Geometria Analítica

Licenciatura em Química

Semana 06
Equações da reta

Prof. Henrique Antonio Mendonça Faria

4.1 Equação vetorial da reta

Seja uma reta r que passa pelo ponto $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{y_1}, \boldsymbol{z_1})$ e tem direção de um vetor não nulo $\vec{\boldsymbol{v}} = (\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c})$.

Sendo $\boldsymbol{t}$ um número real, só existe uma reta que passa por A e é paralela a $\vec{\boldsymbol{v}}$.

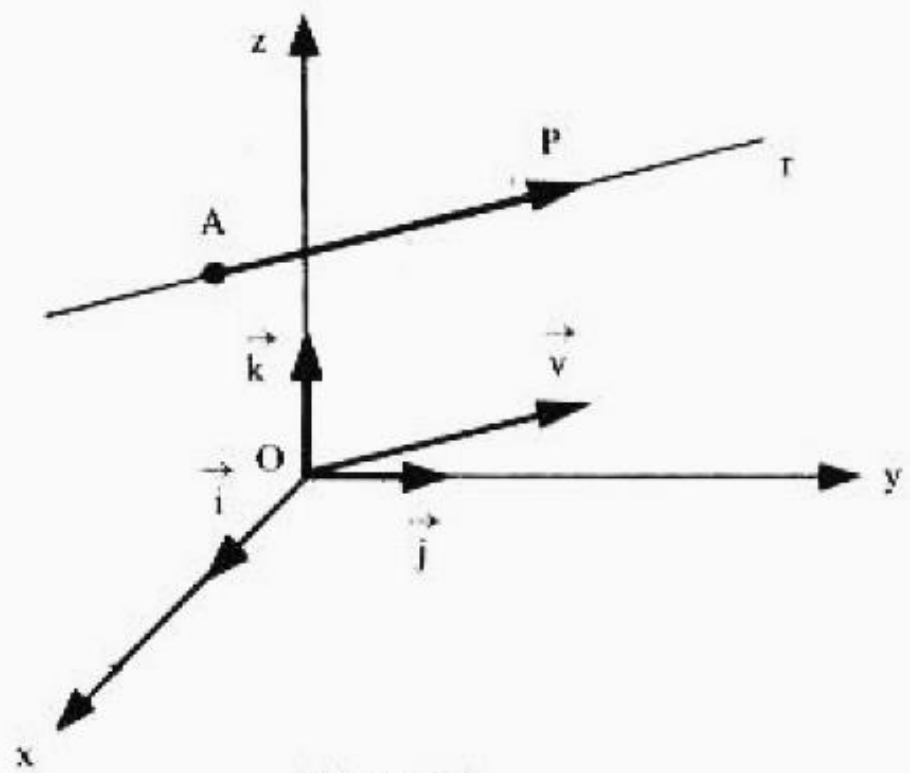


Figura 4.1

4.1 Equação vetorial da reta

Seja uma reta r que passa pelo ponto $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{y_1}, \boldsymbol{z_1})$ e tem direção de um vetor não nulo $\vec{\boldsymbol{v}} = (\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c})$.

Sendo $\boldsymbol{t}$ um número real, só existe uma reta que passa por A e é paralela a $\vec{\boldsymbol{v}}$.

