Geometria Analítica

Licenciatura em Química

Semana 03 – aula 1
Decomposição de vetores no espaço

Prof. Henrique Antonio Mendonça Faria

Vetor no espaço

Um vetor $\vec{v}$ no espaço é construído como combinação linear de três vetores de base.

$$\vec{v} = a_1\overrightarrow{v_1} + a_2\overrightarrow{v_2} + a_3\overrightarrow{v_3}$$

Vetor no espaço

Um vetor $\vec{v}$ no espaço é construído como combinação linear de três vetores de base.

$$\vec{v} = a_1\overrightarrow{v_1} + a_2\overrightarrow{v_2} + a_3\overrightarrow{v_3}$$

a_1, a_2, a_3: são componentes de $\vec{v}$;

$\{\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}, \overrightarrow{v_3}\}$: são os vetores da base considerada.

Vetor na base canônica

$$\vec{v} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

Vetor na base canônica

$$\vec{v} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

x, y, z**:** componentes de $\vec{v}$;

$\mathbf{C} = \{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$: vetores da base canônica.

Vetor na base canônica

$$\vec{v} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

x, y, z: componentes de $\vec{v}$;

$\mathbf{C} = \{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$: vetores da base canônica.

Os vetores da base canônica $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ são ortogonais dois a dois.

Sistema Cartesiano Ortogonal Oxyz

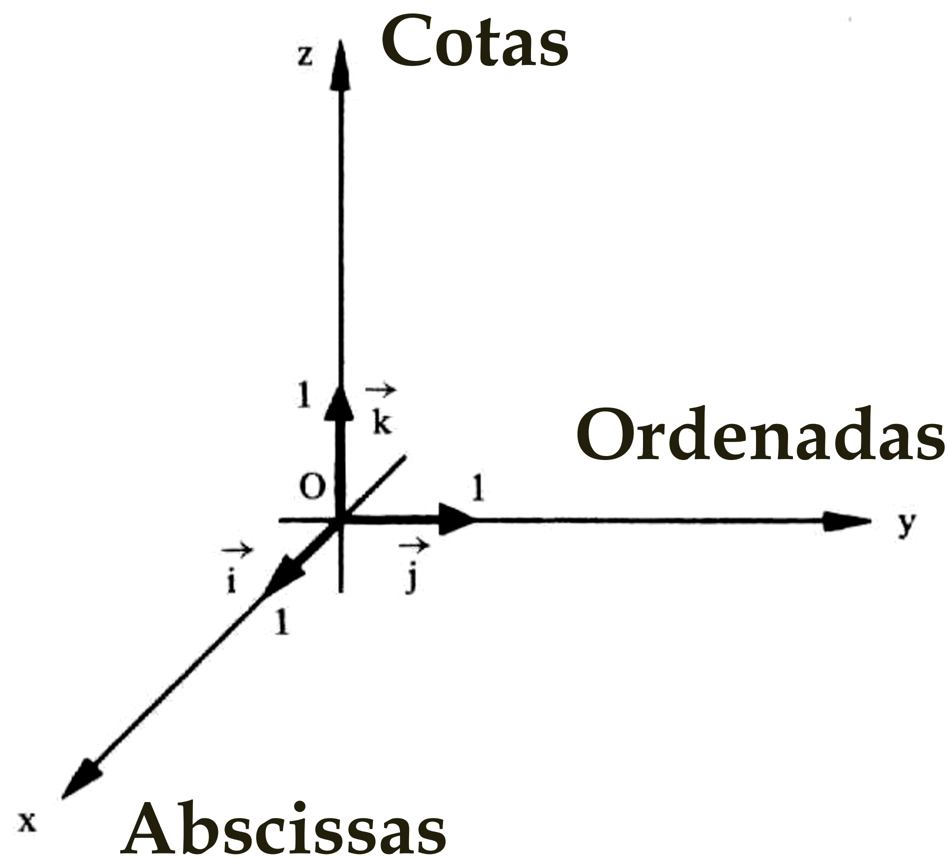


Figura 2.5-a

Eixos coordenados:

Sentido positivo a partir de **0** (origem)

