Geometria Analítica

Licenciatura em Química

Semana 09
O plano

Prof. Henrique Antonio Mendonça Faria

5.1 Equação geral do plano

Sejam um plano π em que $A(x_1, y_1, z_1) \in \pi$, e um vetor $\vec{n} = (a, b, c)$, normal a esse plano.

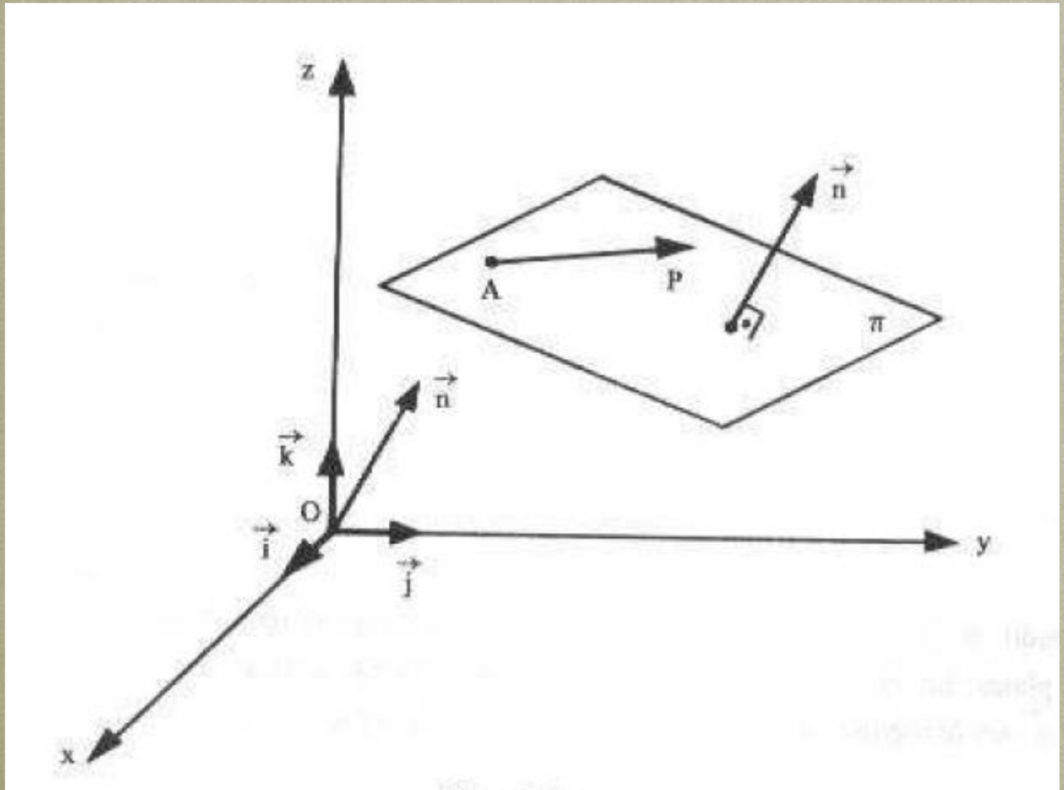


Figura 5.1-a

$$\overrightarrow{AP} \bullet \vec{n} = 0$$

5.1 Equação geral do plano

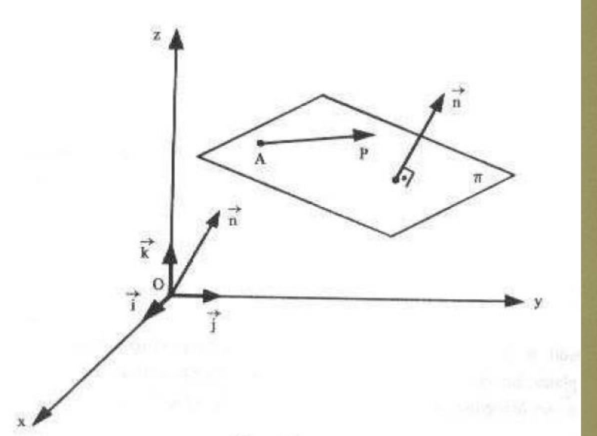


Figura 5.1-a

$$\overrightarrow{AP} \cdot \vec{n} = 0$$

5.1 Equação geral do plano

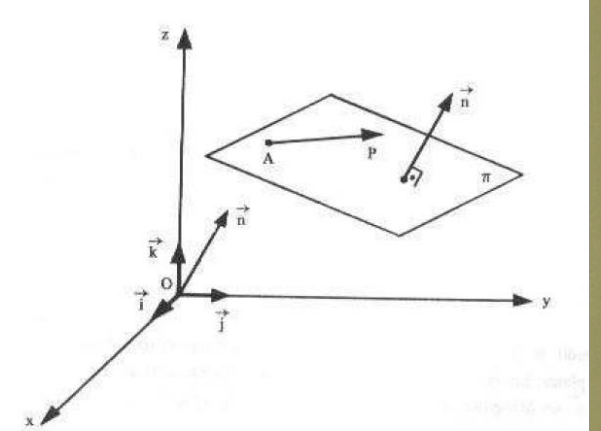


Figura 5.1-a

$$\overrightarrow{AP} \cdot \vec{n} = 0$$

$$(x - x_1, y - y_1, z - z_1) \bullet (a, b, c) = 0$$

5.1 Equação geral do plano

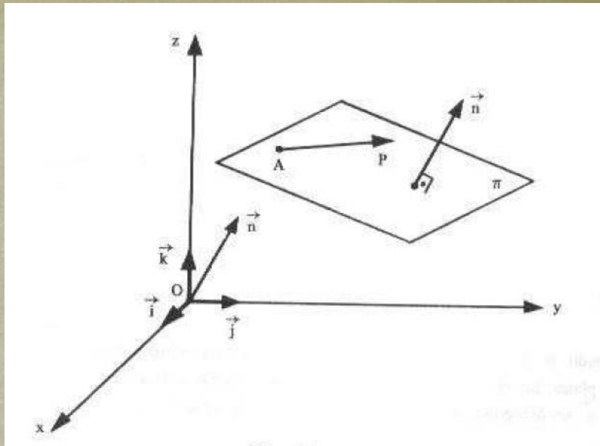


Figura 5.1-a

$$\overrightarrow{AP} \cdot \vec{n} = 0$$

$$(x - x_1, y - y_1, z - z_1) \bullet (a, b, c) = 0$$

$$a(x - x_1) + b(y - y_1) + c(z - z_1) = 0$$

5.1 Equação geral do plano

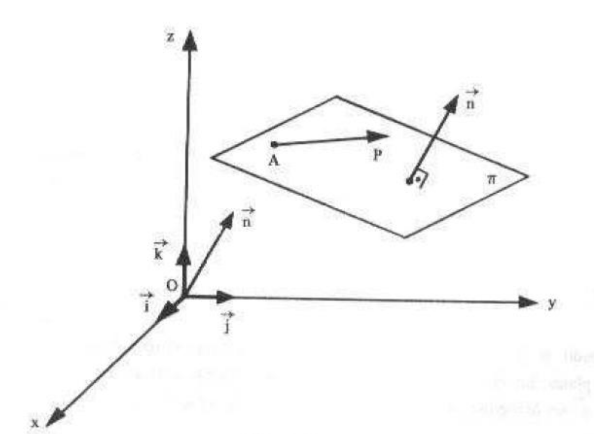


Figura 5.1-a

$$\overrightarrow{AP} \cdot \vec{n} = 0$$

