Métodos Quantitativos

André Amorim

Finanças Corporativas

contato@andreamorim.com.br

www.andreamorim.com.br

Anhanguera

9ª Aula – Noções de probabilidade

MQA

André Amorim
Finanças Corporativas

Anhanguera

Probabilidade

Qual é a chance de você ser atingido por um raio? E de ganhar na Mega Sena?

Pode parecer piada, mas é mais fácil ocorrer o primeiro do que o segundo acontecimento.

Probabilidade

As chances de acertar as seis dezenas são de uma para cada 50 milhões (aproximadamente).

Já as chances de ser atingido por um raio durante sua vida são de uma para cada 6.250, de acordo com a National Oceanic and Atmosferic Administration.

Probabilidade

A chance de ocorrência de determinado acontecimento é mensurada pela probabilidade, uma subárea da matemática que se tornou o pilar da estatística inferencial.

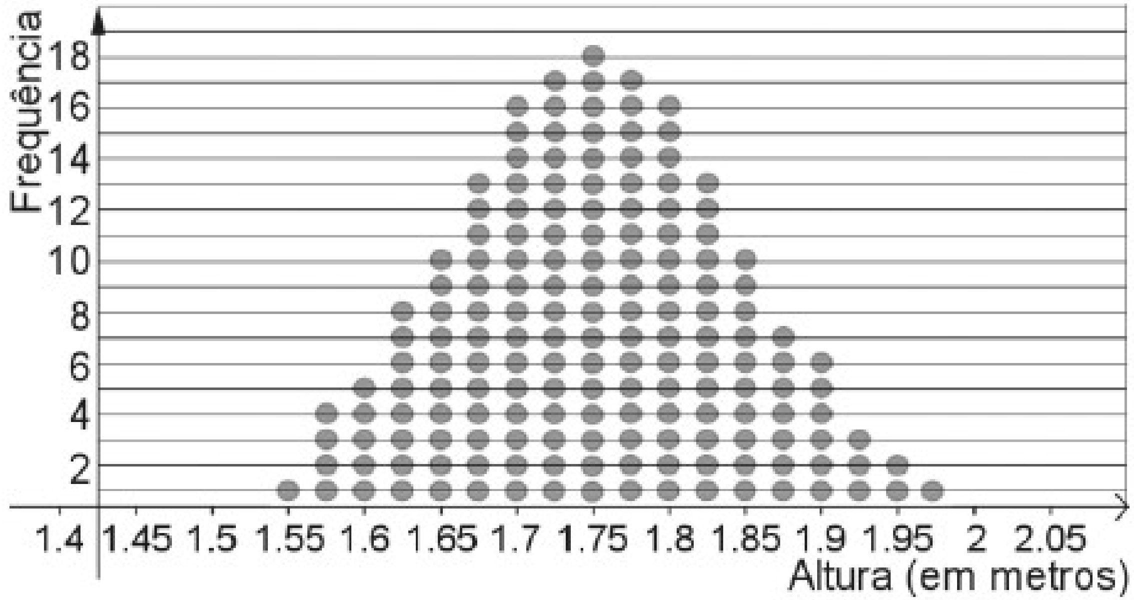
Probabilidade

Para ilustrarmos a ideia de probabilidade, considere o diagrama de dispersão representado na Figura 3.1, o qual se refere a uma amostragem de funcionários da empresa M.

Probabilidade

Nesse diagrama, pontos marcados sobre as marcas de escala no eixo horizontal referem-se àquele valor especifico (por exemplo, exatamente 1 funcionário declarou ter exatamente 1,55m).

