Geometria Analítica

Licenciatura em Química

Semana 07
Equações reduzidas
Ângulo entre retas

Prof. Henrique Antonio Mendonça Faria

4.5 Equações reduzidas da reta

Seja a reta r definida por $\boldsymbol{A}(\mathbf{2}, -\mathbf{4}, -\mathbf{3})$, $\vec{\boldsymbol{v}} = (\mathbf{1}, \mathbf{2}, -\mathbf{3})$ e $\boldsymbol{t} \in \mathbb{R}$. Sabendo que as equações são:

4.5 Equações reduzidas da reta

Seja a reta r definida por $\boldsymbol{A(2,-4,-3)}$, $\vec{\boldsymbol{v}} = (\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{-3})$ e $\boldsymbol{t} \in \mathbb{R}$. Sabendo que as equações são:

Vetorial:

$$r\colon\ (x, y, z) = (2, -4, -3) + t(1, 2, -3)$$

4.5 Equações reduzidas da reta

Seja a reta r definida por $\boldsymbol{A}(\mathbf{2}, -\mathbf{4}, -\mathbf{3})$, $\vec{\boldsymbol{v}} = (\mathbf{1}, \mathbf{2}, -\mathbf{3})$ e $\boldsymbol{t} \in \mathbb{R}$. Sabendo que as equações são:

Vetorial:

$$r: \ (x, y, z) = (2, -4, -3) + t(1, 2, -3)$$

Paramétricas:

$$r: \begin{cases} x = 2 + 1t \\ y = -4 + 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$$

4.5 Equações reduzidas da reta

Seja a reta r definida por $\boldsymbol{A}(\mathbf{2}, \mathbf{-4}, \mathbf{-3})$, $\vec{\boldsymbol{v}} = (\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{-3})$ e $\boldsymbol{t} \in \mathbb{R}$. Sabendo que as equações são:

Vetorial:

$$r: \ (x, y, z) = (2, -4, -3) + t(1, 2, -3)$$

Paramétricas:

$$r: \begin{cases} x = 2 + 1t \\ y = -4 + 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$$

Simétricas:

$$x - 2 = \frac{y+4}{2} = \frac{z+3}{-3}$$

4.5 Equações reduzidas da reta

Expressando duas das variáveis em termos de uma variável comum tem-se:

$$x - 2 = \frac{y + 4}{2} = \frac{z + 3}{-3}$$

4.5 Equações reduzidas da reta

Expressando duas das variáveis em termos de uma variável comum tem-se:

$$\boxed{x-2}=\boxed{\frac{y+4}{2}}=\frac{z+3}{-3}$$

$$\frac{x-2}{1}=\frac{y+4}{2} \qquad \Longrightarrow \qquad 2x-8=y$$

4.5 Equações reduzidas da reta

Expressando duas das variáveis em termos de uma variável comum tem-se:

$$\boxed{x-2} = \frac{y+4}{2} = \boxed{\frac{z+3}{-3}}$$

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{2} \quad \Longrightarrow \quad 2x - 8 = y$$

$$\frac{x-2}{1} = \frac{z+3}{-3} \quad \Longrightarrow \quad -3x + 3 = z$$

4.5 Equações reduzidas da reta

Expressando duas das variáveis em termos de uma variável comum tem-se:

$$x - 2 = \frac{y + 4}{2} = \frac{z + 3}{-3}$$

$$\frac{x - 2}{1} = \frac{y + 4}{2} \quad \Longrightarrow \quad y = 2x - 8$$

$$\frac{x - 2}{1} = \frac{z + 3}{-3} \quad \Longrightarrow \quad z = -3x + 3$$

Equações reduzidas da reta

Exemplo 1

A partir das equações reduzidas da reta r encontrar o seu vetor diretor.

$$r: \begin{cases} 2x - 8 = y \\ -3x + 3 = z \end{cases}$$

Exemplo 1 - solução

A partir das equações reduzidas da reta r encontrar o seu vetor diretor.

$$r: \begin{cases} 2x - 8 = y \\ -3x + 3 = z \end{cases}$$

Para encontrar o vetor diretor de r:

$$\begin{cases} 2x - 8 = y \\ -3x + 3 = z \end{cases}$$

Exemplo 1 - solução

A partir das equações reduzidas da reta r encontrar o seu vetor diretor.