Planos determinados por dupla de eixos

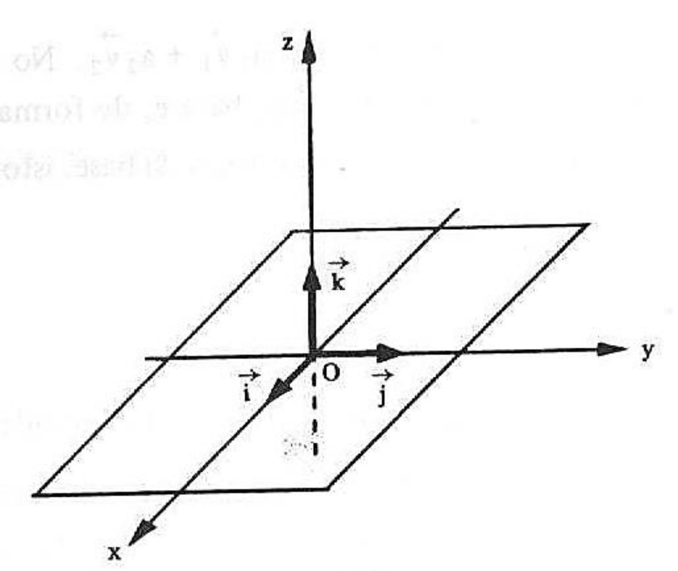


Figura 2.5-b

Eixos: x e y

Plano: **x0y**

Planos determinados por dupla de eixos

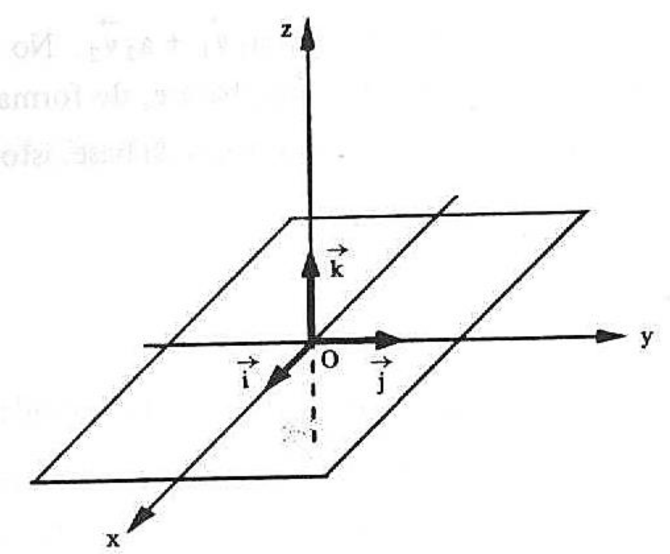


Figura 2.5-b

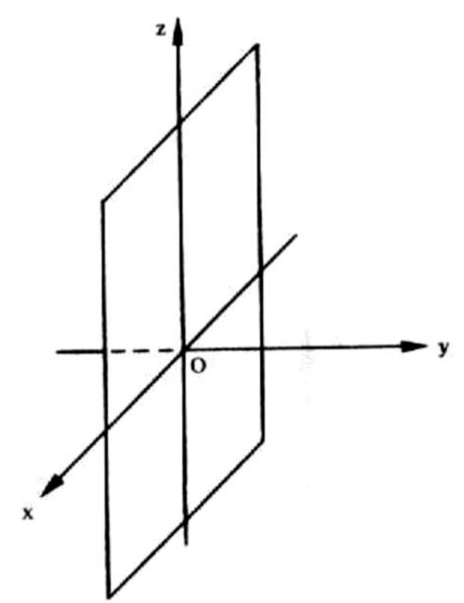


Figura 2.5-c

Eixos: x e y

Plano: **x0y**

Eixos: x e z

Plano: **x0z**

Planos determinados por dupla de eixos

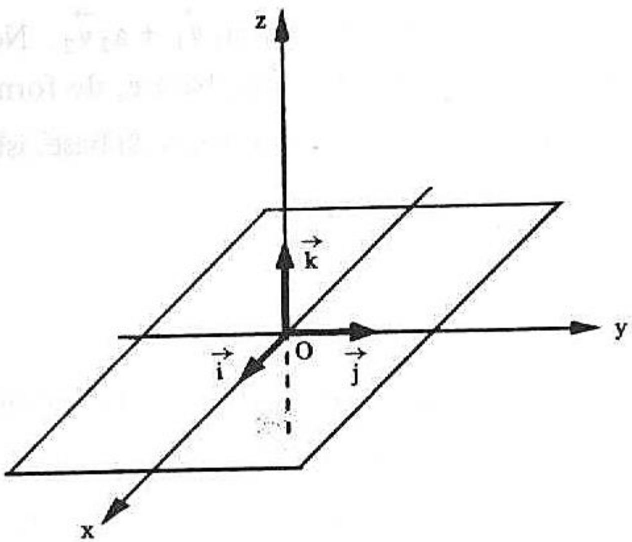


Figura 2.5-b

