Matemática Financeira

André Amorim
Finanças Corporativas

contato@andreamorim.com.br
www.andreamorim.com.br

Anhanguera

3ª Aula – Juros compostos e taxa equivalente

MAT.FIN

André Amorim
Finanças Corporativas

Anhanguera

3ª Aula – Juros compostos e taxa equivalente

MAT.FIN

Nesta seção vamos aprender o regime de capitalização composto ou exponencial, em que os juros incidem sobre o principal e os juros dos períodos anteriores.

Também estudaremos as taxas equivalentes, que podem ser comparadas quando aplicadas a períodos de tempo diferentes, e algumas aplicações práticas da capitalização composta no mercado financeiro.

O regime de juros compostos é o mais comum no sistema financeiro e o mais útil para cálculos de problemas do dia a dia. Aplicamos seu conceito e cálculos em financiamentos, investimentos, compras parceladas a longo prazo, entre outros.

No regime de capitalização composta ou exponencial, os juros são incorporados ao principal a cada período de pagamento, que chamamos de período de capitalização.

Esse regime difere do regime de capitalização de juros simples estudado nas seções anteriores, pois considera o resgate dos juros a cada período.

Já na capitalização composta, os juros são calculados sobre o valor corrigido do período anterior e a taxa de juros varia exponencialmente em função do tempo.

3ª Aula – Juros compostos e taxa equivalente

MAT.FIN

As interpretações dos termos capital, montante e juros são as mesmas estudadas na Seção 1.1.

Capital (C): quantidade de recurso financeiro disponível ou exigido no ato de uma operação financeira, compra ou aplicação. O capital também é denominado como Valor Presente (VP) e Valor Atual (VA).

Montante (M): também denominado como Valor Futuro (VF), é o resultado futuro de operações financeiras realizadas com o capital.

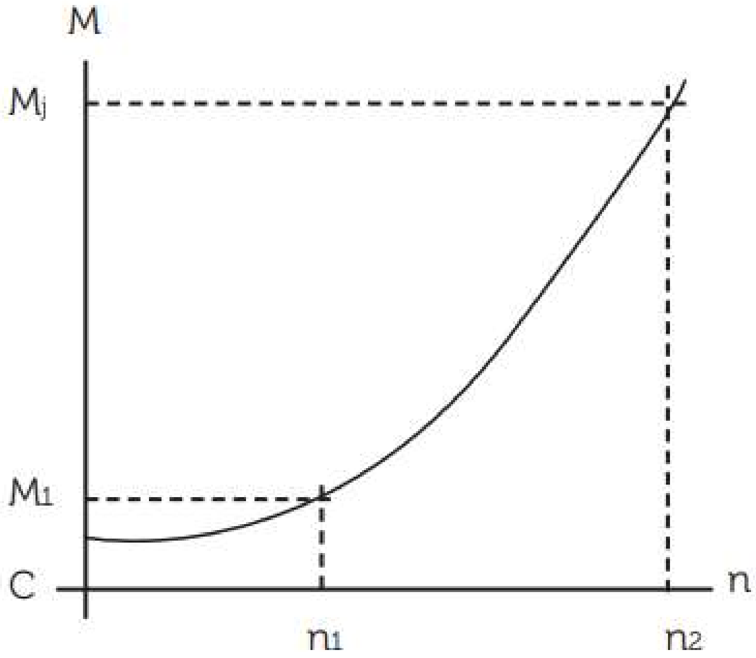
Juros (J): são as compensações financeiras nas operações realizadas, representando um acréscimo

André Amorim
Finanças Corporativas

Anhanguera

Juros Compostos É uma relação exponencial, conforme Figura 1.11:

Figura 1.11 | Representação gráfica dos juros compostos



Fonte: o autor (2015).

Juros Compostos É uma relação exponencial, conforme Figura 1.11:

A equação matemática é dada por:

$M = C(1+i)^n$

i = taxa de juros

n = prazo da operação financeira

$M = C(1+i)^n$

Podemos dizer que essa é a Equação do Montantes com Juros Compostos.