$$r: \begin{cases} 2x - 8 = y \\ -3x + 3 = z \end{cases}$$

Para encontrar o vetor diretor de r:

$$\begin{cases} 2x - 8 = y \\ -3x + 3 = z \end{cases} \quad \text{para } x = 0 \quad \rightarrow \quad y = -8 \;\; e \; z = 3$$

Exemplo 1 - solução

A partir das equações reduzidas da reta r encontrar o seu vetor diretor.

$$r: \begin{cases} 2x - 8 = y \\ -3x + 3 = z \end{cases}$$

Para encontrar o vetor diretor de r:

$$\begin{cases} 2x - 8 = y \\ -3x + 3 = z \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{para } x = 0 & \rightarrow & y = -8 \;\; e\; z = 3 \\ \text{para } x = 1 & \rightarrow & y = -6 \;\; e\; z = 0 \end{matrix}$$

Exemplo 1 - solução

A partir das equações reduzidas da reta r encontrar o seu vetor diretor.

$$r: \begin{cases} 2x - 8 = y \\ -3x + 3 = z \end{cases}$$

Para encontrar o vetor diretor de r:

$$\begin{cases} 2x - 8 = y \\ -3x + 3 = z \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{para } x = 0 & \rightarrow & y = -8 \;\; e \; z = 3 \\ \text{para } x = 1 & \rightarrow & y = -6 \;\; e \; z = 0 \end{matrix}$$

$A(0, -8, 3) \quad e \quad B(1, -6, 0)$

Exemplo 1 - solução

A partir das equações reduzidas da reta r encontrar o seu vetor diretor.

$$r: \begin{cases} 2x - 8 = y \\ -3x + 3 = z \end{cases}$$

Para encontrar o vetor diretor de r:

$$\begin{cases} 2x - 8 = y \\ -3x + 3 = z \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{para } x = 0 & \rightarrow & y = -8 \;\; e \; z = 3 \\ \text{para } x = 1 & \rightarrow & y = -6 \;\; e \; z = 0 \end{matrix}$$

$$A(0, -8, 3) \quad e \quad B(1, -6, 0) \quad \rightarrow \quad \vec{\boldsymbol{v}} = \overrightarrow{\boldsymbol{AB}} = (\boldsymbol{1}, \boldsymbol{2}, -\boldsymbol{3})$$

4.7 Ângulo entre duas retas

O ângulo entre duas retas $\boldsymbol{r_1}$ e $\boldsymbol{r_2}$ é o menor ângulo entre seus vetores diretores.