$$(x - x_1, y - y_1, z - z_1) \bullet (a, b, c) = 0$$

$$a(x - x_1) + b(y - y_1) + c(z - z_1) = 0$$

$$ax + by + cz + (-ax_1 - by_1 - cz_1) = 0$$

5.1 Equação geral do plano

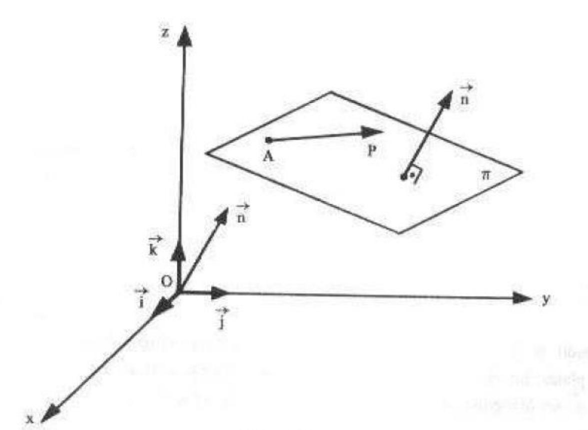


Figura 5.1-a

$$\overrightarrow{AP} \cdot \vec{n} = 0$$

$$(x - x_1, y - y_1, z - z_1) \bullet (a, b, c) = 0$$

$$a(x - x_1) + b(y - y_1) + c(z - z_1) = 0$$

$$ax + by + cz + (-ax_1 - by_1 - cz_1) = 0$$

Fazendo: $d = (-ax_1 - by_1 - cz_1)$

5.1 Equação geral do plano

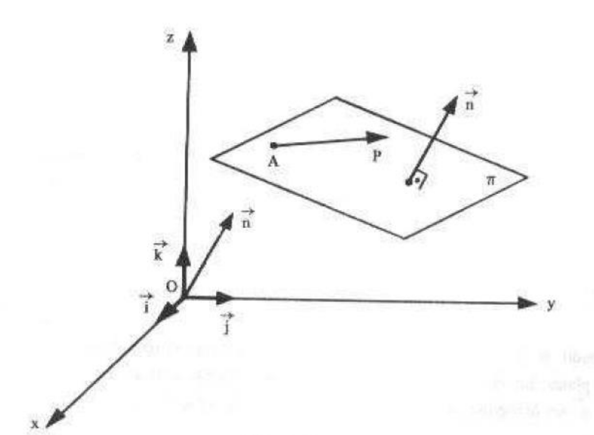


Figura 5.1-a

$$\overrightarrow{AP} \cdot \vec{n} = 0$$

$$(x - x_1, y - y_1, z - z_1) \bullet (a, b, c) = 0$$

$$a(x - x_1) + b(y - y_1) + c(z - z_1) = 0$$

$$ax + by + cz + (-ax_1 - by_1 - cz_1) = 0$$

Fazendo: $d = (-ax_1 - by_1 - cz_1)$

$$ax + by + cz + \mathrm{d} = 0$$

5.1 Equação geral do plano

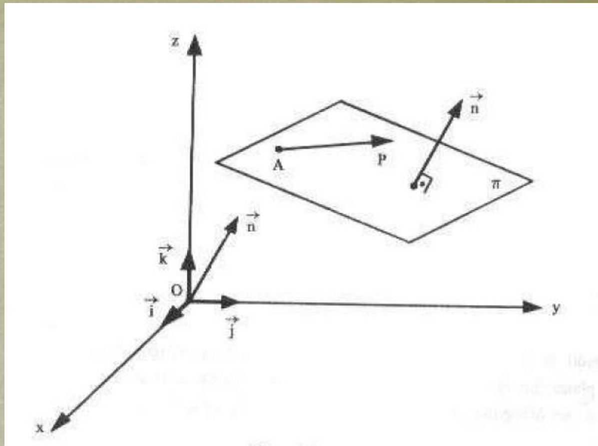


Figura 5.1-a

$$\overrightarrow{AP} \cdot \vec{n} = 0$$

$$(x - x_1, y - y_1, z - z_1) \bullet (a, b, c) = 0$$

$$a(x - x_1) + b(y - y_1) + c(z - z_1) = 0$$