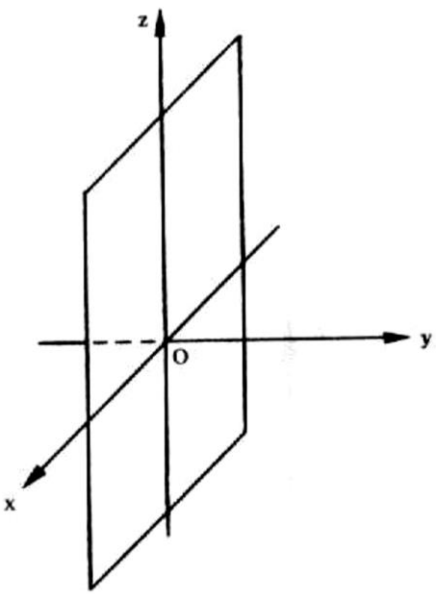


Figura 2.5-c

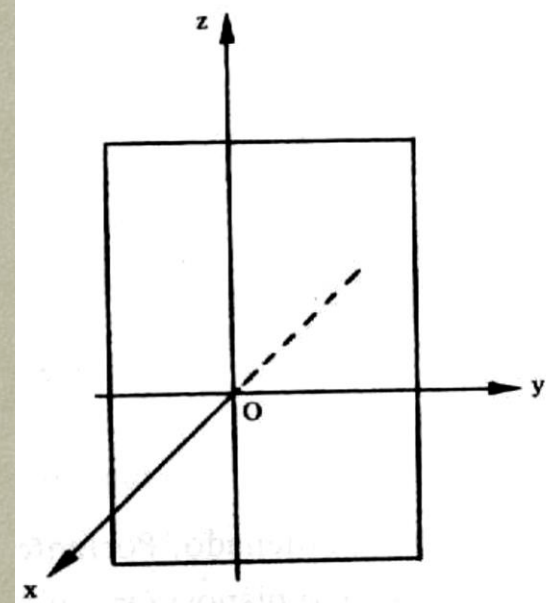


Figura 2.5-d

Eixos: x e y
Plano: **x0y**

Eixos: x e z
Plano: **x0z**

Eixos: y e z
Plano: **y0z**

Espaço dividido em oito Octantes

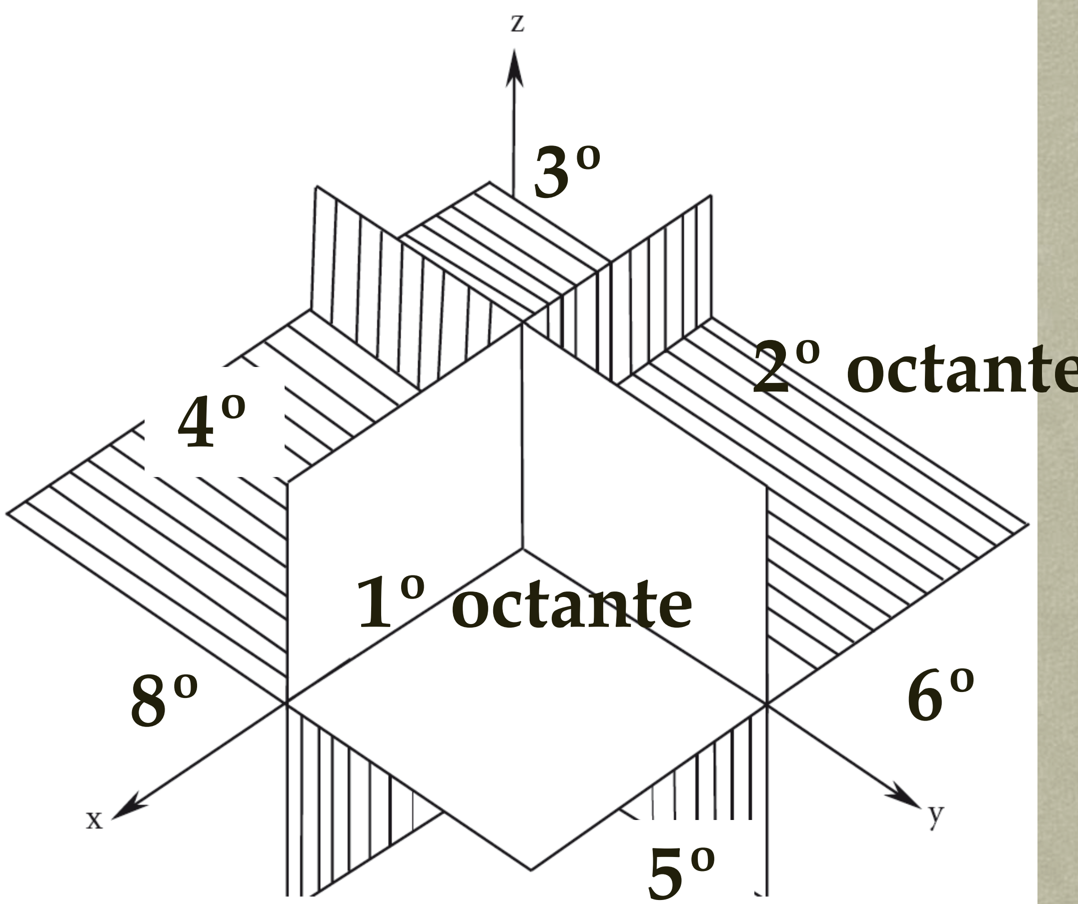


Figura 1.59

Winterle, 2 ed.

Representação de um ponto no espaço

$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z})$**:** terna de números reais;

