

# **Geometria Analítica**

## **Engenharias**

### **Semana 06 – Aula 2**

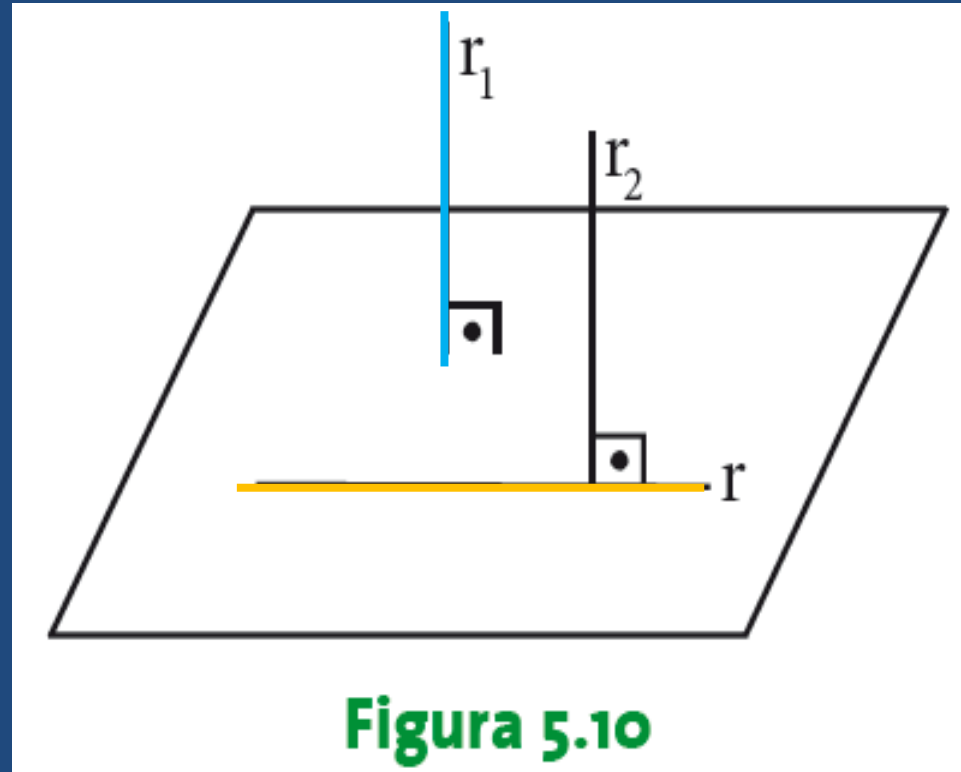
### **Ortogonalidade entre retas**

**Prof. Henrique Antonio Mendonça Faria**

**henrique.faria@unesp.br**

# Reta ortogonais

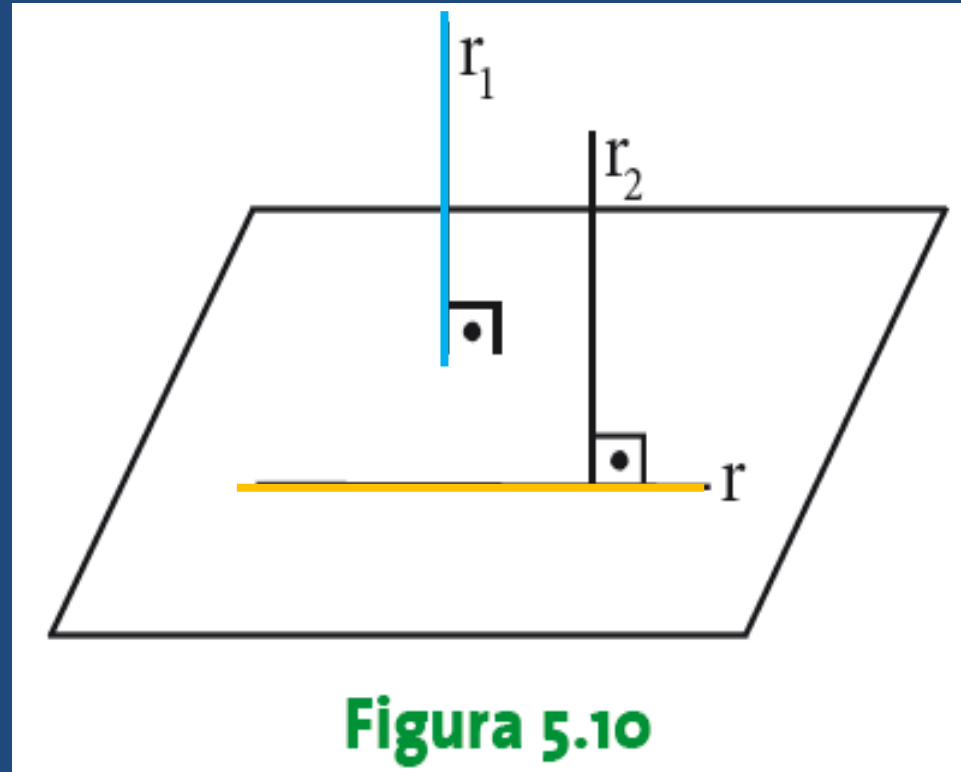
Sejam as retas  $r_1$  e  $r$ , não paralelas, com a direção de  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}$ .