$$ax + by + cz + (-ax_1 - by_1 - cz_1) = 0$$

Fazendo: $d = (-ax_1 - by_1 - cz_1)$

$$ax + by + cz + \mathbf{d} = 0$$

Equação geral do plano

Exemplo 1

Obter a equação geral do plano π que passa pelo ponto $\boldsymbol{A(2,-1,3)}$ e tem $\vec{\boldsymbol{n}} = (\boldsymbol{3}, \boldsymbol{2}, -\boldsymbol{4})$ como vetor normal.

Exemplo 2

Escrever a equação geral do plano π que passa pelo ponto $\boldsymbol{A(2, 1, 3)}$ e é paralelo ao plano**:**

$\boldsymbol{\pi_1 : 3x - 4y - 2z + 5 = 0}$

5.5 Ângulo entre dois planos

Sejam dois planos $\boldsymbol{\pi_1}$ $\boldsymbol{e}$ $\boldsymbol{\pi_2}$ com vetores normais $\overrightarrow{\boldsymbol{n_1}}$ $\boldsymbol{e}$ $\overrightarrow{\boldsymbol{n_2}}$, respectivamente.

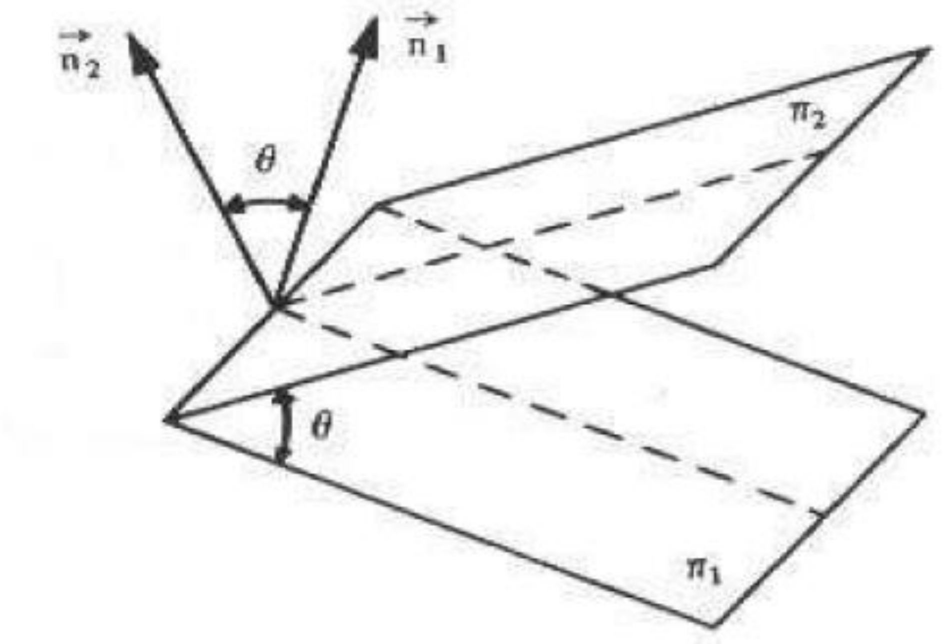


Figura 5.5

5.5 Ângulo entre dois planos

Sejam dois planos $\boldsymbol{\pi_1}$ $\boldsymbol{e}$ $\boldsymbol{\pi_2}$ com vetores normais $\overrightarrow{\boldsymbol{n_1}}$ $\boldsymbol{e}$ $\overrightarrow{\boldsymbol{n_2}}$, respectivamente.