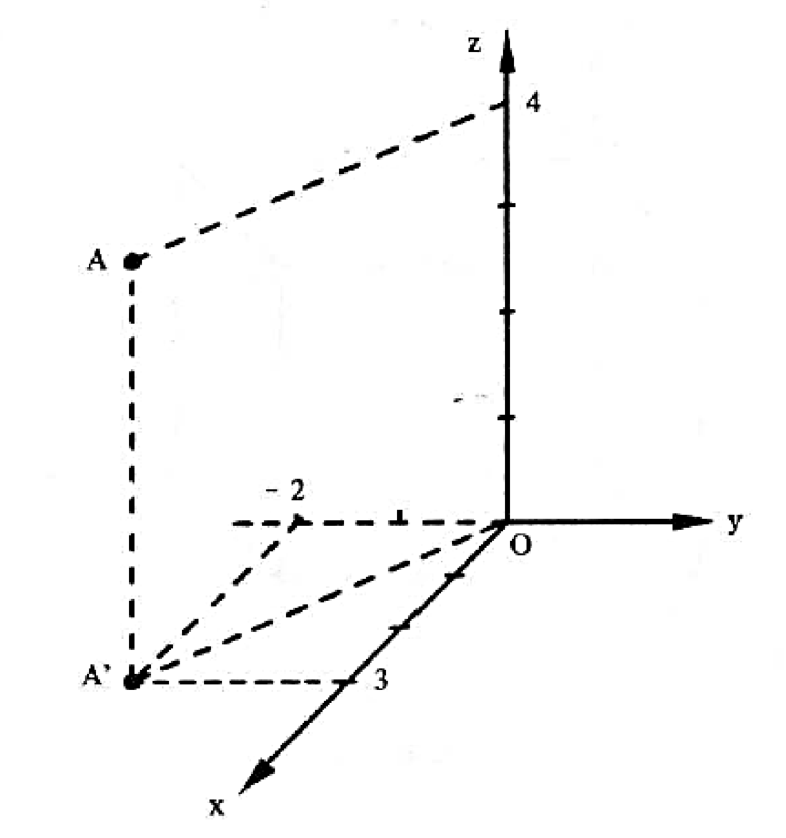


Figura 2.5-m

Como marcar o ponto

$\boldsymbol{A}(\mathbf{3,-2,\ 4})$?

Representação de um vetor em 0xyz

Seja um vetor $\vec{v} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, em que:

x, y, z são as componentes de $\vec{v}$ e

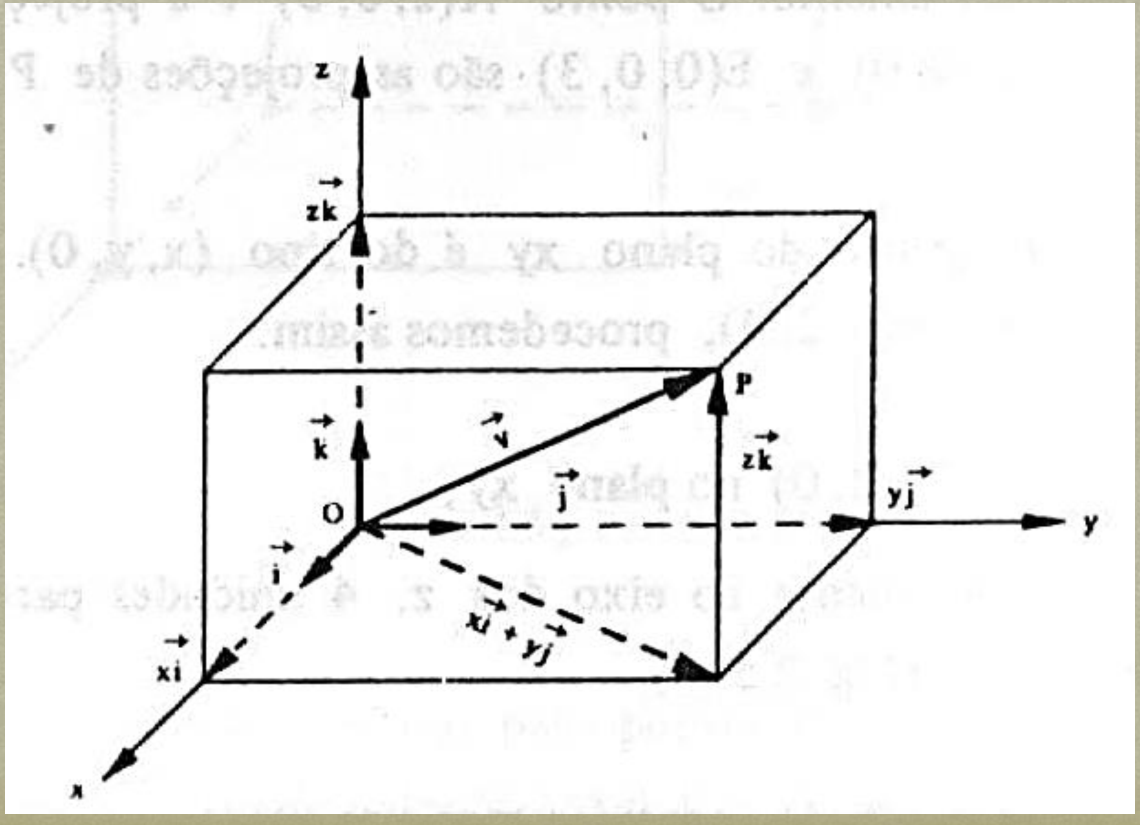
$\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ a base no sistema cartesiano ortogonal.

Representação de um vetor em 0xyz

Seja um vetor $\vec{v} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, em que:

x, y, z são as componentes de $\vec{v}$ e

$\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ a base no sistema cartesiano ortogonal.



Exemplo 1 – representação analítica

$a)\ \vec{v} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k} =$

$b)\ \vec{v} = 2\vec{i} - 3\vec{j} =$

$c)\ \vec{v} = 2\vec{j} - \vec{k} =$

$d)\ \vec{v} = 4\vec{k} =$

Em particular, os vetores da base canônica:

$\vec{i} =$ $\qquad$ $\vec{j} =$ $\qquad$ $\vec{k} =$

Exemplo 1 – representação analítica

a) $\vec{v} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k} = (2, -3, 1)$

b) $\vec{v} = 2\vec{i} - 3\vec{j} =$

c) $\vec{v} = 2\vec{j} - \vec{k} =$

d) $\vec{v} = 4\vec{k} =$

Em particular, os vetores da base canônica:

$\vec{i} =$ $\vec{j} =$ $\vec{k} =$

Exemplo 1 – representação analítica

a) $\vec{v} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k} = (2, -3, 1)$

b) $\vec{v} = 2\vec{i} - 3\vec{j} = (2, -3, 0)$

c) $\vec{v} = 2\vec{j} - \vec{k} =$

d) $\vec{v} = 4\vec{k} =$

Em particular, os vetores da base canônica:

$\vec{i} =$ $\qquad$ $\vec{j} =$ $\qquad$ $\vec{k} =$

Exemplo 1 – representação analítica

a) $\vec{v} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k} = (2, -3, 1)$

b) $\vec{v} = 2\vec{i} - 3\vec{j} = (2, -3, 0)$

c) $\vec{v} = 2\vec{j} - \vec{k} = (0, 2, -1)$

d) $\vec{v} = 4\vec{k} =$

Em particular, os vetores da base canônica:

$\vec{i} =$ $\vec{j} =$ $\vec{k} =$

Exemplo 1 – representação analítica

a) $\vec{v} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k} = (2, -3, 1)$

b) $\vec{v} = 2\vec{i} - 3\vec{j} = (2, -3, 0)$

c) $\vec{v} = 2\vec{j} - \vec{k} = (0, 2, -1)$

d) $\vec{v} = 4\vec{k} = (0, 0, 4)$

Em particular, os vetores da base canônica:

$\vec{i} =$ $\qquad\qquad$ $\vec{j} =$ $\qquad\qquad$ $\vec{k} =$

Exemplo 1 – representação analítica

a) $\vec{v} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k} = (2, -3, 1)$

b) $\vec{v} = 2\vec{i} - 3\vec{j} = (2, -3, 0)$

c) $\vec{v} = 2\vec{j} - \vec{k} = (0, 2, -1)$

d) $\vec{v} = 4\vec{k} = (0, 0, 4)$

Em particular, os vetores da base canônica:

$\vec{i} = (1, 0, 0)$ $\quad \vec{j} = (0, 1, 0)$ $\quad \vec{k} = (0, 0, 1)$

Espaço como conjunto de pontos ou conjunto de vetores

Figura 2.5-o

Unidimensional

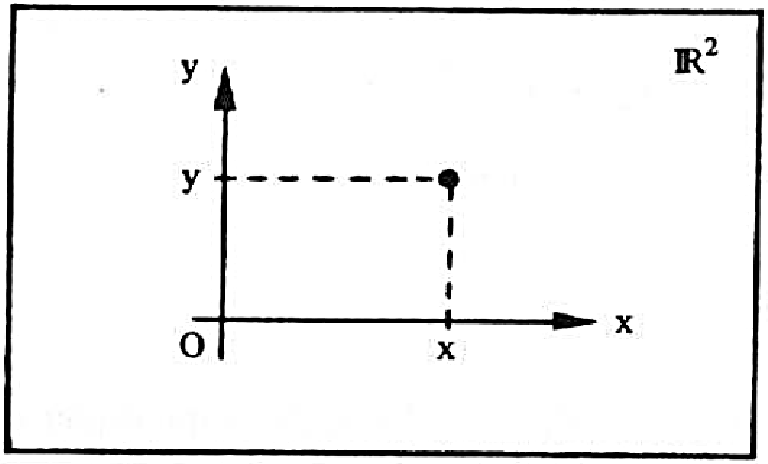
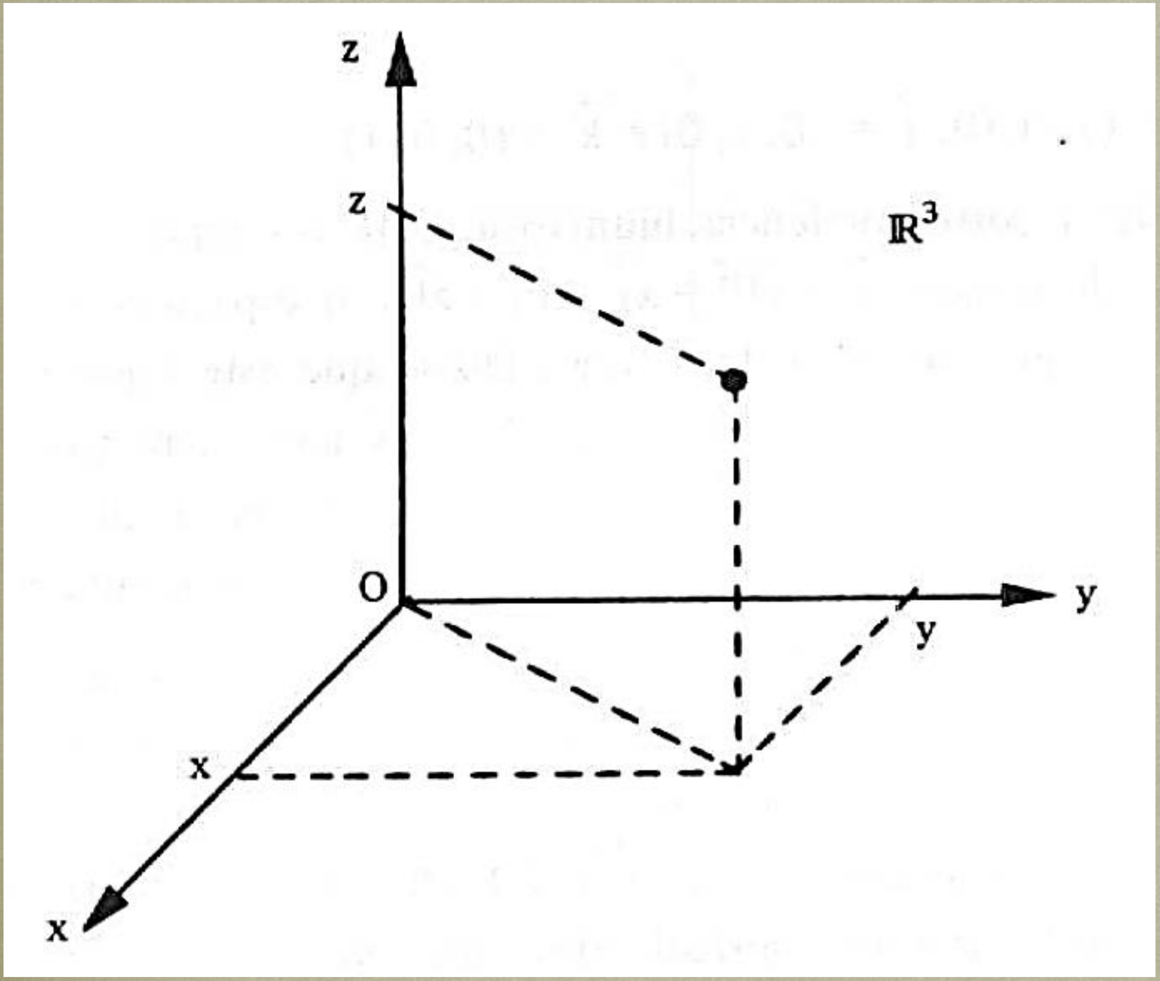


