Geometria Analítica

Engenharias

Semana 05 – Aula 2
Equações simétricas e reduzidas da reta

Prof. Henrique Antonio Mendonça Faria

henrique.faria@unesp.br

Equações paramétricas de um segmento de reta

Seja $\boldsymbol{r}$ uma reta que passa pelos pontos $\boldsymbol{A(3,-1,-2)}$ e $\boldsymbol{B(1,2,4)}$ as equações paramétricas dessa reta são:

Equações paramétricas de um segmento de reta

Seja $\boldsymbol{r}$ uma reta que passa pelos pontos $\boldsymbol{A(3,-1,-2)}$ e $\boldsymbol{B(1,2,4)}$ as equações paramétricas dessa reta são:

$$\vec{\boldsymbol{v}} = \overrightarrow{\boldsymbol{AB}} = \boldsymbol{B} - \boldsymbol{A} = (\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{4}) - (\mathbf{3}, -\mathbf{1}, -\mathbf{2}) = (-\mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{6})$$

Equações paramétricas de um segmento de reta

Seja $\boldsymbol{r}$ uma reta que passa pelos pontos $\boldsymbol{A(3,-1,-2)}$ e $\boldsymbol{B(1,2,4)}$ as equações paramétricas dessa reta são:

$$\vec{\boldsymbol{v}} = \overrightarrow{\boldsymbol{AB}} = \boldsymbol{B - A = (1,2,4) - (3,-1,-2) = (-2,3,6)}$$

$$r: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = -2 + 6t \end{cases}$$

Equações paramétricas de um segmento de reta

Se um segmento de reta $\boldsymbol{AB}$ está contido em $\boldsymbol{r}$, as equações paramétricas desse segmento são as mesmas, porém com $0 \leq \boldsymbol{t} \leq \mathbf{1}$, ou seja:

Equações paramétricas de um segmento de reta

Se um segmento de reta $\boldsymbol{AB}$ está contido em $\boldsymbol{r}$, as equações paramétricas desse segmento são as mesmas, porém com $0 \leq \boldsymbol{t} \leq \mathbf{1}$, ou seja:

$$r: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = -2 + 6t \end{cases}$$

Equações paramétricas de um segmento de reta

Se um segmento de reta $\boldsymbol{AB}$ está contido em $\boldsymbol{r}$, as equações paramétricas desse segmento são as mesmas, porém com $0 \leq \boldsymbol{t} \leq \mathbf{1}$, ou seja:

$$r: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = -2 + 6t \end{cases}$$

$$para\ t = 0 \qquad (x, y, z) = (3, -1, -2) = A$$

$$para\ t = 1 \qquad (x, y, z) = (1, 2, 4) = B$$

Equações paramétricas de um segmento de reta

Se um segmento de reta $\boldsymbol{AB}$ está contido em $\boldsymbol{r}$, as equações paramétricas desse segmento são as mesmas, porém com $0 \leq \boldsymbol{t} \leq \mathbf{1}$, ou seja:

$$r: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = -2 + 6t \end{cases}$$

$$para\ t = 0 \qquad (x, y, z) = (3, -1, -2) = A$$

$$para\ t = 1 \qquad (x, y, z) = (1, 2, 4) = B$$

$P = A + t(B - A)$ Equação vetorial do segmento AB

Equações paramétricas de um segmento de reta

Se um segmento de reta $\boldsymbol{AB}$ está contido em $\boldsymbol{r}$, as equações paramétricas desse segmento são as mesmas, porém com $0 \leq \boldsymbol{t} \leq \mathbf{1}$, ou seja:

$$r: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = -2 + 6t \end{cases}$$

$$para\ t = 0 \qquad (x, y, z) = (3, -1, -2) = A$$

$$para\ t = 1 \qquad (x, y, z) = (1, 2, 4) = B$$

$P = A + t(B - A)$ Equação vetorial do segmento AB

Equações simétricas da Reta

Sejam $\boldsymbol{A(x_1, y_1, z_1)}, \vec{\boldsymbol{v}} = (\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c})$ e $\boldsymbol{t} \in \mathbb{R}$.

As equações simétricas da Reta são

Equações simétricas da Reta

Sejam $\boldsymbol{A(x_1, y_1, z_1)}, \vec{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{(a, b, c)}$ e $\boldsymbol{t} \in \mathbb{R}$.

As equações simétricas da Reta são

$$r: \begin{cases} x = x_1 + at \\ y = y_1 + bt \\ z = z_1 + ct \end{cases}$$

Equações simétricas da Reta

Sejam $\boldsymbol{A(x_1, y_1, z_1)}, \vec{\boldsymbol{v}} = (\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c})$ e $\boldsymbol{t} \in \mathbb{R}$.