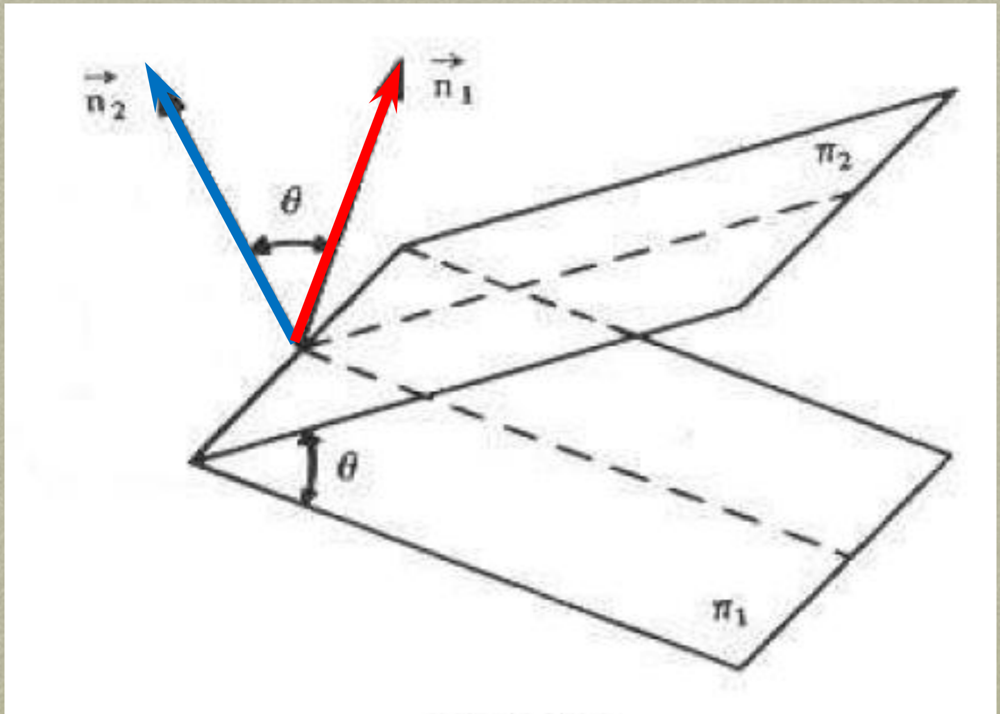


Figura 5.5

5.5 Ângulo entre dois planos

O menor ângulo que os vetores $\overrightarrow{n_1}$ *e* $\overrightarrow{n_2}$ formam entre si é o ângulo entre planos:

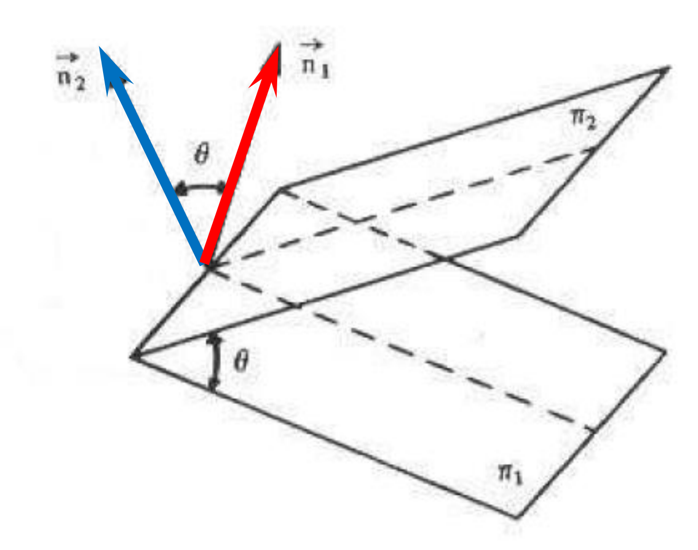


Figura 5.5

5.5 Ângulo entre dois planos

O menor ângulo que

os vetores $\overrightarrow{n_1}$ e $\overrightarrow{n_2}$

formam entre si é o

ângulo entre planos:

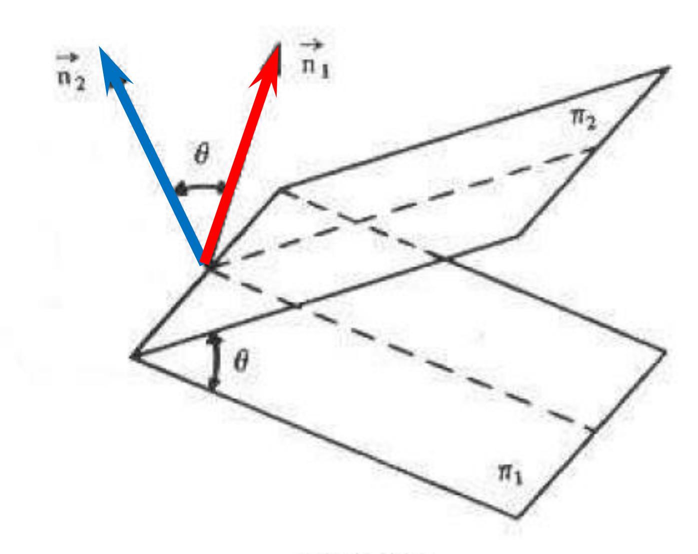


Figura 5.5

$$cos\theta = \frac{|\overrightarrow{n_1} \bullet \overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}|\,|\overrightarrow{n_2}|}$$

