeschwindigkeit v_1 und vermindern wir im Rohr diese Geschwindigkeit durch Energieentnahme auf den Betrag v_2 (die schraffierte Stelle in Abb. 4 möge die Energie entziehende Vorrichtung andeuten), so muß der Austrittsquerschnitt F_2 so groß sein, daß

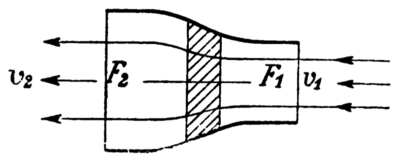

Abb. 4

$$F_2 \, v_2 = F_1 \, v_1 = \text{sekundliche Durchflußmenge}$$

ist. Würden wir diese Bedingung nicht erfüllen, so würde die Luft nicht mehr ungestört in die Eintrittsöffnung einströmen. Abb. 5 zeigt den Vorgang, wie er ungefähr bei einem nicht erweiterten Rohr bei Energieentnahme eintreten würde. Die ankommende Luft strömt nur zum Teil in das Rohr hinein, der übrige Teil weicht seitlich aus und strömt außen am Rohr entlang. Die Durchflußmenge richtet sich in solchen und ähnlichen Fällen stets nach dem Austrittsquerschnitt F_2 und der Austrittsgeschwindigkeit v_2, sie ist

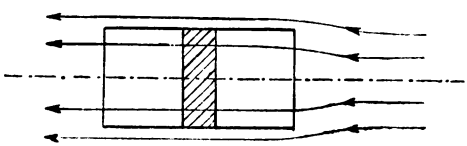
Abb. 5

$$Q = F_2 \, v_2 .$$

Je mehr Energie wir der durchströmenden Luft entziehen, um so kleiner wird die Austrittsgeschwindigkeit.

1 cbm Luft von der Geschwindigkeit v_1 hat wie wir oben sahen, ein Arbeitsvermögen

$$A_1 = \frac{\varrho}{2} v_1^2 .$$

Vermindern wir die Geschwindigkeit auf den Betrag v_2, so ist das Arbeitsvermögen nur noch

$$A_2 = \frac{\varrho}{2} v_2^2 .$$

Wir können daher, wenn wir von Energieverlusten absehen, eine Arbeit $A_1 - A_2 = \frac{\varrho}{2}(v_1^2 - v_2^2)$ gewinnen. Wenn wir nun in jeder Sekunde Q cbm in dieser Weise verarbeiten, so können wir in jeder Sekunde eine Arbeit

$$\boxed{L = Q\frac{\varrho}{2}(v_1^2 - v_2^2)}$$

gewinnen. Man nennt eine solche Arbeit pro Sekunde auch **Leistung**, die Einheit ist *mkg/sek.*

Anstatt dieser letzteren Einheit sind in der Praxis sehr häufig noch andere Einheiten gebräuchlich. Die wichtigsten sind: die Pferdestärke *(PS)* und das Kilowatt *(KW)*. 75 *mkg/sek* ergeben 1 *PS* und 102 *mkg/sek* ergeben angenähert 1 *KW* (vergl. die Zusammenstellung der wichtigsten Einheiten, Anhang Tabelle 2).

Je mehr Energie wir einer Luftmenge entziehen, umso kleiner wird die Austrittsgeschwindigkeit v_2. Wenn wir daher ein bestimmtes rohrförmiges Bauwerk mit gegebenem Austrittsquerschnitt haben, so wird umso weniger Luft hindurchströmen, je mehr Energie wir jedem *cbm* Luft entziehen. Würden wir z. B. der durchströmenden Luft ihre ganze Energie wegnehmen, so würde wegen der verschwindend kleinen Austrittsgeschwindigkeit fast nichts mehr durch unser Rohr hindurchströmen, sondern fast alles außen vorbeistreichen. Infolgedessen würden wir auch keine nennenswerte Leistung mehr herausholen können. Wenn wir andererseits der durchströmenden Luft gar keine Energie entziehen, so würde zwar die Luft mit ungeschwächter Geschwindigkeit, also in großer Menge hindurchfließen, aber wir würden trotzdem keine Energie gewinnen, da wir ja der Luft keine entziehen. Am günstigsten stehen wir uns daher, wenn wir der Luft einen Teil ihrer Energie entziehen, ihr aber noch so viel Energie lassen, daß noch eine hinreichende Menge aus dem Austrittsquerschnitt austreten kann.