A equação matemática é dada por:

$M = C(1+i)^n$

i = taxa de juros

n = prazo da operação financeira

$M = C(1+i)^n$

Algumas situações em que vamos negociar uma compra ou serviço exigem uma entrada financeira, nesse caso não há grande alteração no cálculo.

O capital passa a ser o valor à vista menos a entrada, assim:

$$C = AV - E$$

AV = valor à vista.

E = entrada.

E a Equação Geral dos Juros Compostos não sofre alteração:

$$M = C(1+i)^n$$

Geralmente expressamos o prazo n de acordo com a unidade de tempo da taxa.

Mas poderíamos também expressar i de acordo com a unidade usada para n.

Em algumas situações teremos que escolher uma entre duas taxas para aplicação, por exemplo, uma anual e uma mensal.

Dessa forma, em ambas as situações teremos que ajustar a taxa de juros para adaptá-la ao período de capitalização.

Para realizar esse ajuste, devem ser calculadas as taxas equivalentes para diferentes períodos.

Mas o que é taxa equivalente em juros compostos?

Taxas equivalentes são as taxas de juros fornecidas em unidades de tempo diferentes.

Quando estas são aplicadas a um mesmo principal durante um mesmo prazo, produzem um mesmo montante acumulado, no regime de juros compostos.

Para a Taxa Equivalente, o conceito inicial de Período Comercial se mantém.

Período Comercial:

1 mês = 30 dias em qualquer mês do ano.

1 ano = 360 dias

Para a Taxa Equivalente, o conceito inicial de Período Comercial se mantém.

A Taxa Equivalente (i_{eq}) em Juros Compostos é dada por:

$$i_{eq} = (1+i)^{p/a} - 1$$

Ou

$$i_{eq} = \sqrt[a]{(1+i)^p} - 1$$

Onde:

a = período apresentado.

p = período pedido, ou desejado.

Atenção: para executar o cálculo devemos trabalhar com uma única unidade, a menor entre apresentada e pedida.

Para a Taxa Equivalente, o conceito inicial de Período Comercial se mantém.