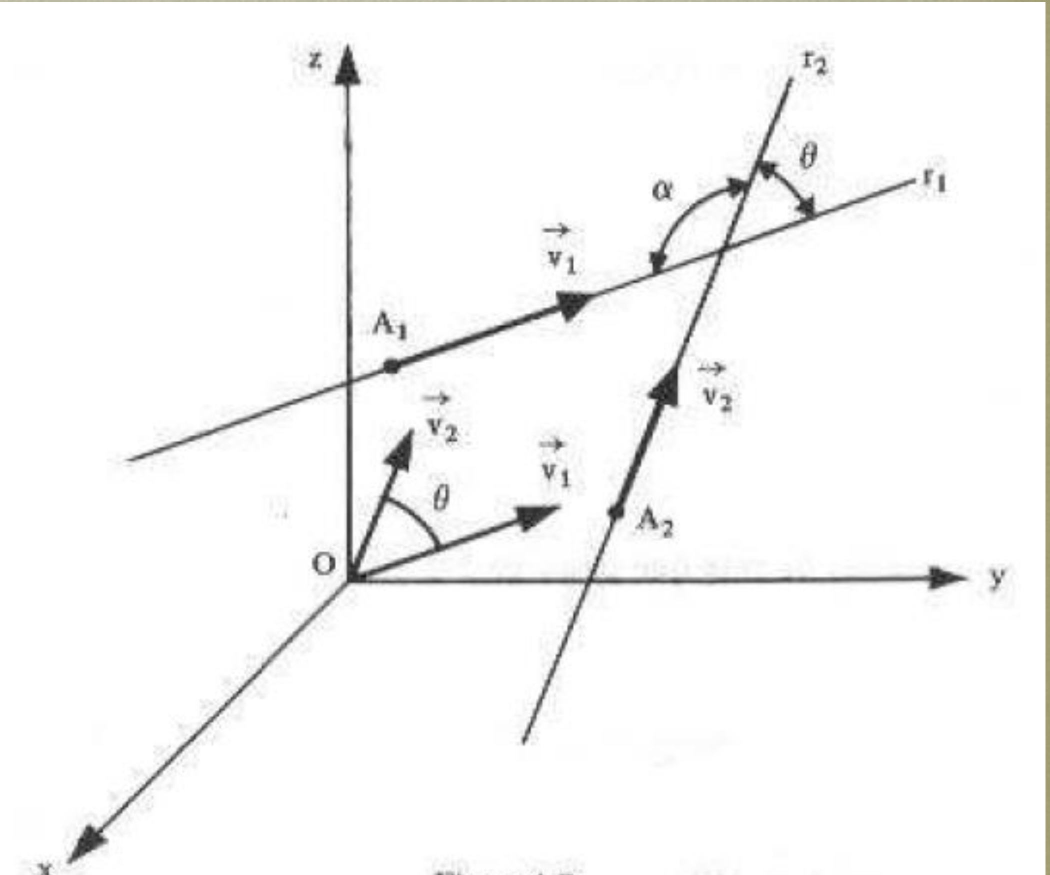


Figura 4.7

4.7 Ângulo entre duas retas

O ângulo entre duas retas r_1 e r_2 é o menor ângulo entre seus vetores diretores.

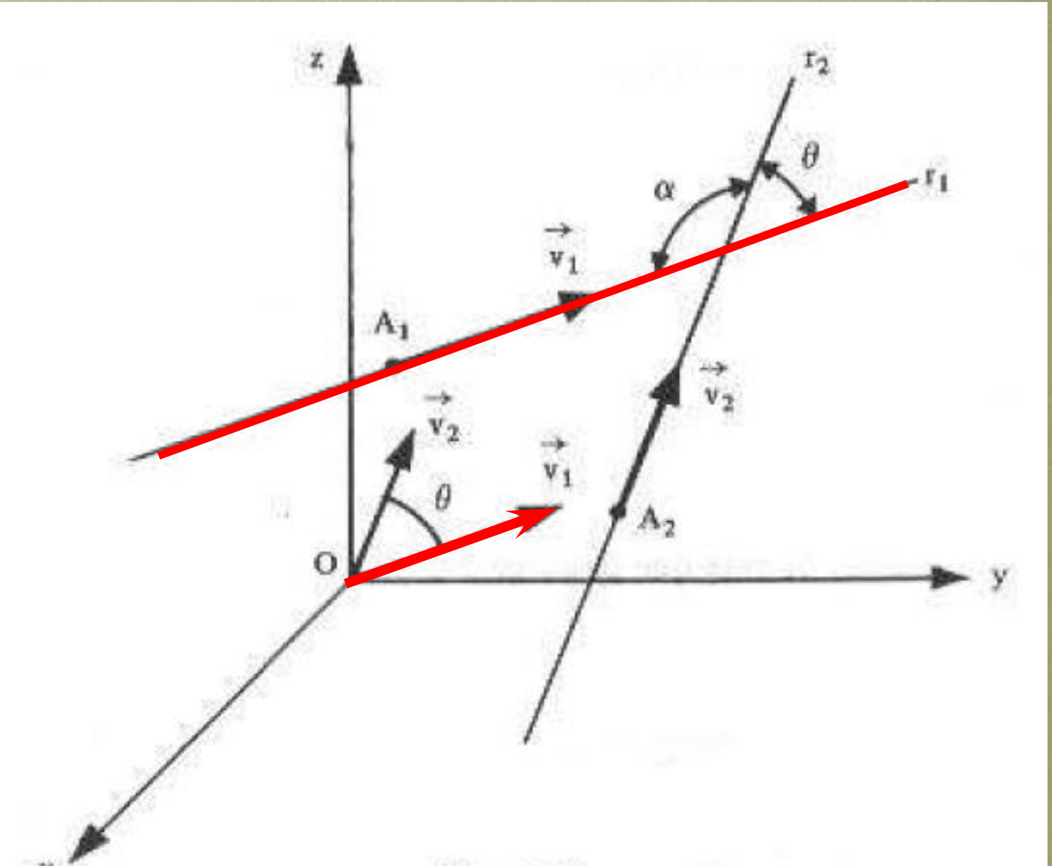


Figura 4.7

4.7 Ângulo entre duas retas

O ângulo entre duas retas r_1 e r_2 é o menor ângulo entre seus vetores diretores.