Form und Arbeitsweise eines normalen Windrades.

Diese Überlegung sollte hauptsächlich zeigen, daß die Leistung, welche wir aus dem Winde bei gegebener Windgeschwindigkeit gewinnen können, begrenzt ist durch die Größe des Bauwerkes und daß wir der Luft nur einen Teil ihrer Energie entziehen dürfen, wenn wir bei gegebener Größe des Bauwerkes möglichst große Leistungen gewinnen wollen. Wir wollen uns nun wirkliche Windräder etwas näher ansehen und die eben angestellten Überlegungen darauf anwenden. Die typische Form, die bei den meisten Windrädern mit verschiedenen Abänderungen in Einzelheiten immer wiederkehrt, ist in Abb. 6 dargestellt. An einer in der Windrichtung stehenden Welle sind eine Reihe von Flügeln (Schaufeln) angebracht, welche schräg zur Windrichtung stehen. Der Winddruck R auf diese Schaufeln ist infolge der Schrägstellung derselben ebenfalls schräg gerichtet und hat daher eine Komponente T, welche das Rad in Drehung versetzt und dabei Arbeit leistet. Auf diese Vorgänge an den Flügeln werden wir später noch genauer zurückkommen. Zunächst wollen wir uns dafür nur insoweit interessieren, daß wir uns ein Bild davon machen können, wie die oben mehrfach erwähnte Einrichtung zur Energieentnahme aus dem Winde ungefähr aussieht.

Gegenüber unserer vorhergehenden Betrachtung fällt hier auf, daß kein Rohr vorhanden ist, welches das Windrad umschließt. Man kann aber leicht einsehen, daß ein solches Rohr auch gar nicht nötig ist, da die Luft von selbst jene Querschnitte ausfüllt, die sie bei der ihr verbleibenden Geschwindigkeit braucht. Da aber kein Rohr vorhanden ist, so fehlt uns der Austritsquerschnitt, der bei den letzten Überlegungen eine wichtige Rolle spielte. Statt dessen haben wir hier die Fläche des Windrades.

Ein idealisiertes Windrad. Die wesentliche Frage, welche wir uns nun vorlegen müssen, ist daher zunächst die: Wieviel Luft strömt in der Sekunde durch ein Windrad von gegebenem Durchmesser? und weiter: wieviel Energie können wir im günstigsten Falle daraus entnehmen? Wenn bei der Behandlung dieser Fragen im folgenden etwas mehr mathematische Formeln vorkommen als vielleicht

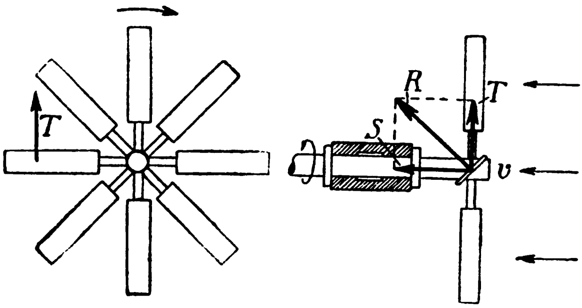

Abb. 6. Kräfte am Windrad.