Figura 3.1 | Frequência das alturas de uma amostra de 167 da empresa M

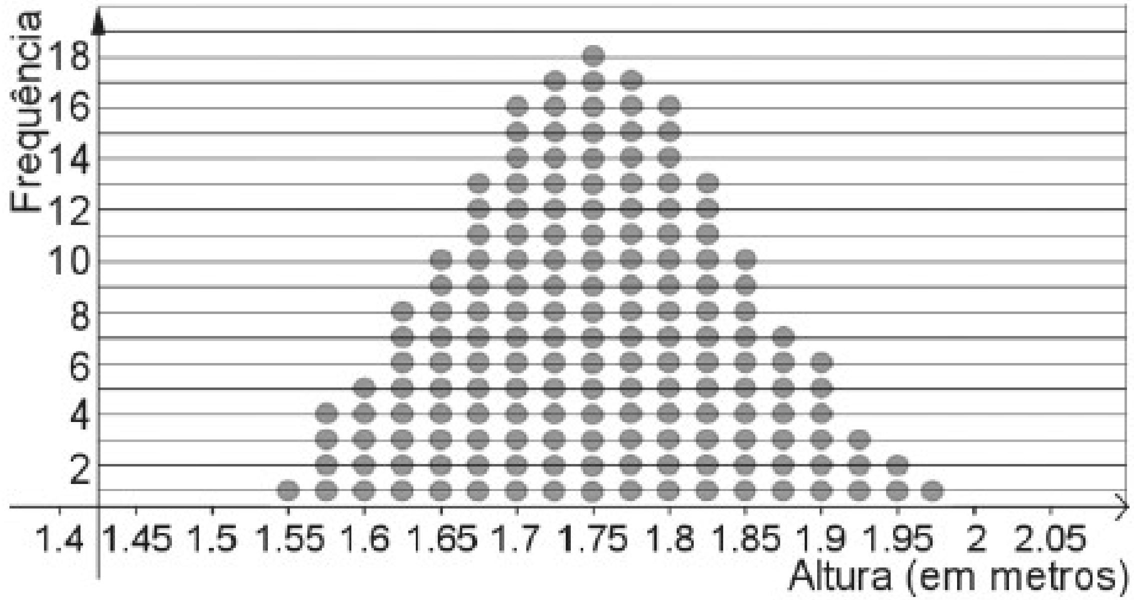


Fonte: O autor (2015)

Probabilidade

Já os pontos marcados entre duas marcas de escala referem-se a funcionários que declararam ter altura entre esses valores e não iguais a eles (por exemplo, exatamente 4 funcionários declararam ter mais de 1,55 m e menos de 1,60 m).

Figura 3.1 | Frequência das alturas de uma amostra de 167 da empresa M

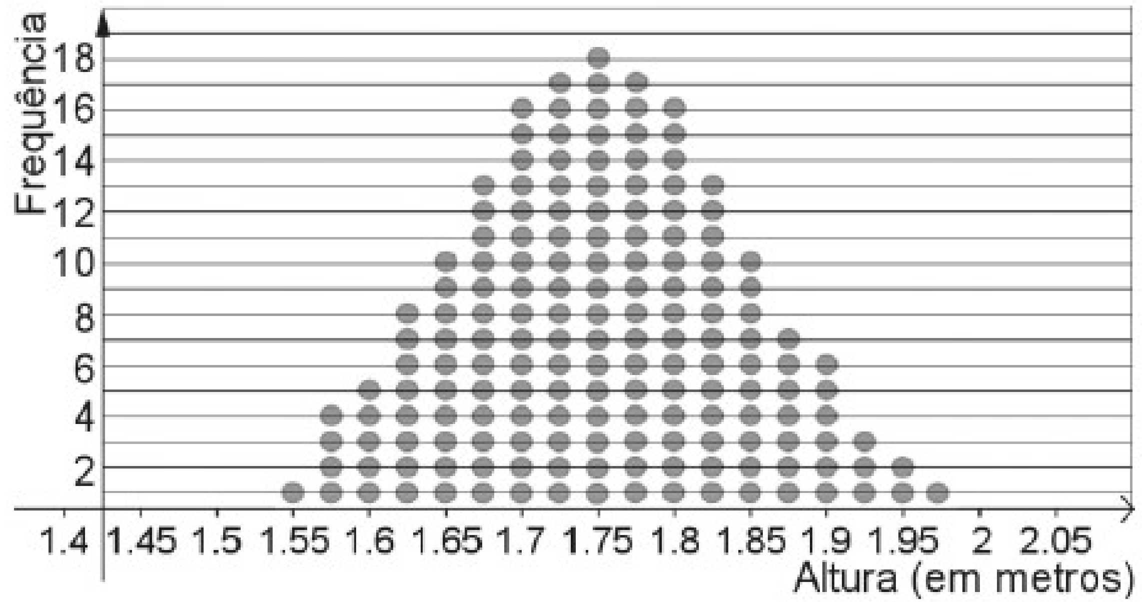


Fonte: O autor (2015)

Probabilidade

Já os pontos marcados entre duas marcas de escala referem-se a funcionários que declararam ter altura entre esses valores e não iguais a eles (por exemplo, exatamente 4 funcionários declararam ter mais de 1,55 m e menos de 1,60 m).

Figura 3.1 | Frequência das alturas de uma amostra de 167 da empresa M



Fonte: O autor (2015)

Probabilidade

- Como já foi descrito na Unidade 2, o diagrama de dispersão tenta dar uma ideia da distribuição dos valores de uma variável.