$$\overrightarrow{AP} = t\vec{v}$$

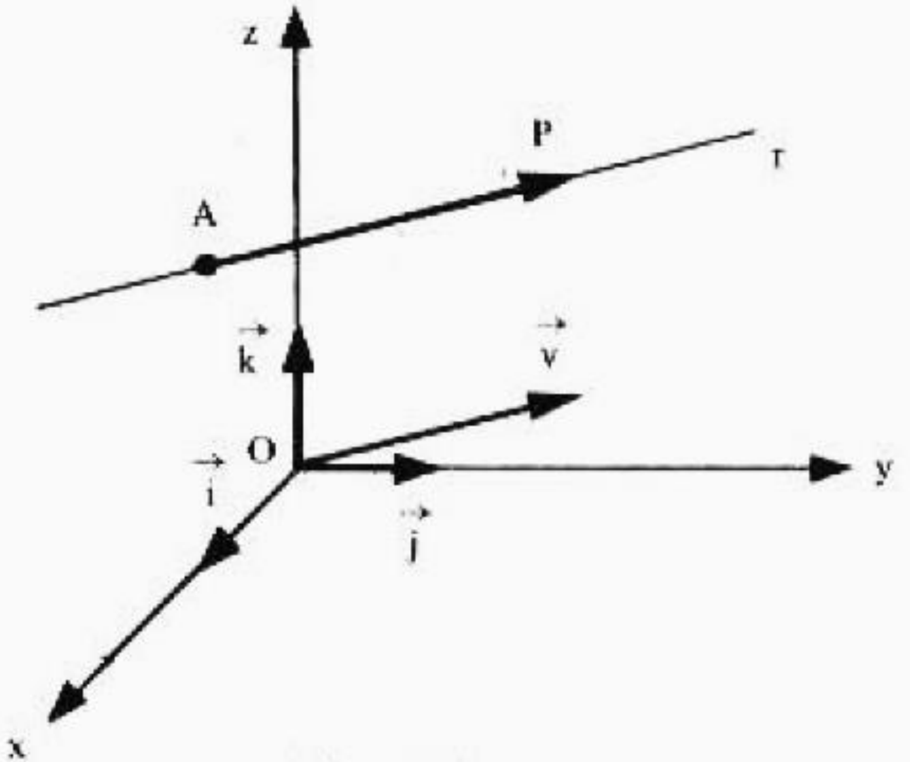


Figura 4.1

4.1 Equação vetorial da reta

Sendo: $\boldsymbol{A(x_1, y_1, z_1)}$,
$\boldsymbol{P(x, y, z)}, \vec{\boldsymbol{v}} = (\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c})$
e $\boldsymbol{t} \in \mathbb{R}$:

$$\overrightarrow{AP} = t\vec{v}$$

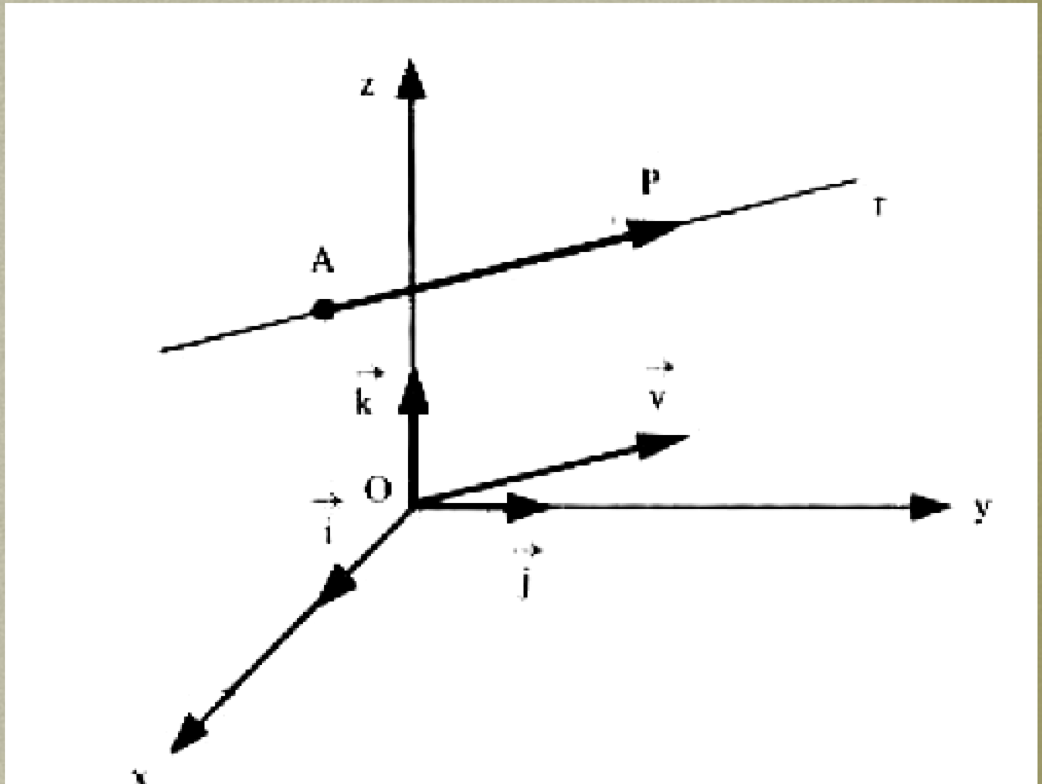


Figura 4.1

4.1 Equação vetorial da reta

Sendo: $\boldsymbol{A(x_1, y_1, z_1)}$, $\boldsymbol{P(x, y, z)}, \vec{\boldsymbol{v}} = (\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c})$ e $\boldsymbol{t} \in \mathbb{R}$:

$$\overrightarrow{AP} = t\vec{v}$$

$$P - A = t\vec{v}$$

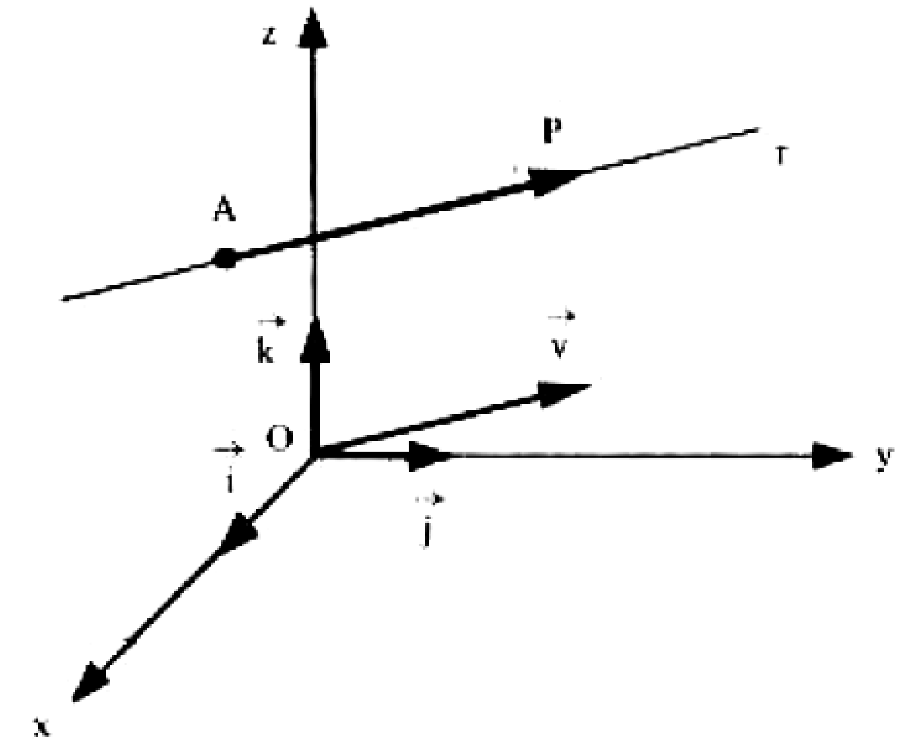


Figura 4.1

4.1 Equação vetorial da reta

Sendo: $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{y_1}, \boldsymbol{z_1})$, $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}), \vec{\boldsymbol{v}} = (\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c})$ e $\boldsymbol{t} \in \mathbb{R}$:

$$\overrightarrow{AP} = t\vec{v}$$

$$P - A = t\vec{v}$$

$$P = A + t\vec{v}$$

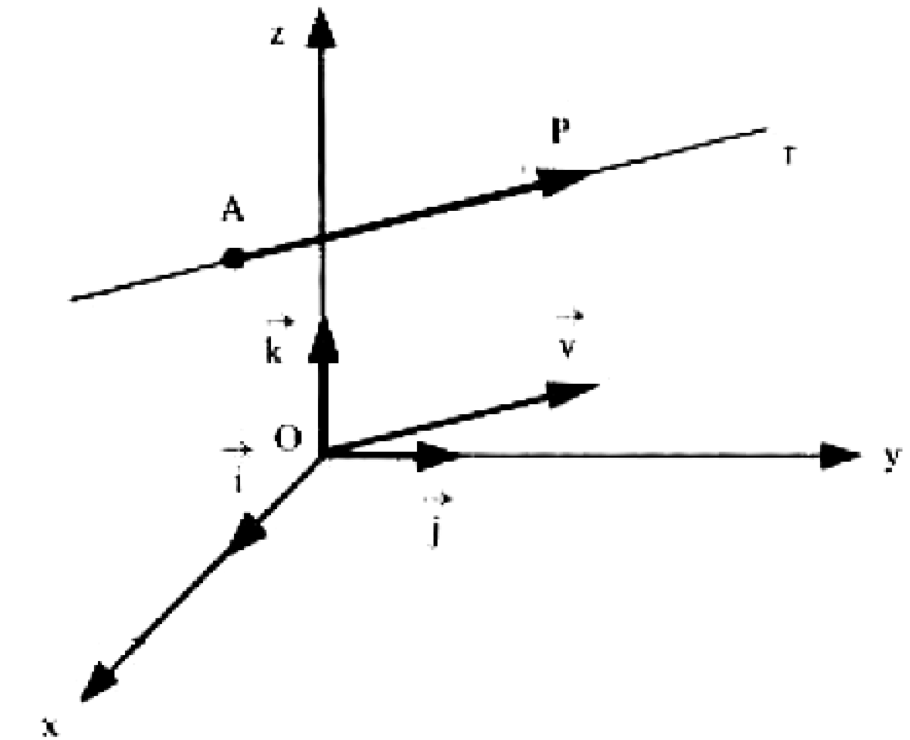


Figura 4.1

4.1 Equação vetorial da reta

Sendo: $\boldsymbol{A(x_1, y_1, z_1)}$, $\boldsymbol{P(x, y, z)}, \vec{\boldsymbol{v}} = (\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c})$ e $\boldsymbol{t} \in \mathbb{R}$:

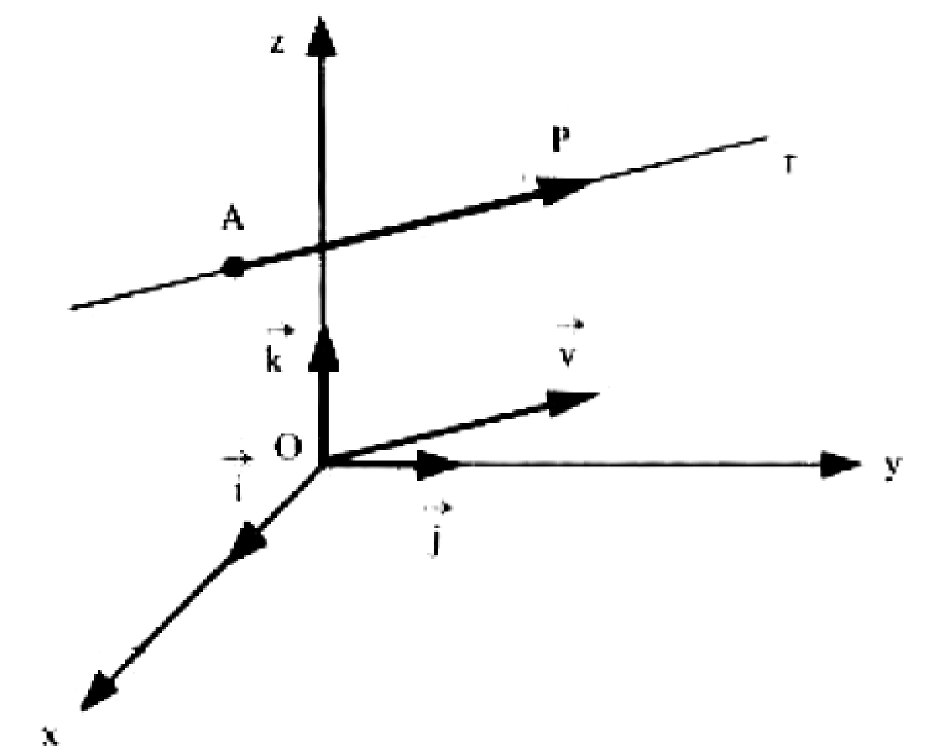


Figura 4.1

$$\overrightarrow{AP} = t\vec{v}$$

$$P - A = t\vec{v}$$

$$P = A + t\vec{v}$$

$$(x, y, z) = (x_1, y_1, z_1) + t(a, b, c)$$

4.1 Equação vetorial da reta

Sendo: $\boldsymbol{A(x_1, y_1, z_1)}$, $\boldsymbol{P(x, y, z)}, \vec{\boldsymbol{v}} = (\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c})$ e $\boldsymbol{t} \in \mathbb{R}$:

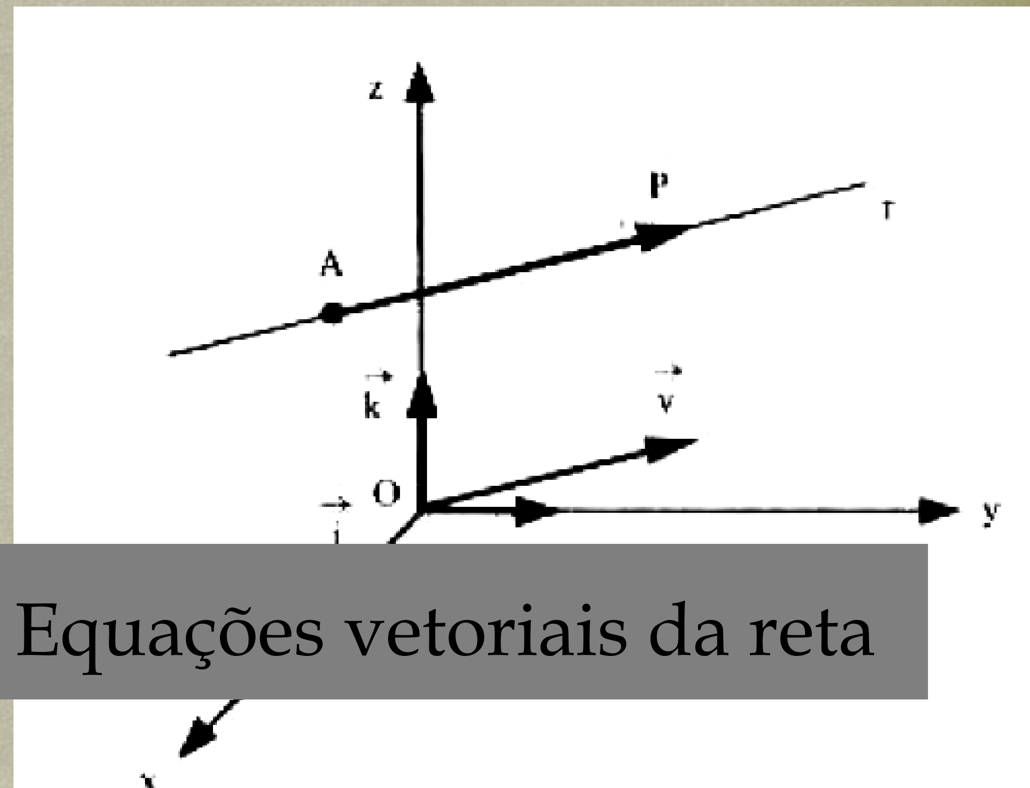


Figura 4.1

$$\overrightarrow{AP} = t\vec{v}$$

$$P - A = t\vec{v}$$

$$P = A + t\vec{v}$$

$$(x, y, z) = (x_1, y_1, z_1) + t(a, b, c)$$

Equações vetoriais da reta

Exemplo 1

Obter a equação vetorial da reta r que passa pelo ponto $\boldsymbol{A}(\mathbf{3}, \mathbf{0}, -\mathbf{5})$ e tem direção de $\vec{\boldsymbol{v}} = (\mathbf{2}, \mathbf{2}, -\mathbf{1})$.