mancher Leser gewohnt ist, so mag er ruhig über diese unbequemen Stellen hinweglesen und sich auf den übrigen Text beschränken, in dem die Ergebnisse der Rechnungen so weit erläutert sind, als es zum Verständnis des Gedankenganges erforderlich ist. Um uns die Behandlung der vorstehenden prinzipiellen Fragen nicht unnötig durch unwesentliche Nebenumstände zu erschweren, wollen wir uns das Windrad noch möglichst idealisieren: Wir wollen das Windrad durch eine kreisförmige luftdurchlässige Scheibe ersetzen und annehmen, daß es uns möglich ist, an jeder Stelle dieser Scheibe der durchströmenden Luft soviel Energie zu entziehen, als es gerade günstig ist. Man wird sich vielleicht fragen, ob eine solche Idealisierung nicht zu weit geht, so daß die Ergebnisse der Betrachtung ihre praktische Bedeutung verlieren. Bei einem 4flügeligen oder gar einem 2flügeligen Windrad z. B. scheint es auf den ersten Blick doch unangebracht, die Energieentnahme über die ganze von den Flügeln bestrichene Kreisfläche beliebig zuzulassen. Wir werden später auf diese besonderen Verhältnisse noch zurückkommen und dabei feststellen, daß die Abweichungen gegenüber unseren obigen Annahmen doch nur unbedeutend sind. Der innere Grund für diese zunächst auffallende Erscheinung liegt darin, daß die Flügel zwar in einem bestimmten Zeitpunkt nur auf verhältnismäßig kleine Gebiete der Luft Kräfte ausüben, daß sie aber beim Umlaufen der Reihe nach alle Stellen des Kreises beeinflussen. Ein solches idealisiertes Windrad möge in Abb. 7 oben durch die gestrichelte Linie wiedergegeben sein. Der Wind komme mit der Geschwindigkeit v_1 an, im Windrad werde ihm soviel Energie entzogen, daß die Geschwindigkeit hinter dem Rade nur noch v_2 beträgt.

Der Übergang von der einen Geschwindigkeit auf die andere kann nicht plötzlich vor sich gehen, da damit zugleich eine Querschnittsvermehrung verbunden ist und bei plötzlichem Übergang die Stromlinien nicht mehr aneinander anschließen würden. Der Vorgang ist so, daß bereits vor dem Windrad die Luft sich etwas staut. Ihre Geschwindigkeit setzt sich dabei in Druck um ähnlich wie bei dem auf eine federnde Unterlage auffallenden Körper (s. oben die Erläuterung zur kinetischen Energie), wo sich die kinetische Energie in das Arbeitsvermögen der Feder umsetzt. Infolgedessen kommt die Luft bereits mit verminderter Geschwindigkeit aber mit erhöhtem Druck am Windrad an. Die Energieentnahme im Windrad bewirkt nun zunächst nur eine Verminderung der Druckenergie, so daß die Luft, welche vor dem Rade mit erhöhtem Druck ankam, hinter dem Rade mit erniedrigtem Druck weiter strömt. Die Geschwindigkeit selbst kann sich innerhalb des unendlich dünn gedachten Rades überhaupt nicht ändern. Erst hinter dem Rade setzt sich die Geschwindigkeitsverminderung wieder fort, indem sich die Geschwindigkeitsenergie so lange in Druck umsetzt, bis der normale Luftdruck wieder hergestellt ist (vergl. Abb. 7 unten).

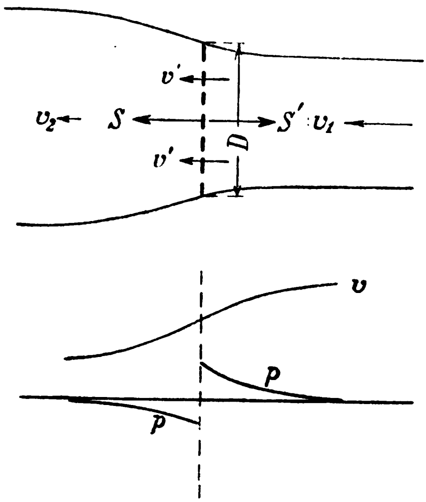

Abb. 7. Oben Strömung durch ein idealisiertes Windrad (die gestrichelte Linie soll das Windrad andeuten). Unten Verlauf der Geschwindigkeit (v) und des Druckes (p) vor und hinter dem Windrad.