# Reta ortogonais

Sejam as retas  $r_1$  e  $r$ , não paralelas, com a direção de  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}$ .

$$r_1 \perp r \iff \vec{v}_1 \cdot \vec{v} = 0$$

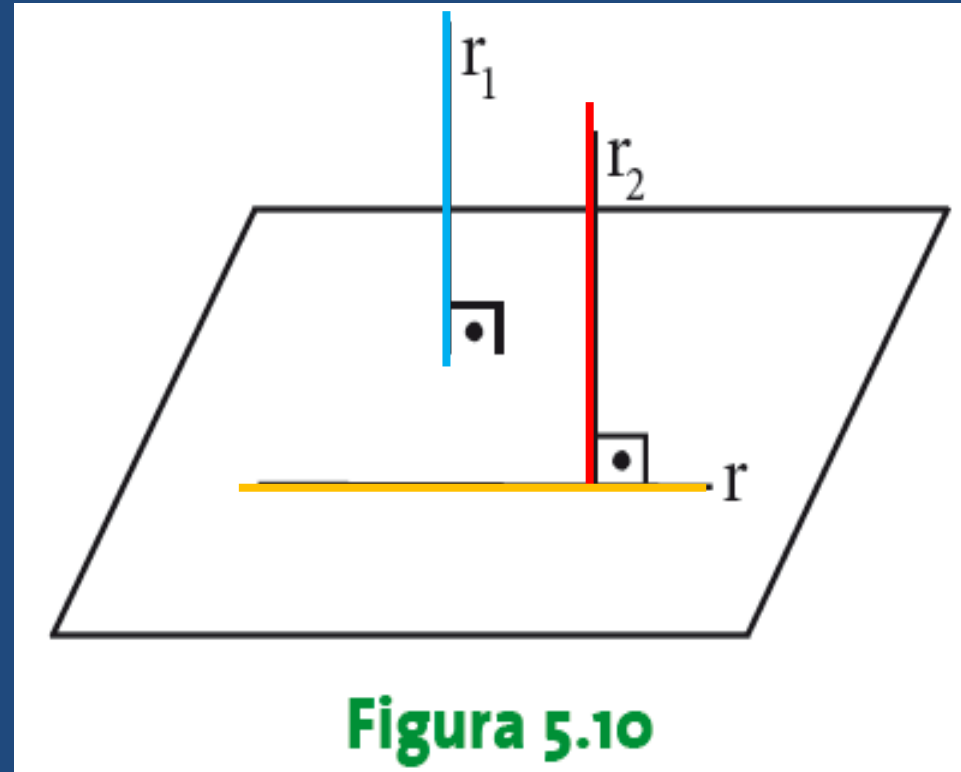


# Reta ortogonais

Sejam as retas  $r_1$  e  $r$ , não paralelas, com a direção de  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}$ .