Figura 2.5-p

Bidimensional

Espaço como conjunto de pontos ou conjunto de vetores



Tridimensional

Exemplo 2

Dados os pontos $\mathbf{A}(\mathbf{0},\mathbf{1},-\mathbf{1})$ e $\mathbf{B}(\mathbf{1},\mathbf{2},-\mathbf{1})$, os vetores $\vec{\boldsymbol{u}} = (-\mathbf{2},-\mathbf{1},\mathbf{1})$, $\vec{\boldsymbol{v}} = (\mathbf{3},\mathbf{0},-\mathbf{1})$ e $\vec{\boldsymbol{w}} = (-\mathbf{2},\mathbf{2},\mathbf{2})$ verificar se existem os números $\boldsymbol{a_1}$, $\boldsymbol{a_2}$, $\boldsymbol{a_3}$ tais que:

$$\vec{\boldsymbol{w}} = \boldsymbol{a_1}\overrightarrow{\boldsymbol{AB}} + \boldsymbol{a_2}\vec{\boldsymbol{u}} + \boldsymbol{a_3}\vec{\boldsymbol{v}}$$

Resposta: $\vec{\boldsymbol{w}} = \mathbf{3}\overrightarrow{\boldsymbol{AB}} + \mathbf{1}\vec{\boldsymbol{u}} - \mathbf{1}\vec{\boldsymbol{v}}$

Igualdade, soma e multiplicação por escalar de um vetor no espaço

Sejam $\vec{\boldsymbol{u}} = (\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{y_1}, \boldsymbol{z_1})$, $\vec{\boldsymbol{v}} = (\boldsymbol{x_2}, \boldsymbol{y_2}, \boldsymbol{z_2})$ $\boldsymbol{a} \in \mathbb{R}$

Igualdade, soma e multiplicação por escalar de um vetor no espaço

Sejam $\vec{\boldsymbol{u}} = (\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{y_1}, \boldsymbol{z_1}),\ \vec{\boldsymbol{v}} = (\boldsymbol{x_2}, \boldsymbol{y_2}, \boldsymbol{z_2})\ \ \boldsymbol{a} \in \mathbb{R}$

I. Igualdade:

$$\vec{\boldsymbol{u}} = \vec{\boldsymbol{v}} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{x_1} = \boldsymbol{x_2}; \quad \boldsymbol{y_1} = \boldsymbol{y_2}; \quad \boldsymbol{z_1} = \boldsymbol{z_2}$$

Igualdade, soma e multiplicação por escalar de um vetor no espaço

Sejam $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$, $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$ $a \in \mathbb{R}$

I. Igualdade:

$$\vec{u} = \vec{v} \quad \Rightarrow \quad x_1 = x_2; \quad y_1 = y_2; \quad z_1 = z_2$$

II. Soma:

$$\vec{u} + \vec{v} = (x_1 + x_2,\ y_1 + y_2,\ z_1 + z_2)$$

Igualdade, soma e multiplicação por escalar de um vetor no espaço

Sejam $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$, $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$ $a \in \mathbb{R}$

I. **Igualdade:**

$$\vec{u} = \vec{v} \quad \Rightarrow \quad x_1 = x_2; \quad y_1 = y_2; \quad z_1 = z_2$$