Durch das Windrad strömt demnach die Luft weder mit der Anfangsgeschwindigkeit v_1 noch mit der Endgeschwindigkeit v_2, sondern mit einer dazwischen liegenden Geschwindigkeit v'. Dieser Umstand erschwert unsere Überlegung etwas. Wenn wir nämlich die Energie ermitteln wollen, welche wir mit dem Windrade der Luft entziehen können, so müssen wir zunächst wissen, wieviel Luft überhaupt durch das Windrad hindurchgeht, und dazu brauchen wir die Durchflußgeschwindigkeit v', denn die sekundliche Durchflußmenge ist $Q = Fv'$, wobei $F = \frac{D^2\pi}{4}$ die Kreisfläche des Windrades ist, D soll der Durchmesser des Windrades sein.

Die Windgeschwindigkeit im Windrade ist das arithm. Mittel aus den Windgeschwindigkeiten vor und hinter dem Windrade.

Glücklicherweise kann man zeigen, daß die Geschwindigkeit v' gerade das Mittel aus der Anfangs- und Endgeschwindigkeit ist

$$v' = \frac{v_1 + v_2}{2}.$$

Zu dem Zweck wollen wir zunächst überlegen, wie groß die Kraft S ist, welche der Wind auf das Rad ausübt. Wenn man eine Masse m in einer Sekunde um einen bestimmten Geschwindigkeitsbetrag $v_1 - v_2$ verzögern will, so muß man auf die Masse eine Sekunde lang eine Kraft

$$S' = m\,(v_1 - v_2)$$

entgegen der Bewegungsrichtung ausüben. Wenn das Windrad eine Kraft S in der Windrichtung erfährt, so übt es umgekehrt eine ebenso große Kraft S' in der entgegengesetzten Richtung auf die Luft aus. Die Kraft S' bewirkt, daß die Windgeschwindigkeit vom Betrage v_1 auf den Betrag v_2 verzögert wird. Nun strömt in einer Sekunde eine Masse

$$m = \varrho\, v'F$$

durch das Rad. Die Masse ist während des Durchflusses, also eine Sekunde lang, der verzögernden Wirkung der Kraft S' unterworfen. Wenn daher diese Masse dabei von der Geschwindigkeit v_1 auf die Geschwindigkeit v_2 verzögert wird, so muß die Kraft

$$S' = m\,(v_1 - v_2) = \varrho\, v'F\,(v_1 - v_2)\ [1]$$

sein. Ebenso groß, nur entgegengesetzt, ist die Kraft S, welche der Wind auf das Windrad ausübt.

Bei diesem Vorgang sinkt die Energie der sekundlich durch das Rad strömenden Luftmenge vom Betrage $\frac{m}{2}\,v_1^2$ auf den Betrag $\frac{m}{2}\,v_2^2$. Die Differenz

$$L = \frac{m}{2}\,(v_1^2 - v_2^2)$$

[1]) Hierbei ist stillschweigend vorausgesetzt, daß keine anderen als die vom Windrade herrührenden Kräfte auf die durchströmende Luft ausgeübt werden. Im vorliegenden Falle trifft dies auch für die gesamte durch das Windrad strömende Luft zu. Es träfe z. B. nicht zu, wenn vor und hinter dem Rade verschiedener Druck herrschen würde, wie es bei Turbinen in geschlossenen Leitungen der Fall ist. Es trifft außerdem nicht für jeden einzelnen Stromfaden, der das Windrad durchdringt, zu, indem die einzelnen Stromfäden infolge der Krümmung der Strombahnen Zentrifugalkräfte aufeinander ausüben. $v' = \frac{v_1 + v_2}{2}$ stellt daher nur den Mittelwert für die Durchflußgeschwindigkeit dar. An einzelnen Stellen des Rades ist v' größer, an anderen kleiner als dieser Mittelwert. Wir werden im Folgenden allerdings, mangels genauerer Kenntnis, trotzdem vielfach näherungsweise annehmen, daß die Durchflußgeschwindigkeit in jedem Punkt das arithmetische Mittel aus der Anfangs- und Endgeschwindigkeit ist.