Exercício

Determinar a equação vetorial da reta r que passa pelo ponto $\boldsymbol{A}(-\boldsymbol{2}, \boldsymbol{3}, -\boldsymbol{2})$ e tem direção de $\vec{\boldsymbol{v}} = (\boldsymbol{3}, \boldsymbol{0}, \boldsymbol{2})$.

4.2 Equações paramétricas da reta

Sejam: $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{y_1}, \boldsymbol{z_1})$, $\vec{\boldsymbol{v}} = (\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c})$ e $\boldsymbol{t} \in \mathbb{R}$.

Da equação vetorial da reta tem-se:

$$(x, y, z) = (x_1, y_1, z_1) + t(a, b, c)$$

4.2 Equações paramétricas da reta

Sejam: $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{y_1}, \boldsymbol{z_1}), \vec{\boldsymbol{v}} = (\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c})$ e $\boldsymbol{t} \in \mathbb{R}$.

Da equação vetorial da reta tem-se:

$$(x, y, z) = (x_1, y_1, z_1) + t(a, b, c)$$

A soma do lado direito fornece:

$$(x, y, z) = (x_1 + at, y_1 + bt, z_1 + ct)$$

4.2 Equações paramétricas da reta

Sejam: $\boldsymbol{A(x_1, y_1, z_1)}, \vec{\boldsymbol{v}} = (\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c})$ e $\boldsymbol{t} \in \mathbb{R}$.

Da equação vetorial da reta tem-se:

$$(x, y, z) = (x_1, y_1, z_1) + t(a, b, c)$$

A soma do lado direito fornece:

$$(x, y, z) = (x_1 + at, y_1 + bt, z_1 + ct)$$

Da igualdade de vetores:

$$r: \begin{cases} x = x_1 + at \\ y = y_1 + bt \\ z = z_1 + ct \end{cases}$$

4.2 Equações paramétricas da reta

Sejam: $\boldsymbol{A(x_1, y_1, z_1)}$, $\vec{\boldsymbol{v}} = (\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c})$ e $\boldsymbol{t} \in \mathbb{R}$.

Da equação vetorial da reta tem-se:

$$(x, y, z) = (x_1, y_1, z_1) + t(a, b, c)$$

A soma do lado direito fornece:

$$(x, y, z) = (x_1 + at, y_1 + bt, z_1 + ct)$$

Da igualdade de vetores:

$$r: \begin{cases} x = x_1 + at \\ y = y_1 + bt \\ z = z_1 + ct \end{cases}$$

Equações paramétricas da reta

Exemplo 2

Dados o ponto $\boldsymbol{A}(\mathbf{2},\mathbf{3},-\mathbf{4})$ e $\vec{\boldsymbol{v}}=(\mathbf{1},-\mathbf{2},\mathbf{3})$, pede-se:

(a) Escrever as equações paramétricas da reta $\boldsymbol{r}$ que passa pelo ponto $\boldsymbol{A}$ e tem direção de $\vec{\boldsymbol{v}}$.

(b) Encontrar um ponto $\boldsymbol{B}$ da reta $\boldsymbol{r}$ com o parâmetro $\boldsymbol{t}=\mathbf{1}$.

(c) Verificar se o ponto $\boldsymbol{D}(\mathbf{4},-\mathbf{1},\mathbf{2})$ pertence a $\boldsymbol{r}$.