II. **Soma:**

$$\vec{u} + \vec{v} = (x_1 + x_2,\ y_1 + y_2,\ z_1 + z_2)$$

III. **Multiplicação por escalar:**

$$\mathbf{a}\vec{u} = (ax_1, ay_1, az_1)$$

Paralelismo entre dois vetores no espaço

Se $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$ e $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$ são colineares ou paralelos, existe um número $k \in \mathbb{R}$ tal que:

$$\vec{u} = k\vec{v}$$

Paralelismo entre dois vetores no espaço

Se $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$ e $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$ são colineares ou paralelos, existe um número $k \in \mathbb{R}$ tal que:

$$\vec{u} = k\vec{v}$$

$$(x_1, y_1, z_1) = k(x_2, y_2, z_2)$$

Paralelismo entre dois vetores no espaço

Se $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$ e $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$ são colineares ou paralelos, existe um número $k \in \mathbb{R}$ tal que:

$$\vec{u} = k\vec{v}$$

$$(x_1, y_1, z_1) = k(x_2, y_2, z_2)$$

$$(x_1, y_1, z_1) = (kx_2, ky_2, kz_2)$$

Paralelismo entre dois vetores no espaço

Se $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$ e $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$ são colineares ou paralelos, existe um número $k \in \mathbb{R}$ tal que:

$$\vec{u} = k\vec{v}$$

$$(x_1, y_1, z_1) = k(x_2, y_2, z_2)$$

$$(x_1, y_1, z_1) = (kx_2, ky_2, kz_2)$$

$$x_1 = kx_2 \qquad y_1 = ky_2 \qquad z_1 = kz_2$$

Paralelismo entre dois vetores no espaço

Se $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$ e $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$ são colineares ou paralelos, existe um número $k \in \mathbb{R}$ tal que:

$$\vec{u} = k\vec{v}$$

$$(x_1, y_1, z_1) = k(x_2, y_2, z_2)$$

$$(x_1, y_1, z_1) = (kx_2, ky_2, kz_2)$$

$$x_1 = kx_2 \qquad y_1 = ky_2 \qquad z_1 = kz_2$$

$$\boxed{\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} = k}$$

Multiplicação de vetor por escalar

Dado um vetor $\vec{v} \neq \vec{0}$ no espaço e um número real $\boldsymbol{k} \neq \mathbf{0}$, chama-se produto do número real k pelo vetor $\vec{v}$, o vetor $\boldsymbol{k}\vec{v}$ no espaço tal que:

a) $|\boldsymbol{k}\vec{v}| = |\boldsymbol{k}|\,|\vec{v}|$

Multiplicação de vetor por escalar

Dado um vetor $\vec{\boldsymbol{v}} \neq \vec{\mathbf{0}}$ no espaço e um número real $\boldsymbol{k} \neq \mathbf{0}$, chama-se produto do número real k pelo vetor $\vec{\boldsymbol{v}}$, o vetor $\boldsymbol{k}\vec{\boldsymbol{v}}$ no espaço tal que:

a) $|\boldsymbol{k}\vec{\boldsymbol{v}}| = |\boldsymbol{k}|\,|\vec{\boldsymbol{v}}|$

b) $\boldsymbol{k}\vec{\boldsymbol{v}}$ é paralelo a $\vec{\boldsymbol{v}}$

Multiplicação de vetor por escalar

Dado um vetor $\vec{\boldsymbol{v}} \neq \vec{\boldsymbol{0}}$ no espaço e um número real $\boldsymbol{k} \neq \boldsymbol{0}$, chama-se produto do número real k pelo vetor $\vec{\boldsymbol{v}}$, o vetor $\boldsymbol{k}\vec{\boldsymbol{v}}$ no espaço tal que:

a) $|\boldsymbol{k}\vec{\boldsymbol{v}}| = |\boldsymbol{k}|\,|\vec{\boldsymbol{v}}|$

b) $\boldsymbol{k}\vec{\boldsymbol{v}}$ é paralelo a $\vec{\boldsymbol{v}}$

c) Se $\boldsymbol{k} > 0$, $\boldsymbol{k}\vec{\boldsymbol{v}}$ tem mesmo sentido de $\vec{\boldsymbol{v}}$

Multiplicação de vetor por escalar

Dado um vetor $\vec{\boldsymbol{v}} \neq \vec{\mathbf{0}}$ no espaço e um número real $\boldsymbol{k} \neq \mathbf{0}$, chama-se produto do número real k pelo vetor $\vec{\boldsymbol{v}}$, o vetor $\boldsymbol{k}\vec{\boldsymbol{v}}$ no espaço tal que:

a) $|\boldsymbol{k}\vec{\boldsymbol{v}}| = |\boldsymbol{k}|\,|\vec{\boldsymbol{v}}|$

b) $\boldsymbol{k}\vec{\boldsymbol{v}}$ é paralelo a $\vec{\boldsymbol{v}}$

c) Se $\boldsymbol{k} > 0$, $\boldsymbol{k}\vec{\boldsymbol{v}}$ tem mesmo sentido de $\vec{\boldsymbol{v}}$

Se $\boldsymbol{k} < 0$, $\boldsymbol{k}\vec{\boldsymbol{v}}$ tem sentido contrário de $\vec{\boldsymbol{v}}$

Multiplicação de vetor por escalar

Dado um vetor $\vec{\boldsymbol{v}} \neq \vec{\mathbf{0}}$ no espaço e um número real $\boldsymbol{k} \neq \mathbf{0}$, chama-se produto do número real k pelo vetor $\vec{\boldsymbol{v}}$, o vetor $\boldsymbol{k}\vec{\boldsymbol{v}}$ no espaço tal que:

a) $|\boldsymbol{k}\vec{\boldsymbol{v}}| = |\boldsymbol{k}|\,|\vec{\boldsymbol{v}}|$

b) $\boldsymbol{k}\vec{\boldsymbol{v}}$ é paralelo a $\vec{\boldsymbol{v}}$

c) Se $\boldsymbol{k} > 0$, $\boldsymbol{k}\vec{\boldsymbol{v}}$ tem mesmo sentido de $\vec{\boldsymbol{v}}$