$$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$$

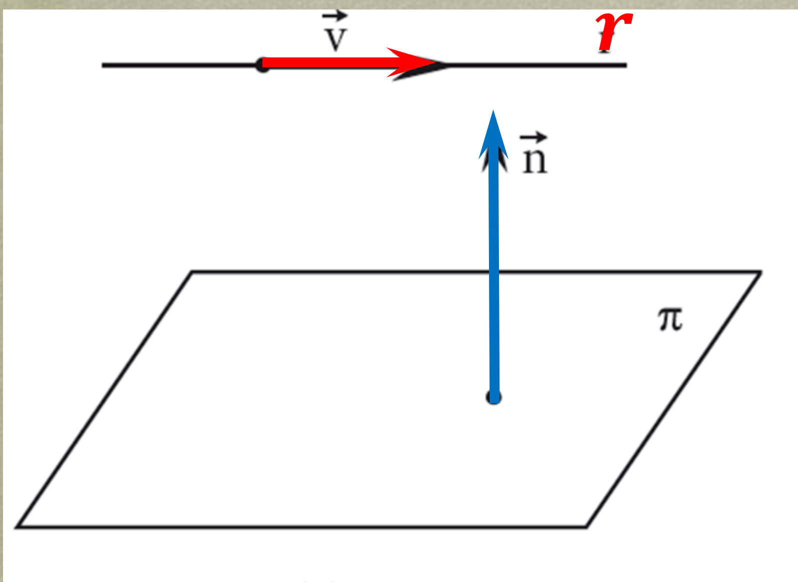
Exemplo 3

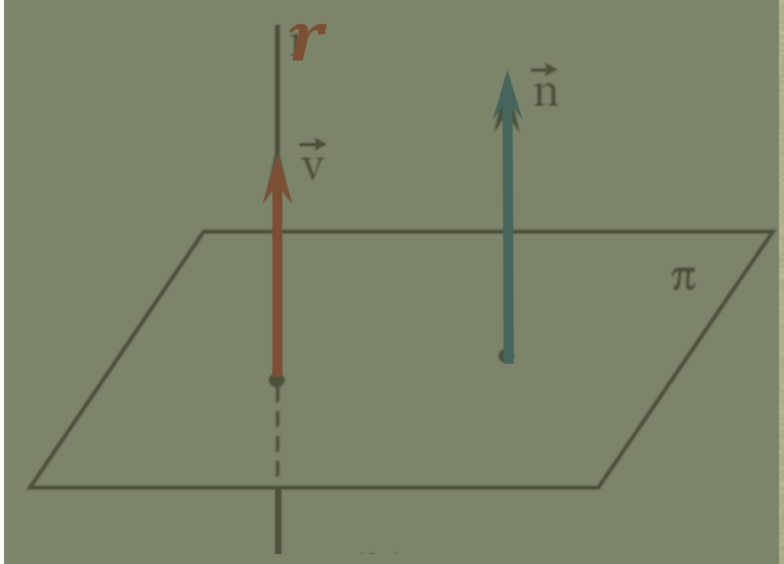
Determine o ângulo entre os planos: *resp.: 30º*

$\boldsymbol{\pi_1}$: $\boldsymbol{2x + y - z + 3 = 0}$ $\boldsymbol{\pi_2}$: $\boldsymbol{x + y - 4 = 0}$.

5.6 Condições de paralelismo e perpendicularismo entre reta e plano

Seja um reta $\boldsymbol{r}$ com direção de $\vec{\boldsymbol{v}}$ e um plano $\boldsymbol{\pi}$ com vetor normal $\vec{\boldsymbol{n}}$.



