Geometria Analítica

Licenciatura em Química

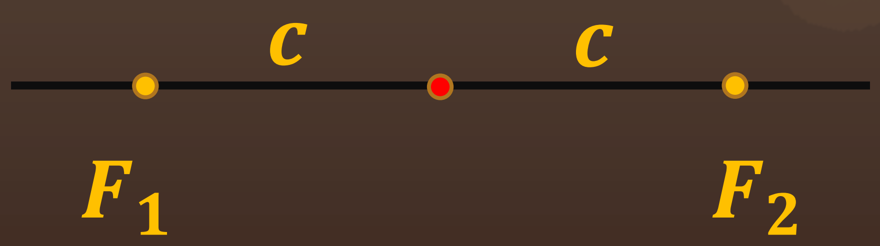
Semana 12

Elipse

Prof. Henrique Antonio Mendonça Faria

Elipse

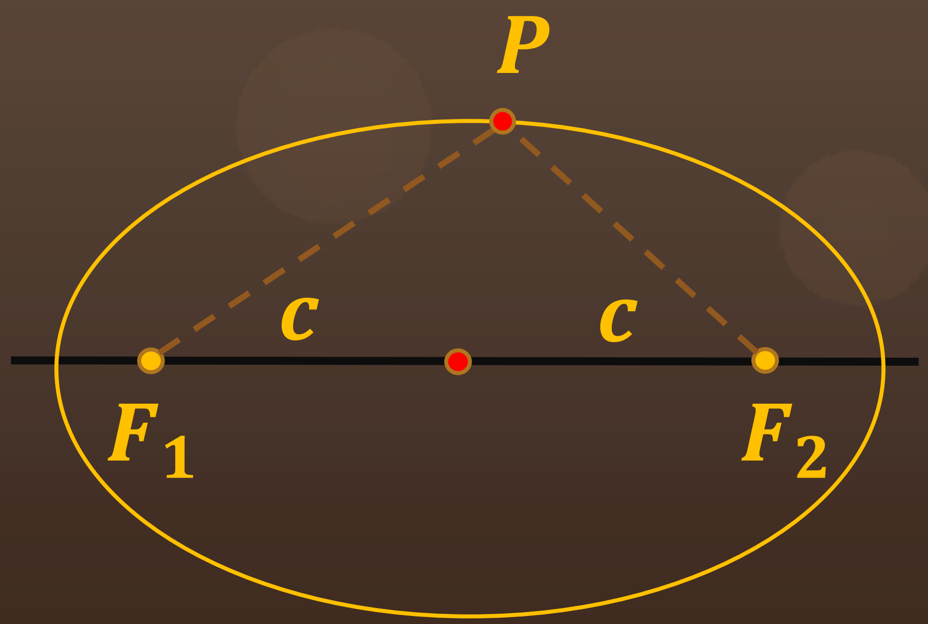
Sejam dois pontos F_1 e F_2 em que a distância entre estes é expressa por: $d(F_1, F_2) = 2c$



Elipse

Sejam dois pontos F_1 e F_2 em que a distância entre estes é expressa por: $d(F_1, F_2) = 2c$

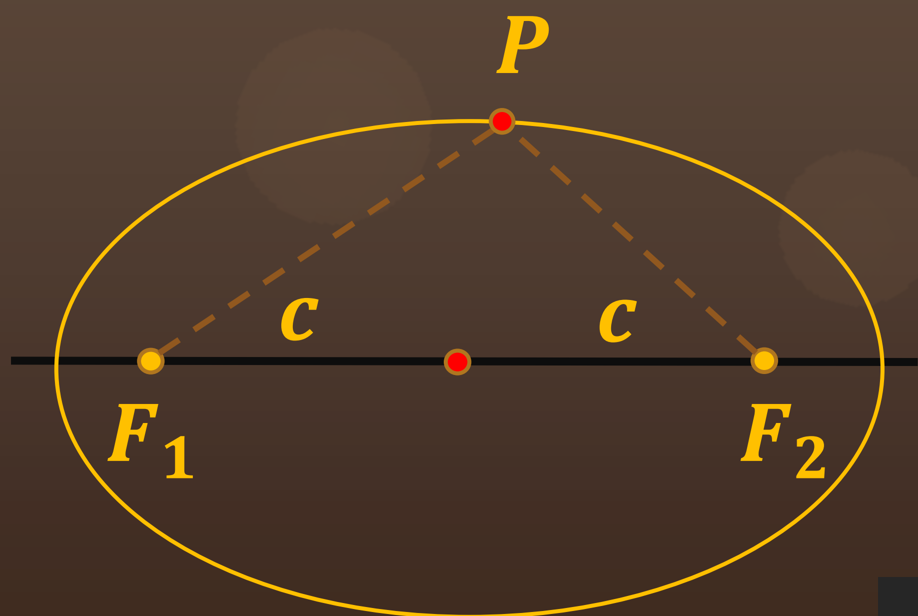
Estabelecendo como fixa a soma das distâncias $d(F_1, P)$ e $d(F_2, P)$, constrói-se a curva seguinte:



Elipse

Sejam dois pontos F_1 e F_2 em que a distância entre estes é expressa por: $d(F_1, F_2) = 2c$

Estabelecendo como fixa a soma das distâncias $d(F_1, P)$ e $d(F_2, P)$, constrói-se a curva seguinte:

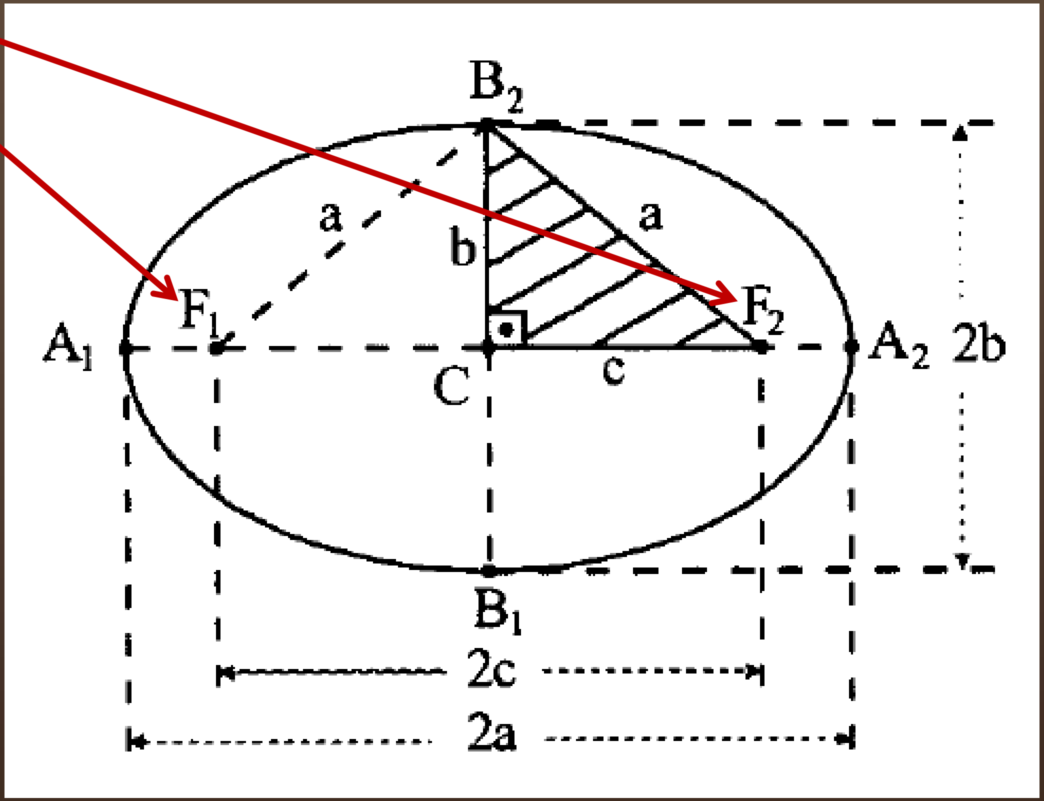


Elipse é o conjunto de todos os pontos do plano cuja soma das distâncias a dois pontos fixos