Se $\boldsymbol{k} < 0$, $\boldsymbol{k}\vec{\boldsymbol{v}}$ tem sentido contrário de $\vec{\boldsymbol{v}}$

Se $\boldsymbol{k} = 0$ ou $\vec{\boldsymbol{v}} = \vec{\mathbf{0}}$, então: de $\boldsymbol{k}\vec{\boldsymbol{v}} = \vec{\mathbf{0}}$

Propriedades da multiplicação por escalar

Sejam $\vec{\boldsymbol{u}}, \vec{\boldsymbol{v}}$ vetores quaisquer no espaço e $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ números reais, então valem as propriedades:

I) $(ab)\vec{v} = a(b\vec{v})$

Propriedades da multiplicação por escalar

Sejam $\vec{\boldsymbol{u}}, \vec{\boldsymbol{v}}$ vetores quaisquer no espaço e $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ números reais, então valem as propriedades:

I) $$(ab)\vec{v} = a(b\vec{v})$$

II) $$(a+b)\vec{v} = a\vec{v} + b\vec{v}$$

Propriedades da multiplicação por escalar

Sejam $\vec{\boldsymbol{u}}, \vec{\boldsymbol{v}}$ vetores quaisquer no espaço e $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ números reais, então valem as propriedades:

I) $(ab)\vec{v} = a(b\vec{v})$

II) $(a+b)\vec{v} = a\vec{v} + b\vec{v}$

III) $a(\vec{u} + \vec{v}) = a\vec{u} + a\vec{v}$

Propriedades da multiplicação por escalar

Sejam $\vec{\boldsymbol{u}}, \vec{\boldsymbol{v}}$ vetores quaisquer no espaço e $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ números reais, então valem as propriedades:

I) $(ab)\vec{v} = a(b\vec{v})$

II) $(a+b)\vec{v} = a\vec{v} + b\vec{v}$

III) $a(\vec{u} + \vec{v}) = a\vec{u} + a\vec{v}$

IV) $1\vec{v} = \vec{v}$

Exemplo 3

Determinar os valores de $\boldsymbol{m}$ e $\boldsymbol{n}$ para que os vetores $\vec{\boldsymbol{u}} = (\boldsymbol{m} + \mathbf{1}, \mathbf{3}, \mathbf{1})$, $\vec{\boldsymbol{v}} = (\mathbf{4}, \mathbf{2}, \mathbf{2}\boldsymbol{n} - \mathbf{1})$ sejam paralelos.

Resposta: $\boldsymbol{m} = \mathbf{5}$ $\boldsymbol{e}$ $\boldsymbol{n} = \mathbf{5/6}$

Resolver os problemas propostos da p. 37:

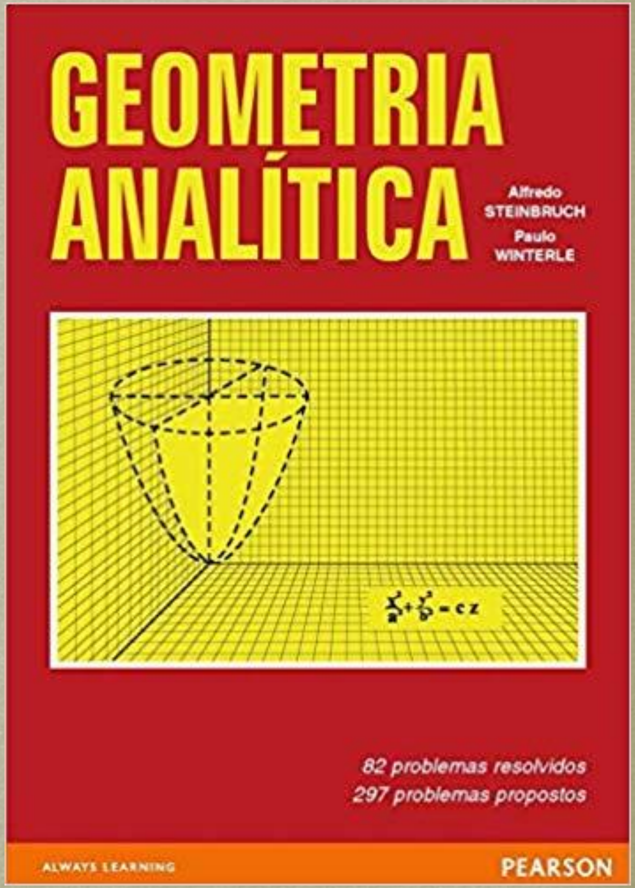
7, 9, 10*, 11, 12*, 13 e 15

Os exercícios marcados com asterisco * deverão ser entregues na semana

Bibliografia - GA

STEINBRUCH, A.; WINTERLE, P. Geometria Analítica. 2. Ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 1987.

Numeração dos exercícios com base na 2ª ed. ----->>



Contatos e material de apoio

profhenriquefaria.com

henrique.faria@unesp.br

Currículo Lattes http://lattes.cnpq.br/1614784455223743