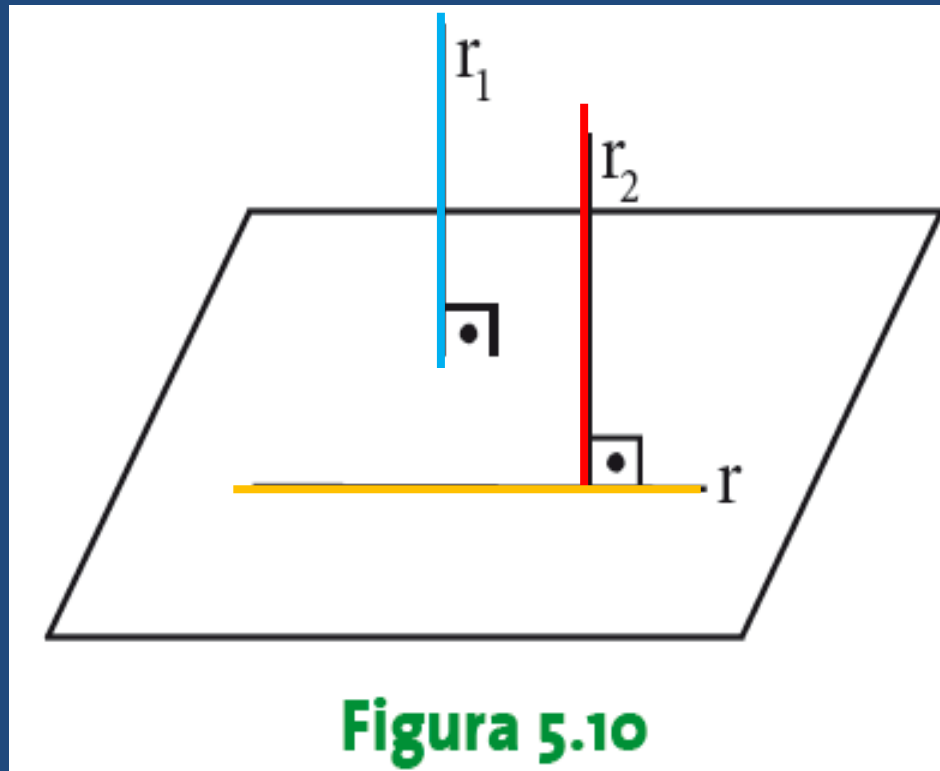
$$r_1 \perp r \iff \vec{v}_1 \cdot \vec{v} = 0$$

$$r_2 \perp r \iff \vec{v}_2 \cdot \vec{v} = 0$$



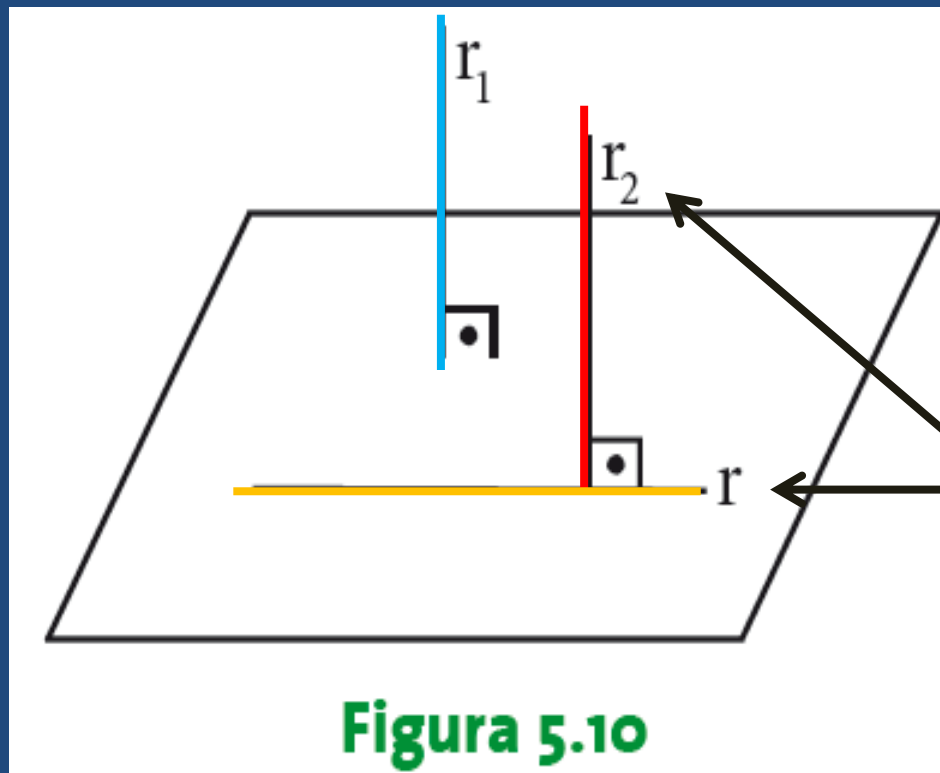
# Reta ortogonais

Duas retas ortogonais podem ser reversas ou concorrentes.