$$d(P, F_1) + d(P, F_2) = 2a$$

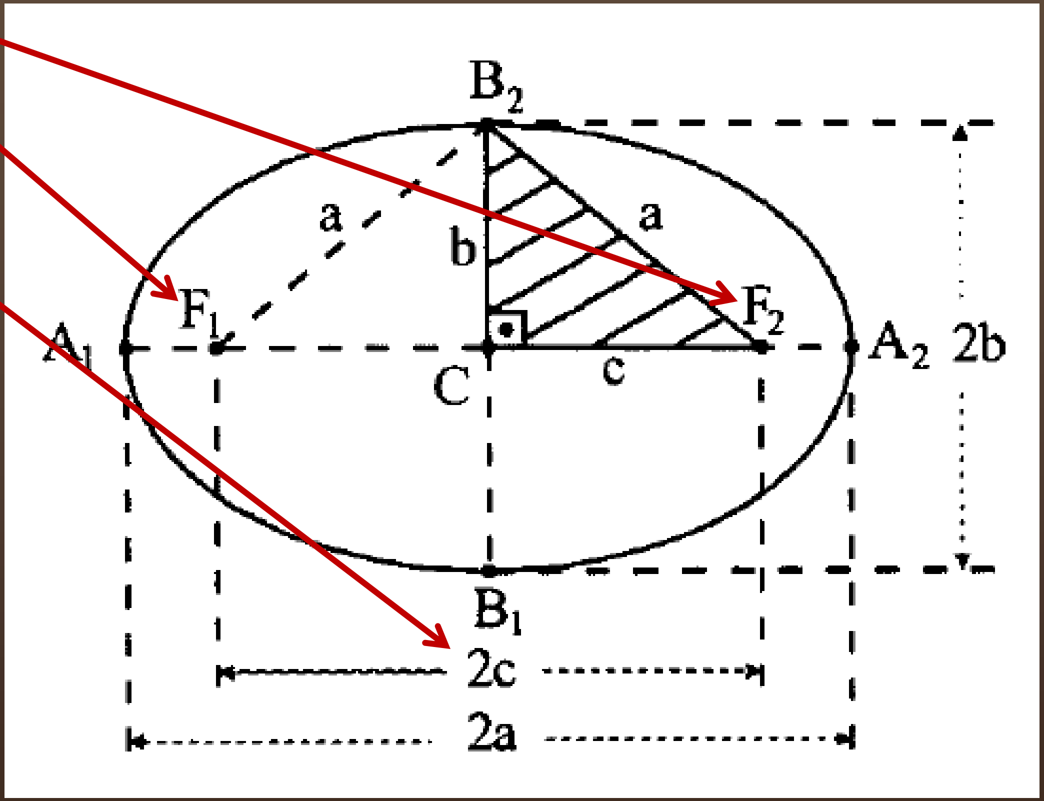
Elementos da Elipse

- **Focos:** $\boldsymbol{F_1}$ e $\boldsymbol{F_2}$



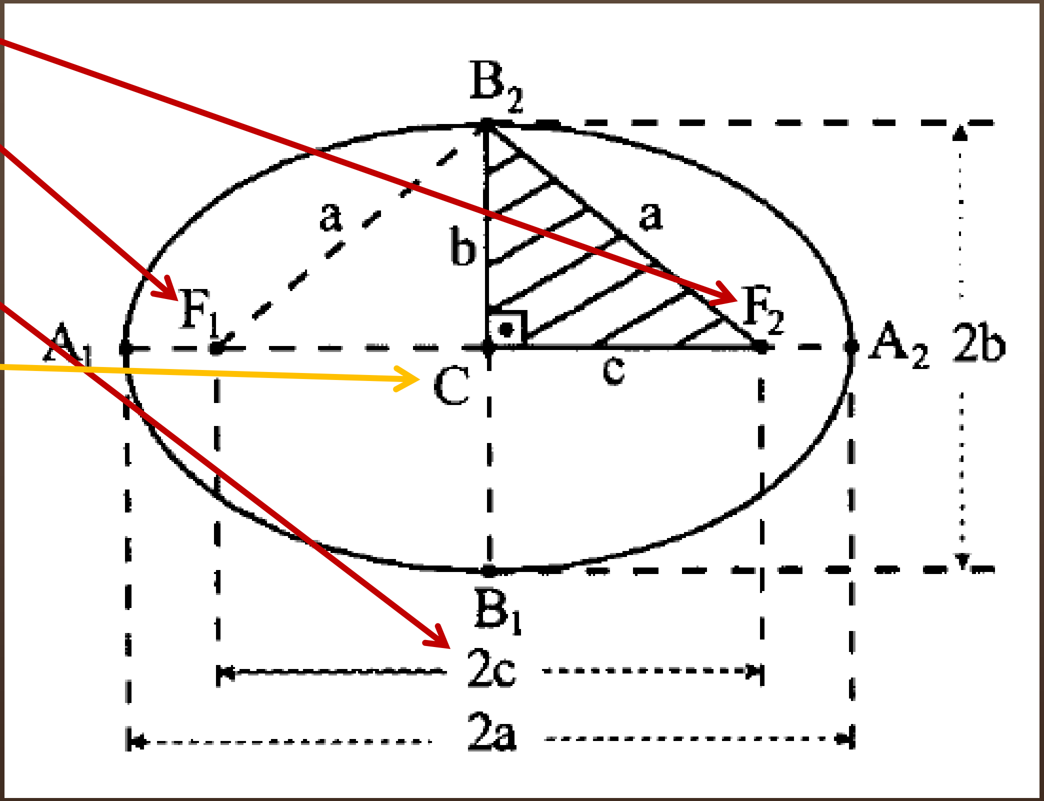
Elementos da Elipse