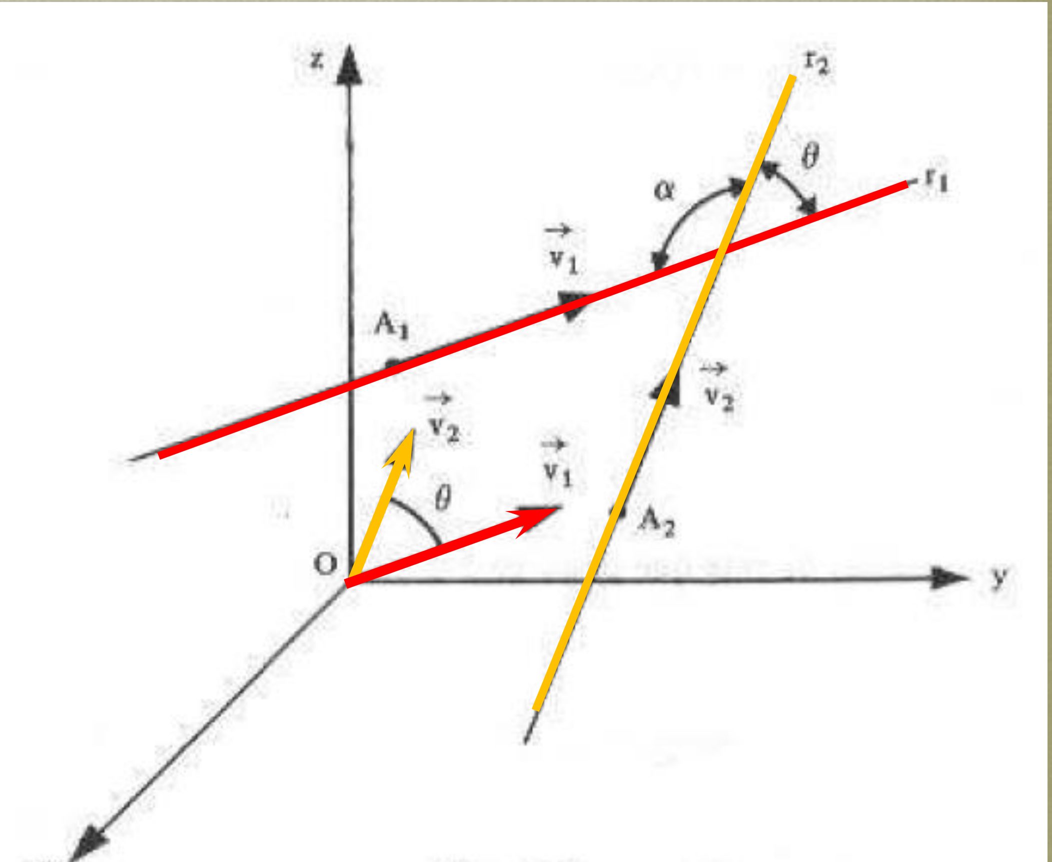


Figura 4.7

4.7 Ângulo entre duas retas

O ângulo entre duas retas r_1 e r_2 é o menor ângulo entre seus vetores diretores.

$$\cos\theta = \frac{|\overrightarrow{v_1} \bullet \overrightarrow{v_2}|}{|\overrightarrow{v_1}||\overrightarrow{v_2}|}$$