# Reta ortogonais

Duas retas ortogonais podem ser reversas ou concorrentes.

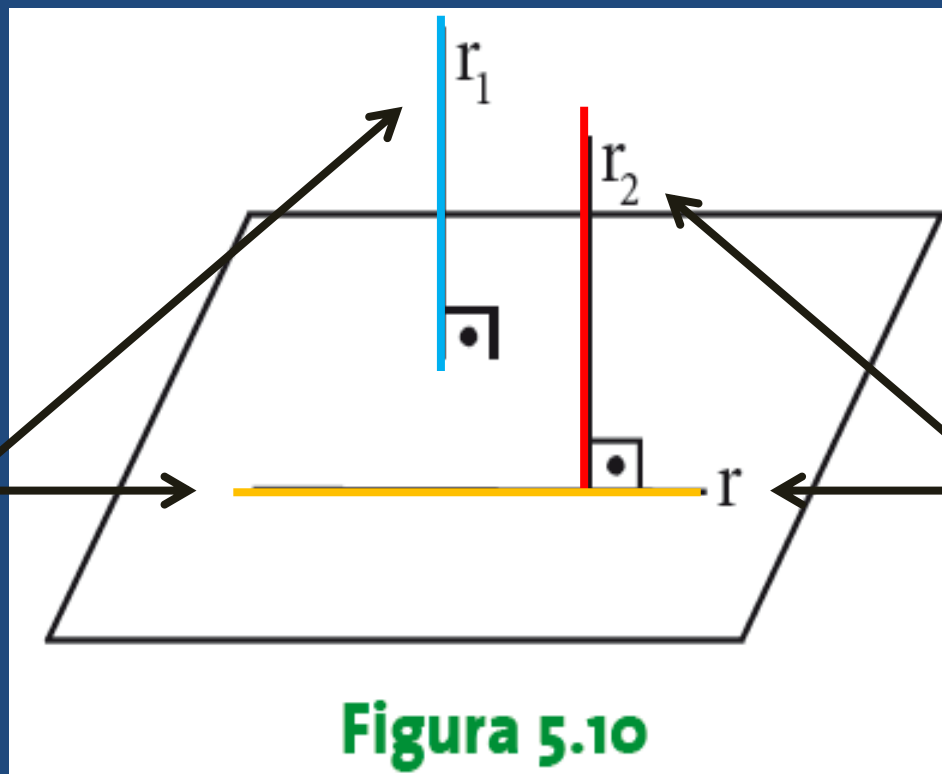


Concorrentes

Figura 5.10

# Reta ortogonais

Duas retas ortogonais podem ser reversas ou concorrentes.



Reversas

Concorrentes

Figura 5.10

# Exemplo 1

Verificar se as retas  $r_1$  e  $r_2$  são ortogonais.

$$r_1: \begin{cases} y = -2x + 1 \\ z = 4x \end{cases} \quad r_2: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 4 + t \\ z = t \end{cases}$$



# Reta ortogonal a duas retas

Sejam as retas  $r_1$  e  $r_2$ , não paralelas, com a direção de  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$ .

# Reta ortogonal a duas retas

Sejam as retas  $r_1$  e  $r_2$ , não paralelas, com a direção de  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$ .

Uma reta  $r$  com direção do vetor  $\vec{v}$  será ortogonal a estas retas  $r_1$  e  $r_2$  se, simultaneamente:

# Reta ortogonal a duas retas

Sejam as retas  $r_1$  e  $r_2$ , não paralelas, com a direção de  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$ .