As equações simétricas da Reta são

$$r: \begin{cases} x = x_1 + at \\ y = y_1 + bt \\ z = z_1 + ct \end{cases} \qquad t = \frac{x - x_1}{a}$$

Equações simétricas da Reta

Sejam $\boldsymbol{A(x_1, y_1, z_1)}, \vec{\boldsymbol{v}} = (\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c})$ e $\boldsymbol{t} \in \mathbb{R}$.

As equações simétricas da Reta são

$$r: \begin{cases} x = x_1 + at \\ y = y_1 + bt \\ z = z_1 + ct \end{cases} \qquad t = \frac{x - x_1}{a} = \frac{y - y_1}{b}$$

Equações simétricas da Reta

Sejam $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{y_1}, \boldsymbol{z_1}), \vec{\boldsymbol{v}} = (\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c})$ e $\boldsymbol{t} \in \mathbb{R}$.

As equações simétricas da Reta são

$$r: \begin{cases} x = x_1 + at \\ y = y_1 + bt \\ z = z_1 + ct \end{cases} \qquad t = \frac{x - x_1}{a} = \frac{y - y_1}{b} = \frac{z - z_1}{c}$$

Equações simétricas da Reta

Sejam $\boldsymbol{A(x_1, y_1, z_1), \vec{v} = (a, b, c)}$ e $\boldsymbol{t} \in \mathbb{R}$.

As equações simétricas da Reta são

$$r: \begin{cases} x = x_1 + at \\ y = y_1 + bt \\ z = z_1 + ct \end{cases} \qquad t = \frac{x - x_1}{a} = \frac{y - y_1}{b} = \frac{z - z_1}{c}$$

$$\frac{x - x_1}{a} = \frac{y - y_1}{b} = \frac{z - z_1}{c}$$

Equações simétricas da reta

Exemplo 1

A reta r passa por $\boldsymbol{A(3, 0, -5)}$ e tem direção de $\boldsymbol{\vec{v} = (2, 2, -1)}$.

A) Obter as equações simétricas dessa reta;

B) Encontrar o ponto $\boldsymbol{P(5, y, z)}$ pertencente a r.

Equações reduzidas da reta

Sejam $\boldsymbol{A(2,-4,-3)}$ e $\vec{\boldsymbol{v}} = (\boldsymbol{1,2,-3})$. É possível reduzir as equações simétricas da reta para duas variáveis em função da terceira. Exemplo

Equações reduzidas da reta

Sejam $\boldsymbol{A(2,-4,-3)}$ e $\vec{\boldsymbol{v}} = (\mathbf{1},\mathbf{2},-\mathbf{3})$. É possível reduzir as equações simétricas da reta para duas variáveis em função da terceira. Exemplo

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+3}{-3}$$

Equações reduzidas da reta

Sejam $\boldsymbol{A(2,-4,-3)}$ e $\vec{\boldsymbol{v}} = (\mathbf{1}, \mathbf{2}, -\mathbf{3})$. É possível reduzir as equações simétricas da reta para duas variáveis em função da terceira. Exemplo

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+3}{-3}$$

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{2}$$

Equações reduzidas da reta

Sejam $\boldsymbol{A(2,-4,-3)}$ e $\vec{\boldsymbol{v}} = (\mathbf{1}, \mathbf{2}, -\mathbf{3})$. É possível reduzir as equações simétricas da reta para duas variáveis em função da terceira. Exemplo

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+3}{-3}$$

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{2} \qquad \Longrightarrow \qquad 2x-8=y$$

Equações reduzidas da reta

Sejam $\boldsymbol{A(2,-4,-3)}$ e $\vec{\boldsymbol{v}} = (\boldsymbol{1,2,-3})$. É possível reduzir as equações simétricas da reta para duas variáveis em função da terceira. Exemplo

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+3}{-3}$$

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{2} \qquad \Longrightarrow \qquad 2x - 8 = y$$

$$\frac{x-2}{1} = \frac{z+3}{-3} \qquad \Longrightarrow \qquad -3x + 3 = z$$

Equações reduzidas da reta

Sejam $\boldsymbol{A(2,-4,-3)}$ e $\vec{\boldsymbol{v}} = (\boldsymbol{1},\boldsymbol{2},-\boldsymbol{3})$. É possível reduzir as equações simétricas da reta para duas variáveis em função da terceira. Exemplo

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+3}{-3}$$

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{2} \quad \Longrightarrow \quad 2x - 8 = y$$

Equações reduzidas da reta

$$\frac{x-2}{1} = \frac{z+3}{-3} \quad \Longrightarrow \quad -3x + 3 = z$$

Equações reduzidas consequências

- $P(x, 2x - 8, -3x + 3)$ pertence a r;