wird sekundlich an das Windrad abgegeben und könnte, wenn keine Verluste aufträten, als Nutzenergie gewonnen werden. Betrachten wir nun einmal die Verhältnisse nicht wie soeben weit vor und hinter dem Rade, sondern in unmittelbarer Nähe desselben. Hier strömt die Luft mit der Geschwindigkeit v′ durch das Rad und muß dabei die Kraft S′ überwinden. Wir können uns den Vorgang etwa so vorstellen, daß wir ein abgeschlossenes Luftvolumen mit der Geschwindigkeit v′ durch das Rad hindurchschieben (Abb. 8). Der Überdruck vor dem Rad und der Unterdruck hinter ihm bewirken die Kraft S auf das Rad. Sie wirken aber in gleicher Weise auch auf die Abschlußwände, so daß zum Verschieben derselben ebenfalls eine Kraft S erforderlich ist. Wenn man daher die Luft in der angegebenen Weise durch das Rad hindurchschiebt, muß man die sekundliche Arbeit

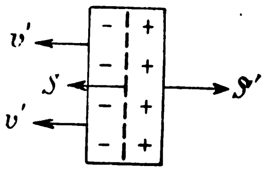

Abb. 8. Arbeitsleistung beim Durchtritt der Luft durch das idealisierte Windrad.

$$L = Sv'$$

leisten, welche auf das Windrad übergeht. In Wirklichkeit wird die Arbeit nicht durch Verschieben der Wände geleistet, sondern aus der kinetischen Energie der Luft entnommen. Für den Betrag der Leistung ist das aber gleichgültig.

Wir können demnach die von der Luft abgegebene Leistung einmal aus der Energie der Luft ableiten (s. oben)

$$L = \frac{m}{2}(v_1^2 - v_2^2)$$

andererseits aber auch aus der Schubkraft S des Windrades und der Durchflußgeschwindigkeit v′

$$L = Sv'.$$

Da auf beide Weisen dasselbe herauskommen muß, so muß

$$Sv' = \frac{m}{2}(v_1^2 - v_2^2)$$

sein. Da aber, wie wir sahen

$$S = m\,(v_1 - v_2)$$

ist, so ist

$$m\,(v_1 - v_2)\,v' = \frac{m}{2}(v_1^2 - v_2^2),$$

und da $(v_1^2 - v_2^2) = (v_1 - v_2)(v_1 + v_2)$ ist, so ergibt sich hieraus

$$v' = \frac{1}{2}(v_1 + v_2)$$

wie wir es bereits oben angaben.

Nach dieser Erkenntnis können wir verhältnismäßig leicht die Arbeit berechnen, welche dem Winde entzogen wird. Die sekundlich durch das

Größte Energiemenge, welche ein Rad von gegebenem Durchmesser einem Winde von gegebener Geschwindigkeit entziehen kann.

Rad strömende Masse ist

$$m = \varrho v F = \frac{\varrho}{2}(v_1 + v_2) F.$$

Damit wird

$$L = \frac{m}{2}(v_1^2 - v_2^2) = \frac{\varrho}{4}(v_1^2 - v_2^2)(v_1 + v_2) F.$$

Um einen passenden Vergleichsmaßstab für diese Leistung zu haben, wollen wir sie mit jener Leistung vergleichen, welche in einer Luftmenge zur Verfügung steht, die sekundlich durch einen ebenso großen Querschnitt $F = \frac{D^2\pi}{4}$ strömt, wenn keine Arbeit abgegeben wird, so daß die Luft mit ihrer vollen Geschwindigkeit v_1 hindurchströmt. Diese Leistung ist

$$L_0 = \frac{\varrho}{2} v_1^3 \cdot F.$$

Damit wird

$$\frac{L}{L_0} = \frac{1}{2}\left[1 - \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2\right]\left[1 + \frac{v_2}{v_1}\right]$$

L_0 hängt nur von der Windgeschwindigkeit v_1 und dem Durchmesser bezw. der Fläche F des Windrades ab. Die Leistung L dagegen außerdem noch von dem Verhältnis $\frac{v_2}{v_1}$ der Windgeschwindigkeiten vor und hinter dem Rade.