- Observando a Figura 3.1, por exemplo, podemos perceber que os valores estão concentrados em torno de 1,75m, e as frequências diminuem conforme nos afastamos desse valor.

Probabilidade

- Intuitivamente temos a impressão de que, ao selecionarmos aleatoriamente um funcionário dessa amostra, as chances de que ele tenha por volta de 1,75 m são maiores que as chances de que ele tenha por volta de 1,55 m.

Experimento

- Denominamos experimento todo e qualquer ato de experimentação (ou experiência) e investigação de determinado fenômeno sob condições controladas, a fim de observá-lo e classificá-lo.

- Como exemplo de experimento, temos a investigação da altura dos funcionários da empresa M.

Espaço amostral

- O conjunto de todos os resultados possíveis na investigação de uma variável em um experimento é denominado espaço amostral, o qual denotamos por Ω (ômega).

- O espaço amostral da variável altura é o intervalo que $\Omega = (0, \infty) = \{t \in \mathbb{R} | t > 0\}$ valores maiores que zero.

Ponto amostral

- Um valor específico pertencente a um espaço amostral é denominado ponto amostral. A altura 1,75 m é um exemplo de ponto amostral de Ω.

Evento

- Qualquer subconjunto de um espaço amostral e denominado evento. As alturas compreendidas entre 1,55 m e 1,75 m, por exemplo, compoem um evento.

Evento

- Medimos a chance de ocorrência de determinado evento utilizando a probabilidade.

- Simplificadamente, a probabilidade é um valor numérico, compreendido no intervalo $[0,1] = \{t \in \mathbb{R} | 0 \leq t \leq 1\}$ e calculado por meio da razão entre o número de resultados favoráveis ao evento em questão pelo total de resultados possíveis no espaço amostral.

Evento

- Quanto mais próximo de 0, menor é a chance de ocorrência de um evento; quanto mais próximo de 1, maior e a chance de ocorrência.

Exemplificando

- Considerando a Figura 3.1, qual é a probabilidade de, em um sorteio ao acaso, selecionarmos um funcionário da empresa M que possua altura maior ou igual a 1,85 m e menor que 1,90 m?

Exemplificando

- Considere o evento A = {alturas maiores ou iguais a 1,85 m e menores que 1,90 m}. Denotamos por n(A) o número de elementos do conjunto A, ou seja, o número de ocorrências de alturas no intervalo citado.
- Observando o diagrama de dispersão, vemos que n(A) = 17 (= 10 +7). Além disso, o espaço amostral Ω possui 167 elementos, ou seja, n(Ω) = 167.

Exemplificando

- Desse modo, a probabilidade de ocorrência do evento A é igual a:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{17}{167} \cong 0{,}102 = 10{,}2\%$$

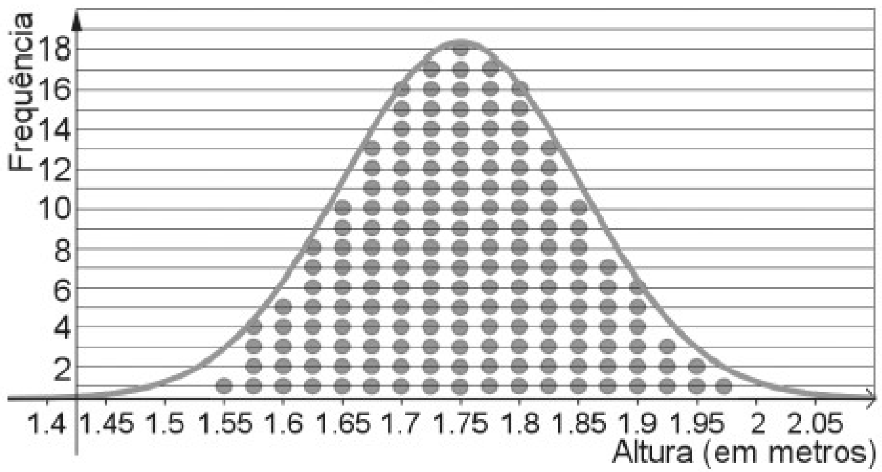
Exemplificando

- No exemplo anterior, denotando por X a variável altura e por x um ponto amostral qualquer, podemos simbolizar a probabilidade de ocorrência do evento A por P(A) = $P(1{,}85 \leq X < 1{,}90)$.

Curva normal

- Observando a Figura 3.1, você notou alguma peculiaridade? A forma como os pontos se distribuem se assemelha a algum objeto conhecido do mundo real?