Uma reta  $r$  com direção do vetor  $\vec{v}$  será ortogonal a estas retas  $r_1$  e  $r_2$  se, simultaneamente:

$$\vec{v}_1 \cdot \vec{v} = 0$$

$$\vec{v}_2 \cdot \vec{v} = 0$$



$$\vec{v} = \vec{v}_1 \times \vec{v}_2$$

## Exemplo 2

Determinar as equações paramétricas da reta  $r$  que passa pelo ponto  $A(3, 4, -1)$  e é ortogonal as retas  $r_1$  e  $r_2$ .

$$r_1: \begin{cases} x = 2t \\ y = 3t \\ z = 1 - 4t \end{cases} \quad r_2: \begin{cases} x = 5 \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

# Intersecção de duas retas

Sejam as retas  $r_1$  e  $r_2$  definidas pelas equações:

$$r_1: \begin{cases} x = x_1 + at \\ y = y_1 + bt \\ z = z_1 + ct \end{cases} \quad r_2: \begin{cases} x = x_2 + dh \\ y = y_2 + eh \\ z = z_2 + fh \end{cases}$$

# Intersecção de duas retas

Sejam as retas  $r_1$  e  $r_2$  definidas pelas equações:

$$r_1: \begin{cases} x = x_1 + at \\ y = y_1 + bt \\ z = z_1 + ct \end{cases} \quad r_2: \begin{cases} x = x_2 + dh \\ y = y_2 + eh \\ z = z_2 + fh \end{cases}$$

- Se existe um ponto comum  $I(x, y, z)$  entre as duas retas, as coordenadas verificam as equações de  $r_1$  e  $r_2$ .

# Intersecção de duas retas

Sejam as retas  $r_1$  e  $r_2$  definidas pelas equações:

$$r_1: \begin{cases} x = x_1 + at \\ y = y_1 + bt \\ z = z_1 + ct \end{cases} \quad r_2: \begin{cases} x = x_2 + dh \\ y = y_2 + eh \\ z = z_2 + fh \end{cases}$$

- Se existe um ponto comum  $I(x, y, z)$  entre as duas retas, as coordenadas verificam as equações de  $r_1$  e  $r_2$ .
- A intersecção das duas retas pode ser encontrada igualando-se suas equações.

## Exemplo 3

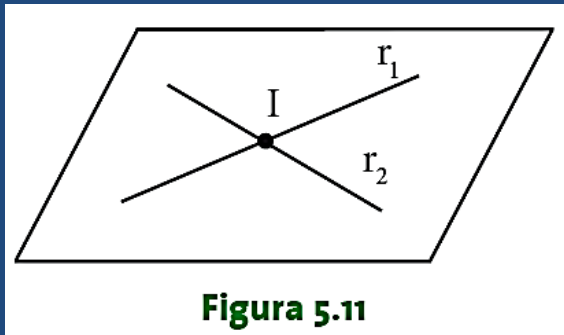
Determinar caso exista o ponto de intersecção das duas retas  $r_1$  e  $r_2$ .

$$r_1: \begin{cases} x = 3 + h \\ y = 1 + 2h \\ z = 2 - h \end{cases} \quad r_2: \begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = -3 - 2t \\ z = 4 + t \end{cases}$$