Wir müssen uns nun die Frage stellen, bei welchem Verhältnis von $\frac{v_2}{v_1}$ wir unter sonst gleichen Umständen am meisten Energie gewinnen können (d. h. L/L_0 am größten ist) und wieviel Energie sich dann ergibt. Rechnen wir nach der letzten Gleichung $\frac{L}{L_0}$ für verschiedene Werte von $\frac{v_2}{v_1}$ aus und tragen das Ergebnis in einem Diagramm auf, so erhalten wir Abb. 9 [1]). Als größten Wert von $\frac{L}{L_0}$ finden wir dabei $16/27 \approx$ (annähernd gleich) 0,6 und zwar ergibt sich dieser Höchstwert, wenn $\frac{v_2}{v_1} = {}^1/_3$ ist. Die größte Leistung, welche wir mit einem Windrade von $D\,m$ Durchmesser bei einer Windgeschwindigkeit v *m/sek* dem Winde entziehen können, ist demnach

$$\boxed{L_{max} = \frac{16}{27} \cdot \frac{\varrho}{2} v^3 \cdot \frac{D^2\pi}{4} \; mkg/sek}$$

[1]) Für sehr kleine Werte von v_2/v_1 sind die hier angewandten Überlegungen nicht mehr zulässig, da dann Einflüsse, wie sie in Anmerkung 1 S. 10 angedeutet sind, eine zu große Rolle spielen.

oder da $\frac{\varrho}{2} \approx \frac{1}{16}$ [1]) ist, wird

$$L_{max} = \frac{v^3}{27} \cdot \frac{D^2 \pi}{4} \; mkg/sek$$
$$= 0{,}000\,388 \; v^3 D^2 \; PS$$
$$= 0{,}000\,285 \; v^3 D^2 \; KW.$$

Die nach dieser Formel für verschiedene Windgeschwindigkeiten und Raddurchmesser sich ergebenden Leistungen sind in Tabelle 3 und im Diagramm 10 (Anhang S. 56 u. 59) zusammengestellt.

Man wundert sich vielfach, daß die Leistung, welche man dem Winde entzieht, nicht immer größer wird, je mehr Flügelfläche man im Windrade unterbringt und je mehr man damit die Windgeschwindigkeit abbremst. Der

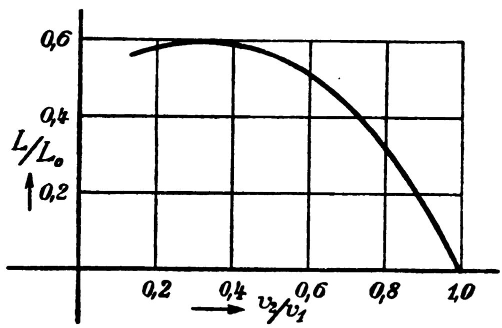

Abb. 9. Abhängigkeit der theoretischen Windradleistung von der Stärke der Abbremsung des Windes.

Grund liegt darin, daß bei zu dicht stehenden Flügeln nur ein kleiner Teil der Luft durch das Windrad hindurchgeht, während die übrige Luft dem Rade ausweicht und außen herumströmt.

Ein falscher Schluß bei Anwendung von rotierenden Zylindern anstatt der Flügel.

Aus Unkenntnis dieser Verhältnisse ist nach Bekanntwerden der Flettner-Rotoren von einer großen Zahl von Erfindern folgender falscher Schluß gemacht worden. Die Rotoren geben erheblich größere Kräfte als gleich große Flügel. Infolgedessen erhalte ich bei Ersatz der Windmühlenflügel durch Rotoren eine wesentlich größere Leistung. In Wirklichkeit würden aber die Rotoren, wenn man sie nicht ihrer größeren Wirksamkeit entsprechend klein im Durchmesser macht, ebenso wie zu große Flügel den Wind stark abbremsen, so daß weniger Luft durch das Rad hindurchgeht. Die Folge davon ist, daß nicht mehr, sondern weniger Energie gewonnen wird.