Figura 3.2 | Frequência das alturas de uma amostra de 167 da empresa M - Curva normal

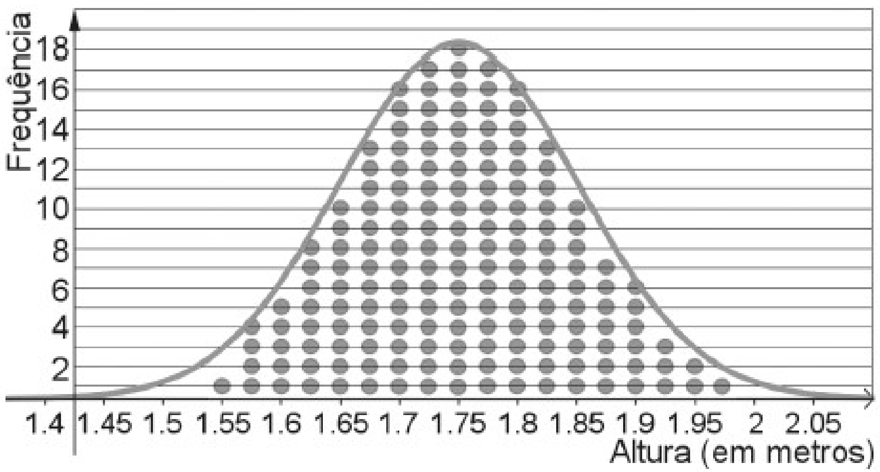


Fonte: O autor (2015)

Curva normal

- A linha contornando os pontos (denominada curva normal) obedece a uma regra matemática dada por uma função do tipo exponencial, descrita por

Figura 3.2 | Frequência das alturas de uma amostra de 167 da empresa M - Curva normal



Fonte: O autor (2015)

$$f(x;\ \mu,\sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2},\ -\infty < x < +\infty,$$

Atenção

$\bar{x}$: média amostral

$Var(X)$: variância amostral[1]

$Dp(X)$: desvio padrão amostral

μ: média populacional

σ^2: variância populacional

σ: desvio padrão populacional

Alguns autores também denotam a variância amostral por s^2 e o desvio padrão amostral
por s.

Atenção

A função f descrita anteriormente, chamada de **função densidade de probabilidade** (f.d.p.), é determinada pelos valores de μ e σ^2.

Sendo X uma variável que possui distribuição dos dados com formato de sino (caracterizada por μ e σ^2), simbolizamos $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ para descrever que X possui distribuição normal, com média μ e variância σ^2.

Atenção

Variáveis com distribuição normal são muito comuns na natureza.

Um dos principais estudiosos a observá-las foi Carl Friedrich Gauss (1777-1855) em seus trabalhos sobre astronomia por volta de 1810.

Motivo pelo qual alguns autores também denominam gaussiana essa distribuição.

Atenção

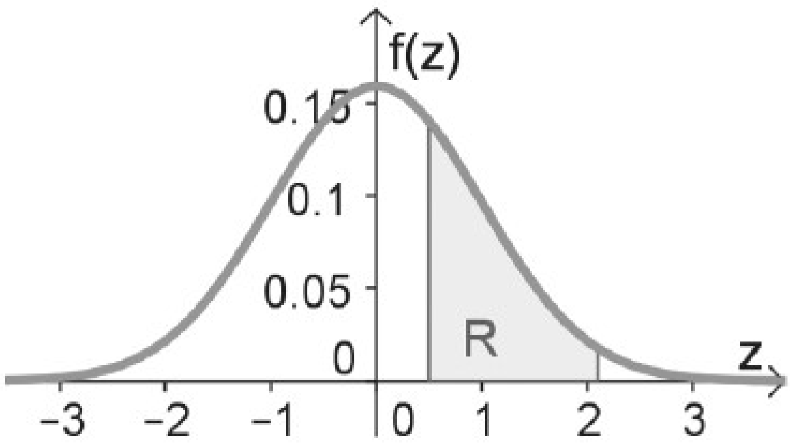
A probabilidade de ocorrência de um evento está diretamente ligada aos parâmetros μ e σ^2 provenientes da população.

Conhecendo esses valores, considerando dada variável com distribuição normal e um evento A, podemos calcular a probabilidade de ocorrência de A por meio do cálculo de uma área

Exemplificando

Identifique a área correspondente à probabilidade de ocorrência de
A = {Z > 0,5 e Z < 2,1}, sendo Z~N (0,1).

Figura 3.3 | Distribuição da variável *Z*



Fonte: O autor (2015)

FIM