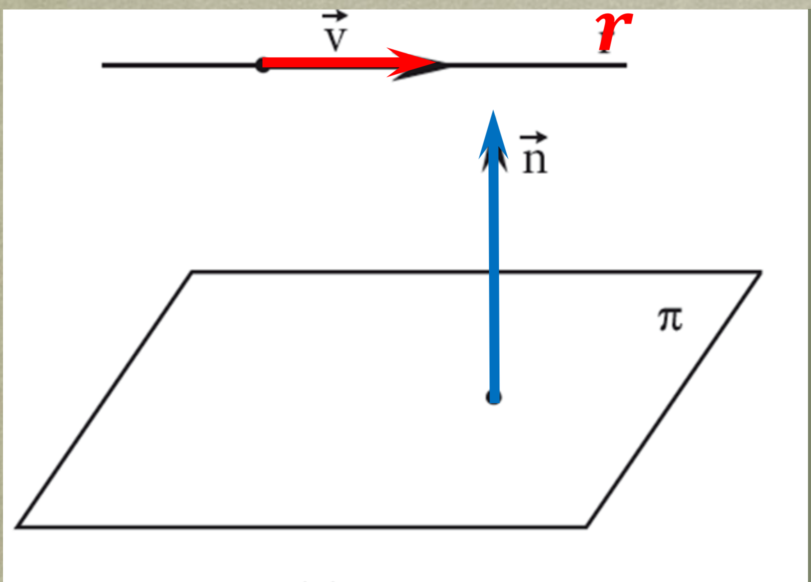


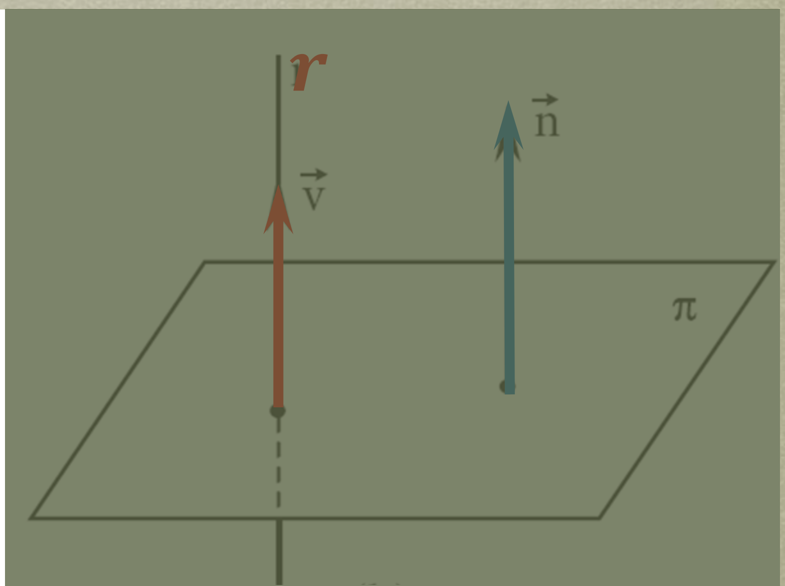
$$\text{Se } \boldsymbol{r} \perp \boldsymbol{\pi_2} \rightarrow \vec{\boldsymbol{v}} \parallel \vec{\boldsymbol{n}}$$

$$\vec{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{k}\vec{\boldsymbol{n}} \qquad (\boldsymbol{k} \in \mathbb{R})$$

5.6 Condições de paralelismo e perpendicularismo entre reta e plano

Seja um reta $\boldsymbol{r}$ com direção de $\vec{\boldsymbol{v}}$ e um plano $\boldsymbol{\pi}$ com vetor normal $\vec{\boldsymbol{n}}$.





Se $\boldsymbol{r} \parallel \boldsymbol{\pi_2} \rightarrow \vec{\boldsymbol{v}} \perp \vec{\boldsymbol{n}}$

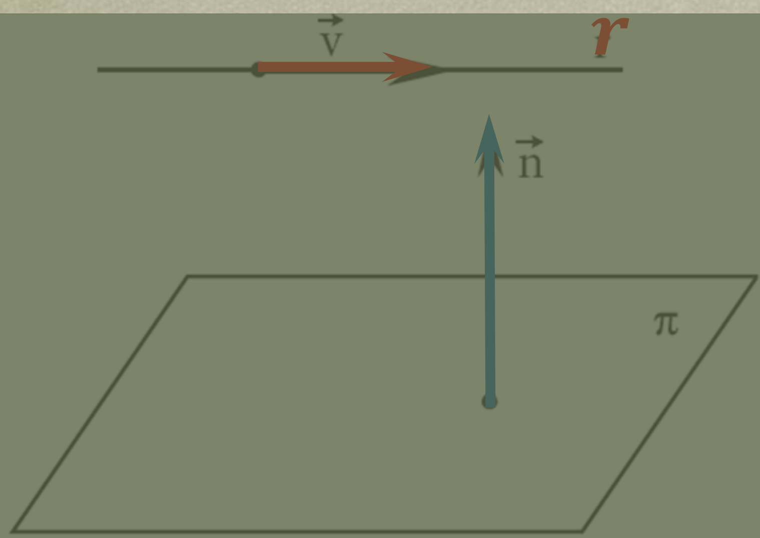
$$\vec{\boldsymbol{v}} \bullet \vec{\boldsymbol{n}} = \mathbf{0}$$

Se $\boldsymbol{r} \perp \boldsymbol{\pi_2} \rightarrow \vec{\boldsymbol{v}} \parallel \vec{\boldsymbol{n}}$

$$\vec{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{k}\vec{\boldsymbol{n}} \qquad (\boldsymbol{k} \in \mathbb{R})$$

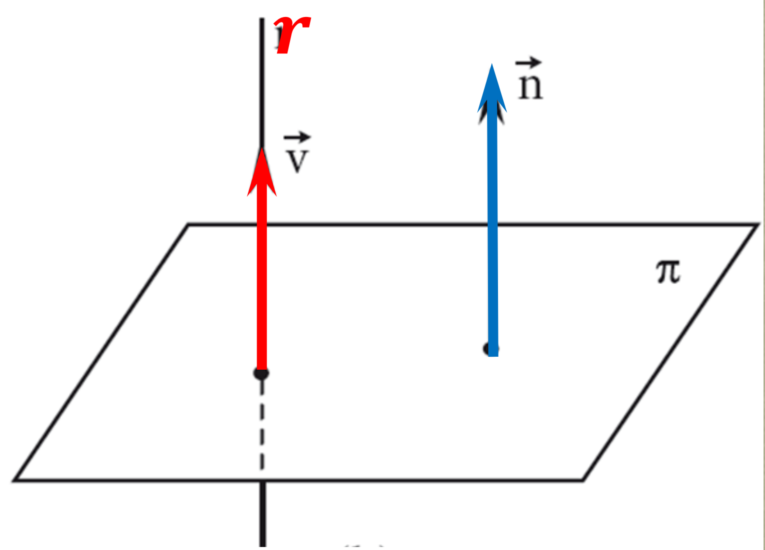
5.6 Condições de paralelismo e perpendicularismo entre reta e plano

Seja um reta $\boldsymbol{r}$ com direção de $\vec{\boldsymbol{v}}$ e um plano $\boldsymbol{\pi}$ com vetor normal $\vec{\boldsymbol{n}}$.