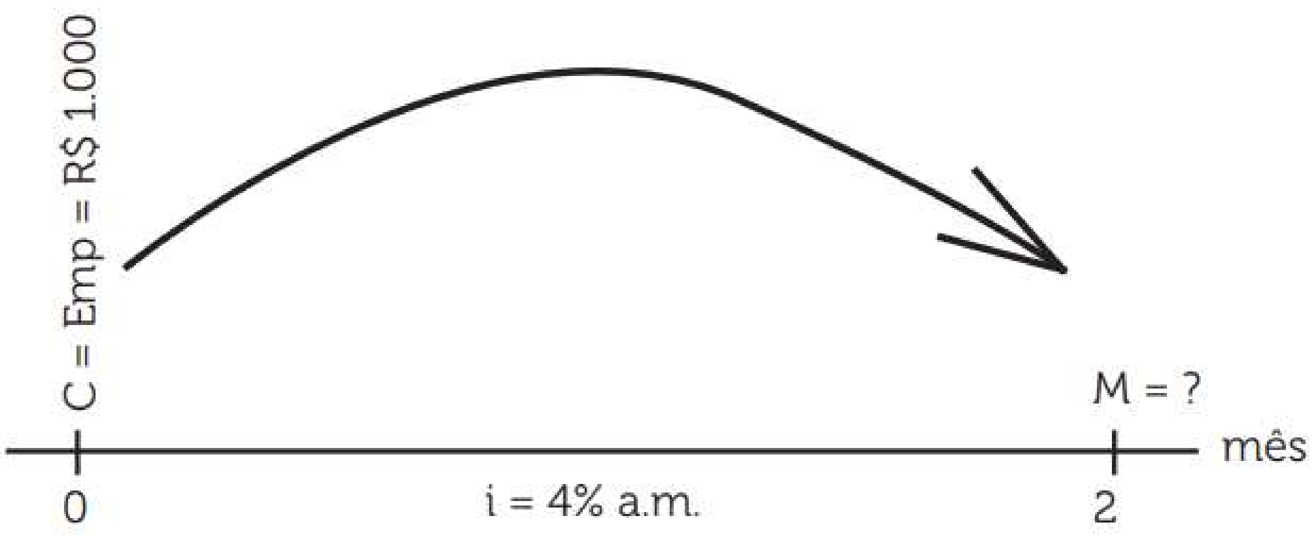
$$M = C(1+i)^n$$

$$C = AV - E$$

$$i_{eq} = (1+i)^{p/a} - 1$$

1. Uma pessoa tomou emprestado R$ 1.000,00 a uma taxa de juros compostos de 4% a.m. (ao mês), para pagar após dois meses. Determine o valor a ser pago pelo empréstimo.

Figura 1.12 | Diagrama representativo do problema



1. Uma pessoa tomou emprestado R$ 1.000,00 a uma taxa de juros compostos de 4% a.m. (ao mês), para pagar após dois meses. Determine o valor a ser pago pelo empréstimo.

Agora, vamos realizar o cálculo aplicando a equação geral dos juros compostos:

$$M = C(1+i)^n$$

$$M = 1000(1+0,04)^2$$

$$M = R\$1.081,60$$

2. Calcule a taxa equivalente em juros simples de 24% a.a (ao ano) em ao mês; e 1,5% a.m. (ao mês) em ao ano

Como explicado na teoria, temos que calcular com a menor unidade, nesse caso trabalharemos com mês:

a = 12; porque a taxa apresentada é ao ano e 1 ano = 12 meses.

p = 1; porque a taxa pedida é ao mês, ou em um mês.

$i^{eq} = (1+i)^{p/a} - 1$

2. Calcule a taxa equivalente em juros simples de 24% a.a (ao ano) em ao mês; e 1,5% a.m. (ao mês) em ao ano

$$i_{eq} = (1+0,24)^{1/12} - 1$$

$$i_{eq} = (1,24)^{1/12} - 1$$

$$i_{eq} = (1,24)^{0,0833} - 1$$

$$i_{eq} = 1,0181 - 1$$

$$i_{eq} = 0,0181 \text{ a.m.}$$

$$i_{eq} = 1,81\% \text{ a.m.}$$

Ou

$$i_{eq} = \sqrt[a]{(1+i)^p} - 1$$

$$i_{eq} = \sqrt[12]{(1+0,24)^1} -$$

$$i_{eq} = \sqrt[12]{1,24^1} - 1$$

$$i_{eq} = 1,0181 - 1$$

$$i_{eq} = 0,0181 \text{ a.m.}$$

$$i_{eq} = 1,81\% \text{ a.m.}$$

1,5% a.m. = ? a.a.

Como explicado na teoria, temos que calcular com a menor unidade, nesse caso trabalharemos com mês, assim:

$a = 1$; porque a taxa apresentada é ao mês, ou seja em um mês.

$p = 12$; porque a taxa pedida é ao ano, porque 1 ano = 12 meses.

1,5% a.m. = ? a.a.

Como explicado na teoria, temos que calcular com a menor unidade, nesse caso trabalharemos com mês, assim:

$$i_{eq} = (1+i)^{p/a} - 1$$

$$i_{eq} = (1+0,015)^{12/1} - 1$$

$$i_{eq} = (1,015)^{12/1} - 1$$

$$i_{eq} = (1,015)^{12} - 1$$

$$i_{eq} = 1,1956 - 1$$

$$i_{eq} = 0,1956 \text{ a.m.}$$

$$i_{eq} = 19,56\% \text{ a.m.}$$

Ou

$$i_{eq} = \sqrt[a]{(1+i)^p} - 1$$

$$i_{eq} = \sqrt[1]{(1+0,015)^{12}}$$

$$i_{eq} = \sqrt[1]{1,015^{12}} - 1$$

$$i_{eq} = 1,015^{12} - 1$$

$$i_{eq} = 1,1956 - 1$$

$$i_{eq} = 0,1956 \text{ a.m.}$$

$$i_{eq} = 19,56\% \text{ a.m.}$$

FIM