4.3 Reta definida por dois pontos

- Sejam $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{y_1}, \boldsymbol{z_1})$ e $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x_2}, \boldsymbol{y_2}, \boldsymbol{z_2})$, dois pontos pertencentes a reta $\boldsymbol{r}$;

4.3 Reta definida por dois pontos

- Sejam $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{y_1}, \boldsymbol{z_1})$ e $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x_2}, \boldsymbol{y_2}, \boldsymbol{z_2})$, dois pontos pertencentes a reta $\boldsymbol{r}$;
- A direção dessa reta é obtida calculando-se o vetor $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$:

4.3 Reta definida por dois pontos

- Sejam $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{y_1}, \boldsymbol{z_1})$ e $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x_2}, \boldsymbol{y_2}, \boldsymbol{z_2})$, dois pontos pertencentes a reta $\boldsymbol{r}$;
- A direção dessa reta é obtida calculando-se o vetor $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$:

$$\overrightarrow{\boldsymbol{AB}} = \boldsymbol{B} - \boldsymbol{A} = (\boldsymbol{x_2}, \boldsymbol{y_2}, \boldsymbol{z_2}) - (\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{y_1}, \boldsymbol{z_1})$$

4.3 Reta definida por dois pontos

- Sejam $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{y_1}, \boldsymbol{z_1})$ e $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x_2}, \boldsymbol{y_2}, \boldsymbol{z_2})$, dois pontos pertencentes a reta $\boldsymbol{r}$;
- A direção dessa reta é obtida calculando-se o vetor $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$:

$$\overrightarrow{\boldsymbol{AB}} = \boldsymbol{B} - \boldsymbol{A} = (\boldsymbol{x_2}, \boldsymbol{y_2}, \boldsymbol{z_2}) - (\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{y_1}, \boldsymbol{z_1})$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{AB}} = (\boldsymbol{x_2} - \boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{y_2} - \boldsymbol{y_1}, \boldsymbol{z_2} - \boldsymbol{z_1})$$

4.3 Reta definida por dois pontos

- Sejam $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{y_1}, \boldsymbol{z_1})$ e $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x_2}, \boldsymbol{y_2}, \boldsymbol{z_2})$, dois pontos pertencentes a reta $\boldsymbol{r}$;
- A direção dessa reta é obtida calculando-se o vetor $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$:

$$\overrightarrow{\boldsymbol{AB}} = \boldsymbol{B} - \boldsymbol{A} = (\boldsymbol{x_2}, \boldsymbol{y_2}, \boldsymbol{z_2}) - (\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{y_1}, \boldsymbol{z_1})$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{AB}} = (\boldsymbol{x_2} - \boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{y_2} - \boldsymbol{y_1}, \boldsymbol{z_2} - \boldsymbol{z_1})$$

- As equações da reta são escritas em função de um dos pontos, A ou B e do vetor diretor $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$.

Exercício

Dada a reta:

$$r: \ (x, y, z) = (-1, 2, 3) + t(2, -3, 0)$$

Escrever:

(a) As equações paramétricas de r;

(b) Encontrar um ponto $\boldsymbol{B} \subset \boldsymbol{r}$ tal que $\mathrm{t} = 1/2$.

4.4 Equações simétricas da reta

Sejam: $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{y_1}, \boldsymbol{z_1})$, $\vec{\boldsymbol{v}} = (\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c})$ e $\boldsymbol{t} \in \mathbb{R}$.

4.4 Equações simétricas da reta

Sejam: $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{y_1}, \boldsymbol{z_1}), \vec{\boldsymbol{v}} = (\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c})$ e $\boldsymbol{t} \in \mathbb{R}$.

As equações paramétricas da reta são:

$$r: \begin{cases} x = x_1 + at \\ y = y_1 + bt \\ z = z_1 + ct \end{cases}$$

4.4 Equações simétricas da reta

Sejam: $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{y_1}, \boldsymbol{z_1}), \vec{\boldsymbol{v}} = (\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c})$ e $\boldsymbol{t} \in \mathbb{R}$.