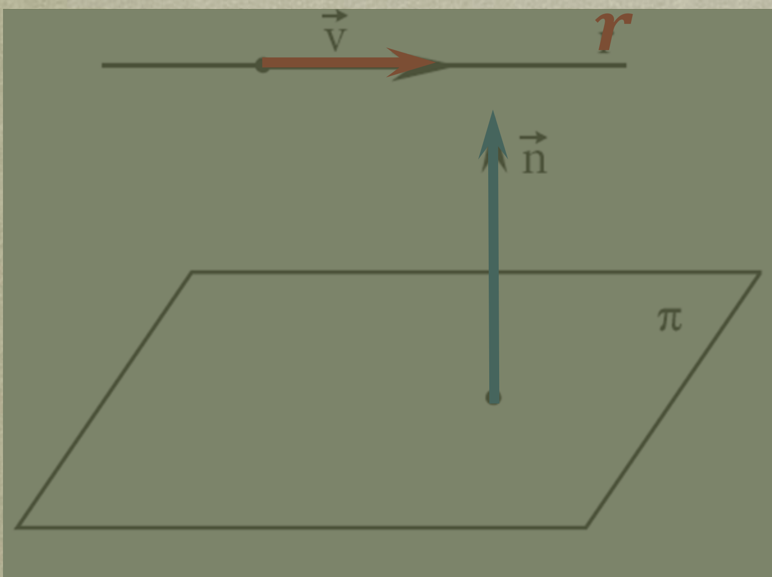
$$\text{Se } \ r \parallel \pi_2 \ \rightarrow \ \vec{v} \perp \vec{n}$$

$$\vec{v} \bullet \vec{n} = 0$$



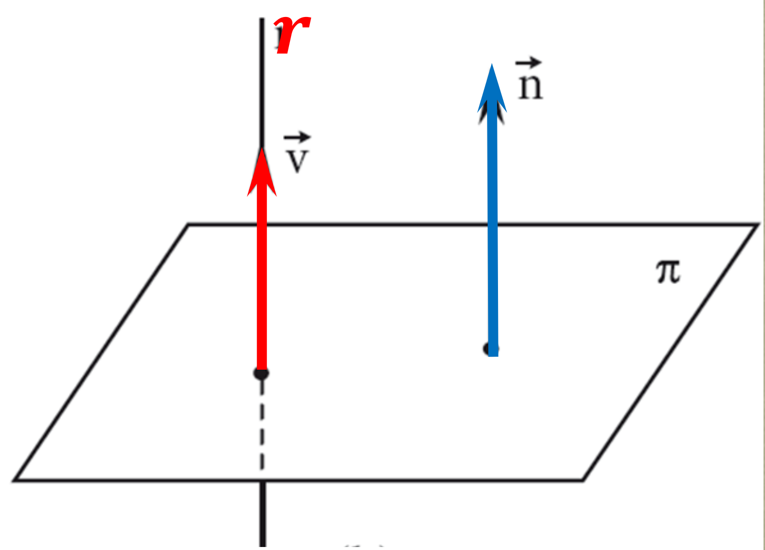
5.6 Condições de paralelismo e perpendicularismo entre reta e plano

Seja um reta $\boldsymbol{r}$ com direção de $\vec{v}$ e um plano $\boldsymbol{\pi}$ com vetor normal $\vec{n}$.