Equações reduzidas consequências

- $P(x, 2x - 8, -3x + 3)$ pertence a r;
- As equações reduzidas podem ser expressas nas variáveis $\boldsymbol{y}$ ou $\boldsymbol{z}$ pelo mesmo procedimento ;

Equações reduzidas consequências

- $P(x, 2x - 8, -3x + 3)$ pertence a r;
- As equações reduzidas podem ser expressas nas variáveis y ou z pelo mesmo procedimento ;
- Para encontrar o vetor diretor de r:

$$\begin{cases} 2x - 8 = y \\ -3x + 3 = z \end{cases}$$

Equações reduzidas consequências

- $P(x, 2x-8, -3x+3)$ pertence a r;
- As equações reduzidas podem ser expressas nas variáveis y ou z pelo mesmo procedimento ;
- Para encontrar o vetor diretor de r:

$$\begin{cases} 2x-8=y \\ -3x+3=z \end{cases} \quad \text{para } x=0 \quad \rightarrow \quad y=-8 \;\; e\; z=3$$

Equações reduzidas consequências

- $P(x, 2x - 8, -3x + 3)$ pertence a r;
- As equações reduzidas podem ser expressas nas variáveis y ou z pelo mesmo procedimento ;
- Para encontrar o vetor diretor de r:

$$\begin{cases} 2x - 8 = y & \text{para } x = 0 \quad \rightarrow \quad y = -8 \;\; e\; z = 3 \\ -3x + 3 = z & \text{para } x = 1 \quad \rightarrow \quad y = -6 \;\; e\; z = 0 \end{cases}$$

Equações reduzidas consequências

- $P(x, 2x-8, -3x+3)$ pertence a r;
- As equações reduzidas podem ser expressas nas variáveis y ou z pelo mesmo procedimento ;
- Para encontrar o vetor diretor de r:

$$\begin{cases} 2x - 8 = y & \text{para } x = 0 \quad \rightarrow \quad y = -8 \;\; e \; z = 3 \\ -3x + 3 = z & \text{para } x = 1 \quad \rightarrow \quad y = -6 \;\; e \; z = 0 \end{cases}$$

$$A(0, -8, 3) \quad e \quad B(1, -6, 0) \qquad \rightarrow \qquad \overrightarrow{AB} = (1, 2, -3)$$

Exemplo 2

Determinar o ponto da reta $r: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+3}{-1} = \dfrac{z}{4}$

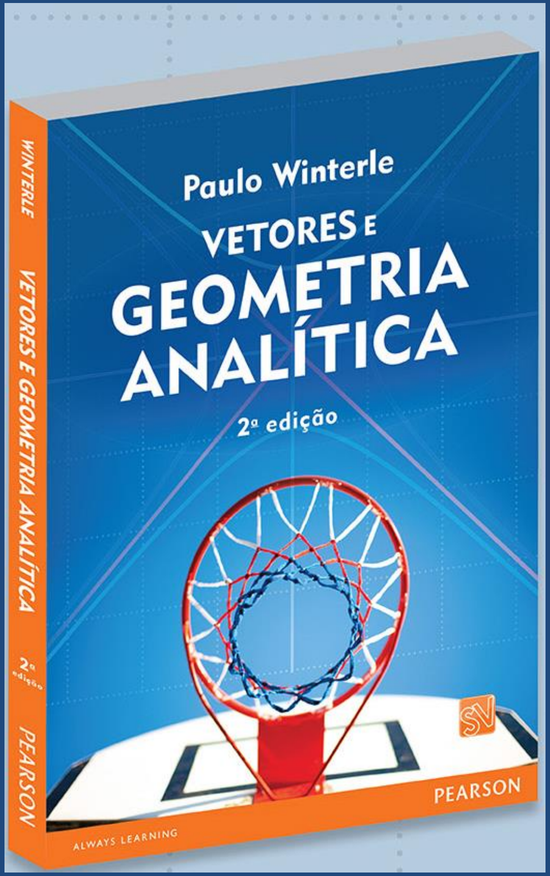
a) Que possui abscissa 5;

b) Que possui ordenada 2.

Exercício

Escrever as equações reduzidadas na variável $\boldsymbol{z}$ da reta que passa por $\boldsymbol{A(-1, 6, 3)}$ e $\boldsymbol{B(2, 2, 1)}$.

Referência



WINTERLE, P. Vetores e Geometria Analítica. 2ª ed. São Paulo: Pearson, 2014.

Numeração dos exercícios com base na 2ª ed.

Contato

profhenriquefaria.com

henrique.faria@unesp.br