$$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$$

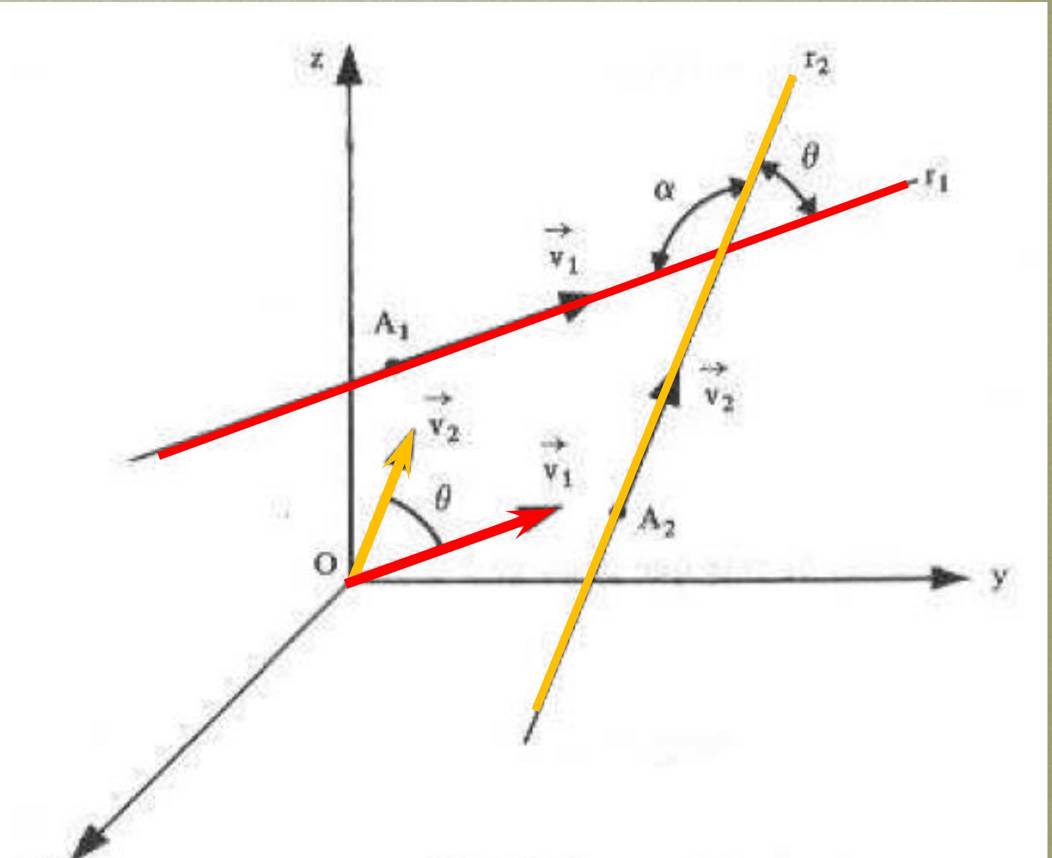


Figura 4.7

4.8 Condições de paralelismo entre retas

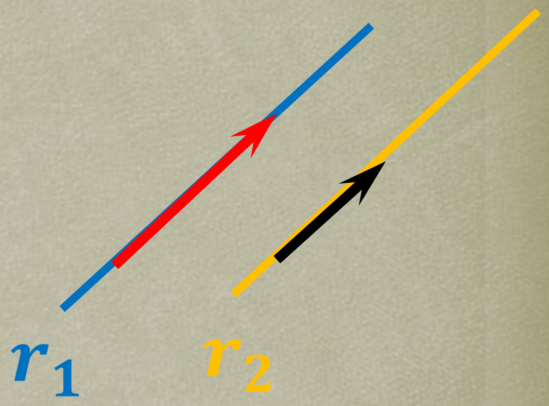
Se as retas $\boldsymbol{r_1}$ e $\boldsymbol{r_2}$ forem paralelas:

- $\boldsymbol{\theta = 0} \quad \Longrightarrow \quad \vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{1}} = \boldsymbol{m}\vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{2}}$

4.8 Condições de paralelismo entre retas

Se as retas $\boldsymbol{r_1}$ e $\boldsymbol{r_2}$ forem paralelas:

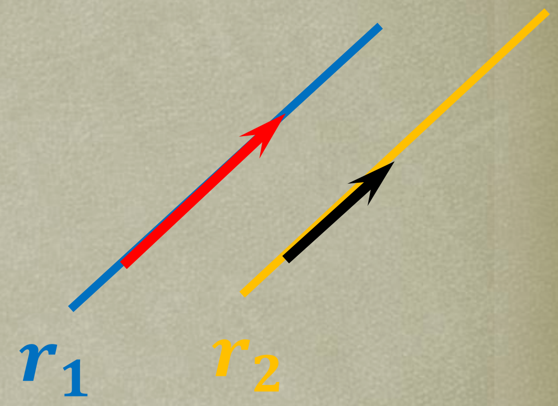
- $\boldsymbol{\theta = 0} \quad \Longrightarrow \quad \boldsymbol{\vec{v}_1 = m\vec{v}_2}$



4.8 Condições de paralelismo entre retas

Se as retas $\boldsymbol{r_1}$ e $\boldsymbol{r_2}$ forem paralelas:

- $\boldsymbol{\theta = 0} \quad \Longrightarrow \quad \boldsymbol{\vec{v}_1 = m\vec{v}_2}$