Da die Umwandlung der Windenergie in mechanische Energie nicht verlustlos vor sich geht und außerdem die Geschwindigkeitsverminderung $\frac{v_2}{v_1}$ nicht immer gerade den günstigsten Verhältnissen entspricht, so ist die wirkliche Nutzleistung L_n eines Windrades stets kleiner als das vorstehend berechnete L_{max}. Das Verhältnis der wirklichen Nutzleistung zum theo-

[1]) s. Anm. S. 5.

retischen Maximum kann man als Wirkungsgrad η des Windrades bezeichnen.

$$\eta = \frac{L_n}{L_{max}}$$

$$L_n = \eta \cdot L_{max} = \eta \cdot \frac{16}{27} \frac{\varrho}{2} v^3 \cdot \frac{D^2 \pi}{4}.$$ [1])

Zur Darstellung von Versuchsergebnissen mit Windrädern bildet man vielfach das Verhältnis $\frac{L_n}{L_0} = \frac{L_n}{\frac{\varrho}{2} v^3 \frac{D^2 \pi}{4}}$ und bezeichnet es als Leistungsziffer c_l (vergl. Abb. 32). Zwischen dieser Leistungsziffer und dem Wirkungsgrad η besteht demnach die Beziehung

$$c_l = \frac{16}{27} \eta.$$

Das gefundene größte Ausnützungsverhältnis 16/27 gilt nur für die zugrunde gelegte normale Windradform.

Da das Verhältnis $\frac{L_{max}}{L_0}$ für die Dimensionierung der Windräder eine außerordentlich wichtige Rolle spielt, so ist es angebracht, sich zu überlegen, inwieweit der gefundene Wert 16/27 von speziellen Annahmen abhängt und ob es möglich ist, ihn eventuell zu erhöhen. Man kann sich leicht überlegen, daß man durch Anordnung eines zweiten Windrades hinter dem ersten die Energie, welche dort noch im Winde vorhanden ist, wieder zum Teil ausnutzen kann. Unsere Ableitung gilt demnach nur für ein einzelnes annähernd scheibenförmiges Windrad. Stellt man es frei, den Raum hinter dem Windrade auch noch beliebig zur Energiegewinnung heranzuziehen, ohne aber den vorgeschriebenen Durchmesser zu überschreiten, so kann man $\frac{L_{max}}{L_0} \approx 1$ machen. Die Windmühle wird dann die Form eines sehr langen Zylinders annehmen. Dabei braucht das Innere dieses Zylinders gar keine Energie entziehenden Organe zu enthalten. Es genügt, wenn die Zylinderoberfläche und der rückwärtige Boden hiefür geeignet sind (Abb. 11, die gestrichelte Linie stellt die Energie entziehenden Organe dar). Praktische Bedeutung dürfte aber eine solche Anordnung kaum haben, da die große Länge (l) eines solchen Windrades natürlich die Herstellungskosten in ähnlicher Weise vermehrt, wie ein größerer Durchmesser.

Es sind auch Anordnungen denkbar, bei denen das Ausnützungsverhältnis den Wert 1 erreicht, oder sogar überschreitet.

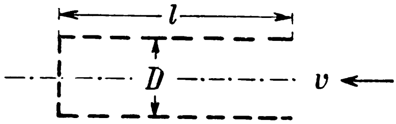

Abb. 11. Windradform mit erhöhter theoretischer Leistung.

Man kann sich sogar Anordnungen denken, bei denen L_{max} größer als $\frac{\varrho}{2} v^3 \cdot \frac{D^2 \pi}{4}$ ist. Abb. 12 zeigt eine solche Anordnung: Auf einer gemeinsamen Welle sind zwei Räder

---

[1]) Bei den meisten Windrädern bleibt in der Nähe der Nabe ein Teil der Windradkreisfläche unausgenützt. Es ist manchmal zweckmäßig diesen unbenützten Teil der Kreisfläche von vornherein gar nicht mitzurechnen und in den Formeln anstatt der ganzen Kreisfläche $\frac{D^2 \pi}{4}$ nur die wirkliche von den Flügeln bestrichene Fläche F einzusetzen. Der Wirkungsgrad η ergibt sich dann größer, da ja der Verlust, welcher durch den fehlenden Mittelteil der Kreisfläche bedingt ist, nach dieser Definition im Wirkungsgrad nicht enthalten ist.