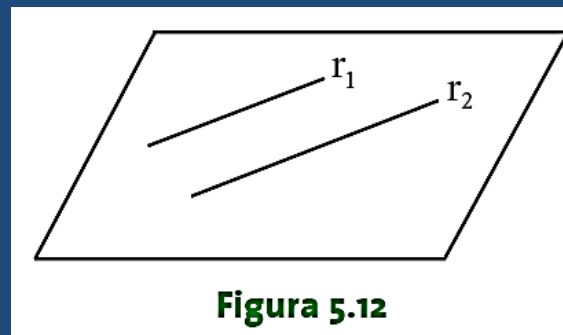


# Intersecção de duas retas

**Retas coplanares:** se interceptam ou são paralelas;



**Figura 5.11**



**Figura 5.12**

# Intersecção de duas retas

**Retas coplanares:** se interceptam ou são paralelas;

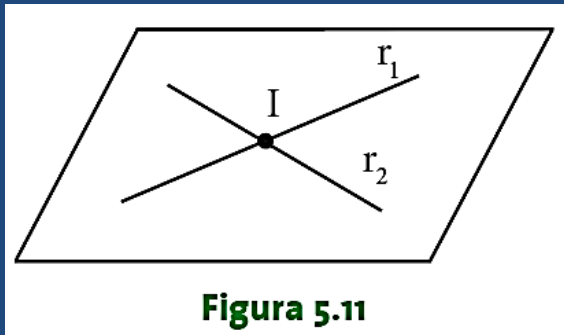


Figura 5.11

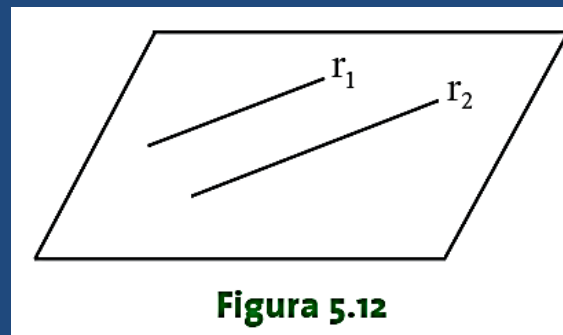


Figura 5.12

**Retas não coplanares:** são chamadas de retas reversas.

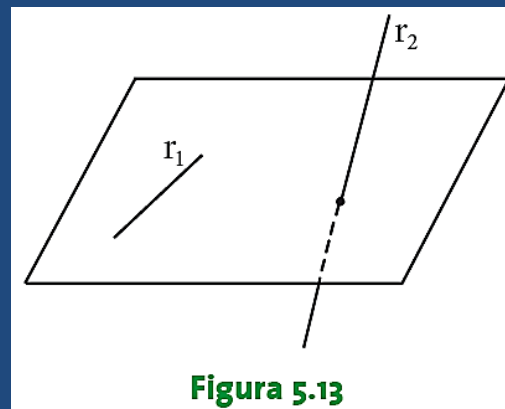


Figura 5.13

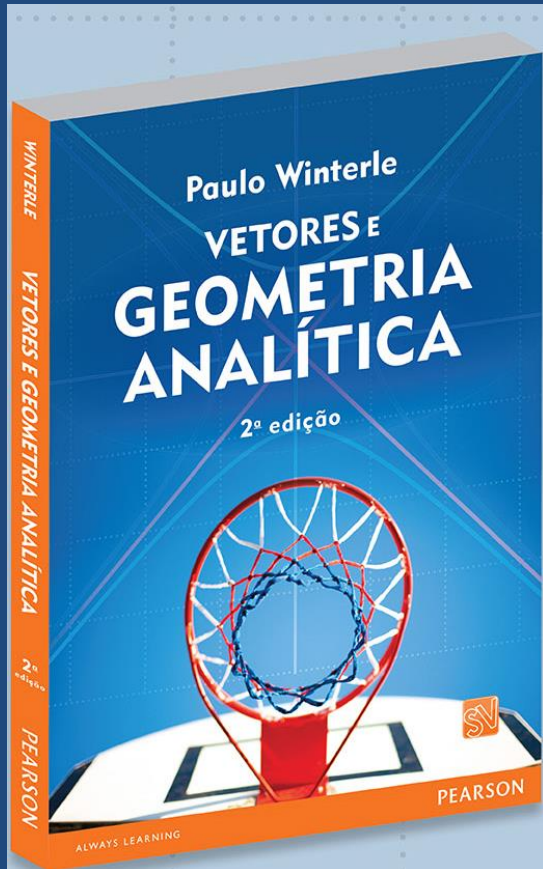
# Exercícios

Determinar caso exista o ponto de interseção das duas retas  $r_1$  e  $r_2$ . Se não existe, determinar se essas retas são paralelas, concorrentes ou reversas.

$$(b) \quad r_1: \begin{cases} y = 2x - 3 \\ z = -x \end{cases} \quad r_2: \begin{cases} x = -t \\ y = 4 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases} \quad \text{Resp.: } I \nexists$$

$$(c) \quad r_1: \begin{cases} y = -3x + 2 \\ z = 2x - 5 \end{cases} \quad r_2: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-6} = \frac{z}{4} \quad \text{Resp.: } I \nexists$$

# Referência



WINTERLE, P. Vetores e Geometria Analítica. 2ª ed. São Paulo: Pearson, 2014.

Numeração dos exercícios com base na 2ª ed.

# Contato



[profhenriquefaria.com](http://profhenriquefaria.com)



[henrique.faria@unesp.br](mailto:henrique.faria@unesp.br)