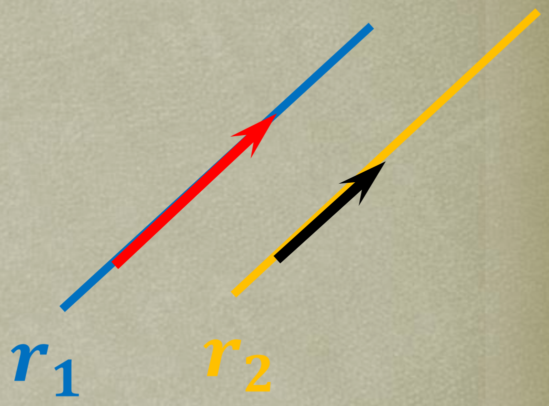


Se as retas $\boldsymbol{r_1}$ e $\boldsymbol{r_2}$ forem perpendiculares:

- $\boldsymbol{\theta = \frac{\pi}{2}} \quad \Longrightarrow \quad \boldsymbol{\vec{v}_1 \bullet \vec{v}_2 = 0}$

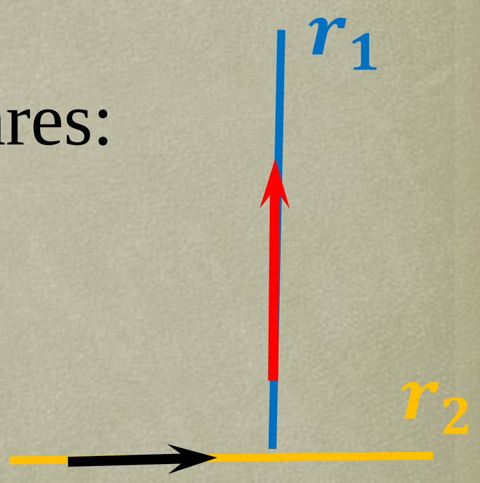
4.8 Condições de paralelismo entre retas

Se as retas r_1 e r_2 forem paralelas:



- $\theta = 0 \quad \Longrightarrow \quad \vec{v}_1 = m\vec{v}_2$

Se as retas r_1 e r_2 forem perpendiculares:



- $\theta = \frac{\pi}{2} \quad \Longrightarrow \quad \vec{v}_1 \bullet \vec{v}_2 = 0$

Exemplo 2

Calcular m para que as retas r e s sejam perpendiculares.

$$r: \begin{cases} y = mx - 3 \\ z = -2x \end{cases} \qquad s: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 5t \end{cases}$$

Resp.: $m = -8$

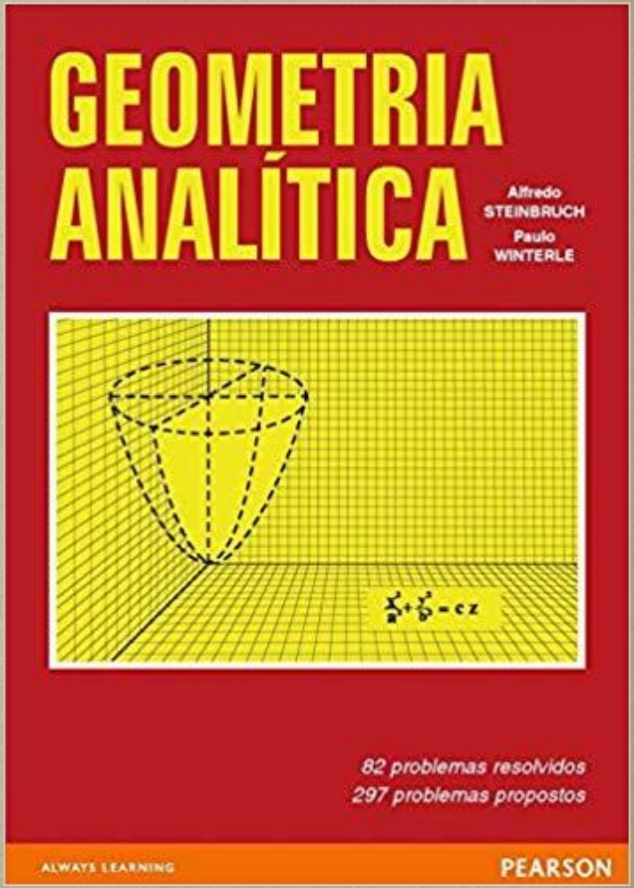
Resolver os problemas propostos:

p. 132: 11a, 11c, **12**, 14a, 14c, 20, 24a, 24c.

Entregar o exercício **12a**.

Bibliografia - GA

STEINBRUCH, A.; WINTERLE, P. Geometria Analítica. 2. Ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 1987.



Numeração dos exercícios com base na 2ª ed. ----->>

Contatos e material de apoio

profhenriquefaria.com

henrique.faria@unesp.br

http://lattes.cnpq.br/1614784455223743