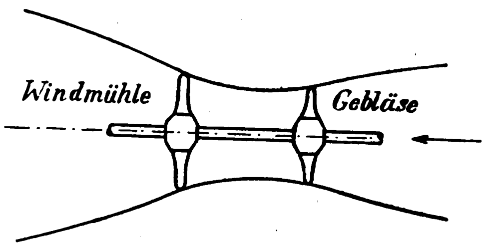

Abb. 12. Verbindung von Windrad und Gebläse, welche scheinbar eine Erhöhung der Leistung ermöglicht.

angeordnet. Das erste wirkt als Gebläse, d. h. es führt der Luft Energie zu, wodurch die Geschwindigkeit der Luft vergrößert wird. Das zweite ist ein Windrad, wie wir es bisher betrachtet haben. Dieses entzieht der Luft sowohl die ihr vom Gebläse gelieferte Energie als auch noch einen Teil der im Winde bereits vorher vorhandenen Energie. Da es auf derselben Welle, wie das Gebläse sitzt, gibt es einen Teil der gewonnenen Energie gleich wieder an das Gebläse ab, während der Rest zur Verfügung steht. Würden keine Verluste auftreten, so würde die vom Gebläse gelieferte Energie nach ihrer Wiedergewinnung im Windrade gerade ausreichen, um das Gebläse anzutreiben, während die im Winde schon vorher vorhandene Energie, soweit sie durch das Windrad gewonnen wird, zur Verfügung steht. Der Vorteil besteht nun darin, daß bei der geschilderten Anordnung wesentlich mehr Luft durch das Windrad strömt als bei normaler Anordnung. Das Gebläse erteilt der Luft ja größere Geschwindigkeit, infolgedessen verengt sich der Querschnitt. Das Gebläse holt also den Wind von der Seite zusammen und schickt ihn durch das Windrad. Wegen der größeren Luftmenge, welche durch das Windrad strömt, kann auch mehr Energie gewonnen werden.

Diese Anordnung sieht sehr verlockend aus: Man braucht nur die Gebläseleistung genügend groß zu machen und kann dann beliebig viel Luft durch das Windrad schicken und damit beliebig viel Energie gewinnen. Die Sache hat aber einen Haken und geht nicht; und zwar wegen der Verluste. Eine rohe Überschlagsrechnung wird uns dieses zeigen. Nehmen wir z. B. an, wir wollten die doppelte Luftmenge durch das Windrad schicken, dann könnten wir an sich auch die doppelte Energie wie beim einfachen Windrad gewinnen. Bei doppelter Durchflußgeschwindigkeit ist die sekundlich zu verarbeitende Energie 8 mal so groß; davon kommt die 2fache Energie, wie schon erwähnt, für die nutzbare Gewinnung in Frage, die restliche 6fache Energie muß an den Ventilator und von diesem wieder an die Luft abgegeben werden. Nehmen wir nun sowohl für das Gebläse wie für das Windrad einen wohl kaum erreichbaren Wirkungsgrad von 90 % an, dann betragen die Verluste in jeder Maschine 10 % der umgesetzten Energie, d. i. im Gebläse das 0,6fache und im Windrad das 0,8fache, zusammen also das 1,4fache der im einfachen Rade wirksamen Energie. Ohne Verluste hätten wir die doppelte Leistung erhalten wegen der doppelten Luftmenge. Infolge der Verluste geht hiervon aber das 1,4fache der Windenenergie des einfachen Rades ab und wir erhalten anstatt eines Gewinnes sogar noch erheblich weniger als mit dem einfachen Rad.

3. Das Windrad.

a) Einiges über Flügel.

Wir haben die Energieübertragung am Windmühlenflügel bereits ganz kurz besprochen, um uns ein ungefähres Bild von dem Mechanismus zu machen. Wir müssen jetzt auf diese Vorgänge näher eingehen. Eine quantitativ einigermaßen zutreffende Kenntnis dieser Vorgänge ist haupt-