Se $r \parallel \pi_2 \rightarrow \vec{v} \perp \vec{n}$

$$\vec{v} \bullet \vec{n} = 0$$

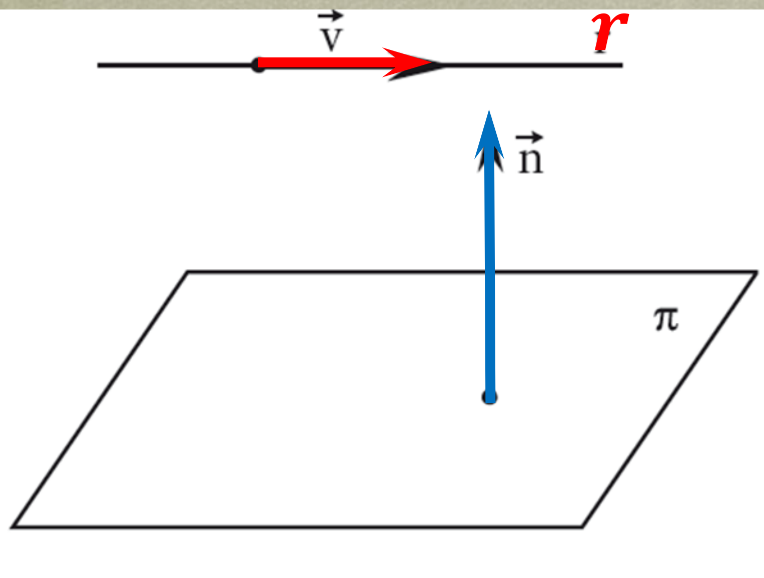


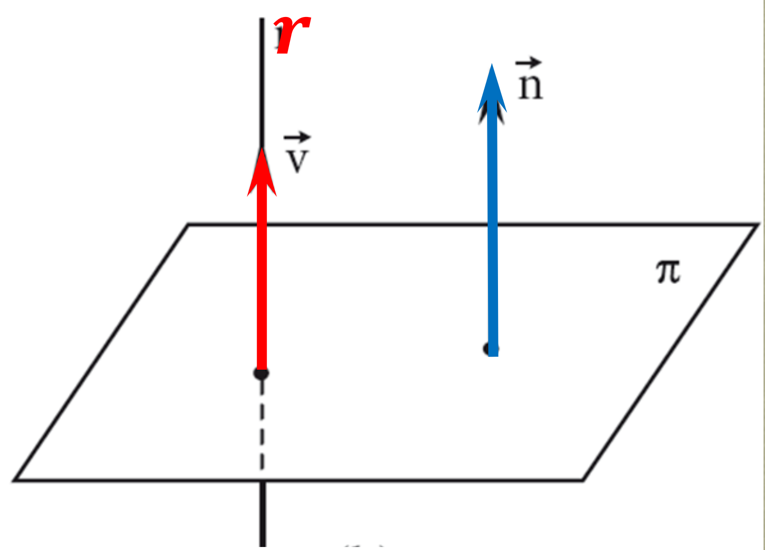
Se $r \perp \pi_2 \rightarrow \vec{v} \parallel \vec{n}$

$$\vec{v} = k\vec{n} \quad (k \in \mathbb{R})$$

5.6 Condições de paralelismo e perpendicularismo entre reta e plano

Seja um reta $\boldsymbol{r}$ com direção de $\vec{\boldsymbol{v}}$ e um plano $\boldsymbol{\pi}$ com vetor normal $\vec{\boldsymbol{n}}$.





Se $\boldsymbol{r \parallel \pi_2 \;\rightarrow\; \vec{v} \perp \vec{n}}$

$$\boldsymbol{\vec{v} \bullet \vec{n} = 0}$$

Se $\boldsymbol{r \perp \pi_2 \;\rightarrow\; \vec{v} \parallel \vec{n}}$

$$\boldsymbol{\vec{v} = k\vec{n} \qquad (k \in \mathbb{R})}$$

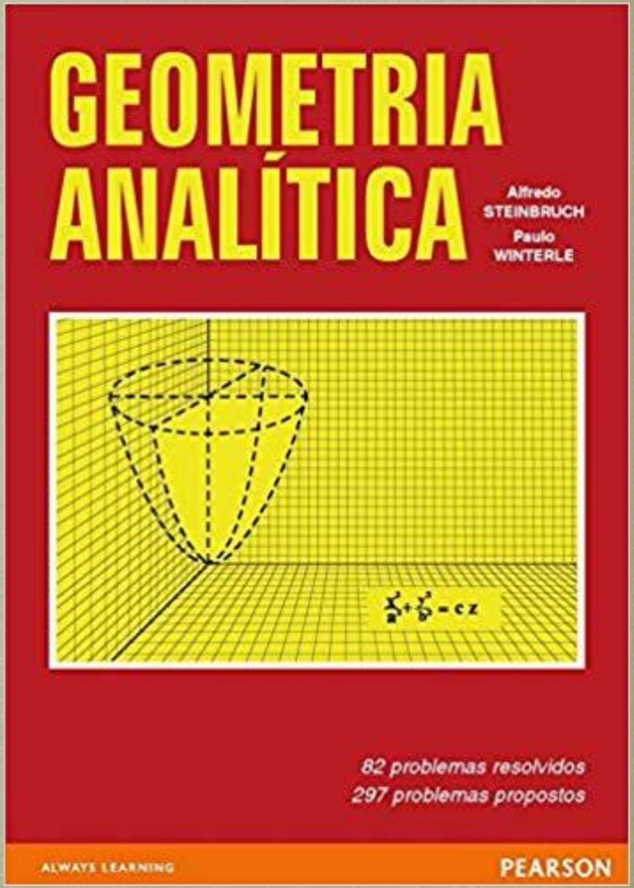
Resolver os problemas propostos:

p. 180: 2, 3, 6, 11, **12***, 17.

Entregar o exercício com asterisco.

Bibliografia - GA

STEINBRUCH, A.; WINTERLE, P. Geometria Analítica. 2. Ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 1987.



Numeração dos exercícios com base na 2ª ed. ----->>

Contatos e material de apoio

profhenriquefaria.com

henrique.faria@unesp.br

http://lattes.cnpq.br/1614784455223743