As equações paramétricas da reta são:

$$r: \begin{cases} x = x_1 + at \\ y = y_1 + bt \\ z = z_1 + ct \end{cases}$$

Isolando o parâmetro t e igualando-os tem-se :

$$t = \frac{x - x_1}{a}$$

4.4 Equações simétricas da reta

Sejam: $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{y_1}, \boldsymbol{z_1})$, $\vec{\boldsymbol{v}} = (\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c})$ e $\boldsymbol{t} \in \mathbb{R}$.

As equações paramétricas da reta são:

$$r: \begin{cases} x = x_1 + at \\ y = y_1 + bt \\ z = z_1 + ct \end{cases}$$

Isolando o parâmetro t e igualando-os tem-se :

$$t = \frac{x - x_1}{a} = \frac{y - y_1}{b} = \frac{z - z_1}{c}$$

4.4 Equações simétricas da reta

Sejam: $\boldsymbol{A(x_1, y_1, z_1)}$, $\vec{\boldsymbol{v}} = (\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c})$ e $\boldsymbol{t} \in \mathbb{R}$.

As equações paramétricas da reta são:

$$r: \begin{cases} x = x_1 + at \\ y = y_1 + bt \\ z = z_1 + ct \end{cases}$$

Isolando o parâmetro t e igualando-os tem-se :

$$t = \frac{x - x_1}{a} = \frac{y - y_1}{b} = \frac{z - z_1}{c}$$

$$\frac{x - x_1}{a} = \frac{y - y_1}{b} = \frac{z - z_1}{c}$$

Equações simétricas da reta

Exemplo 3

A reta r passa pelo ponto $\boldsymbol{A}(-\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3})$ e tem direção de $\vec{\boldsymbol{v}} = (\mathbf{2}, -\mathbf{3}, \mathbf{3})$. **Construa suas equações simétricas.**

Resolver os problemas propostos:

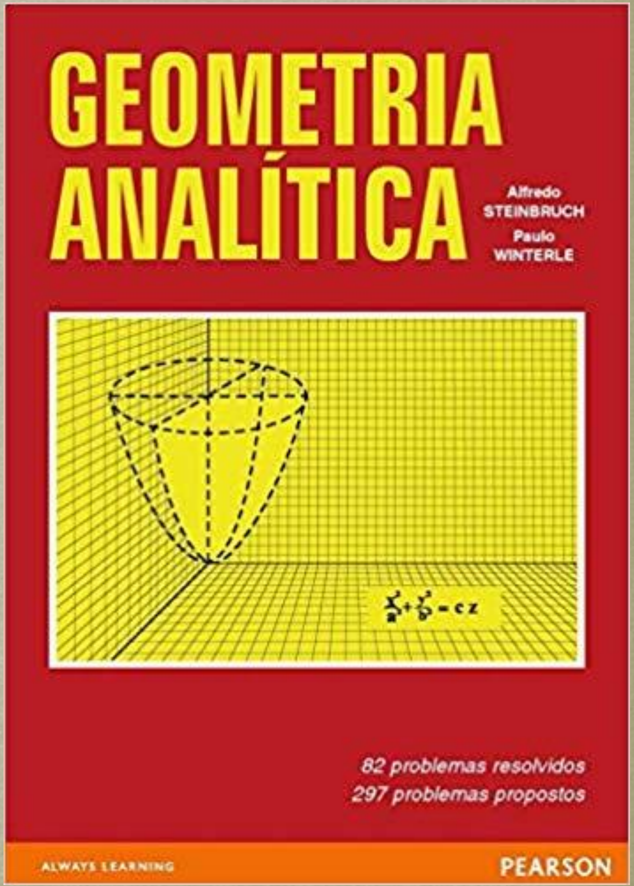
p. 132: 1, 2, 4, **6***.

Entregar o exercício marcado com asterisco.

Bibliografia - GA

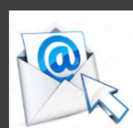
STEINBRUCH, A.; WINTERLE, P. Geometria Analítica. 2. Ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 1987.

Numeração dos exercícios com base na 2ª ed. ----->>



Contatos e material de apoio

profhenriquefaria.com



henrique.faria@unesp.br

Currículo Lattes http://lattes.cnpq.br/1614784455223743