- **Focos:** F_1 e F_2
- **Distância Focal:** $d(F_1, F_2) = 2c$



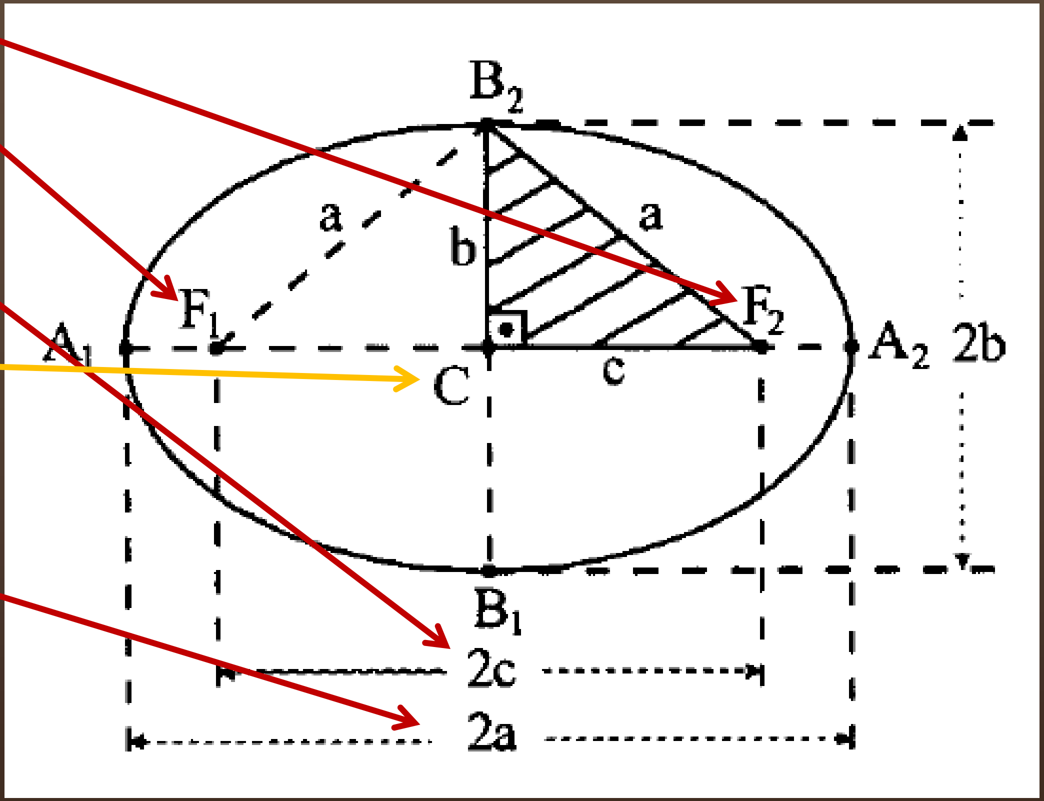
Elementos da Elipse

- Focos: F_1 e F_2
- Distância Focal: $d(F_1, F_2) = 2c$
- Centro: C



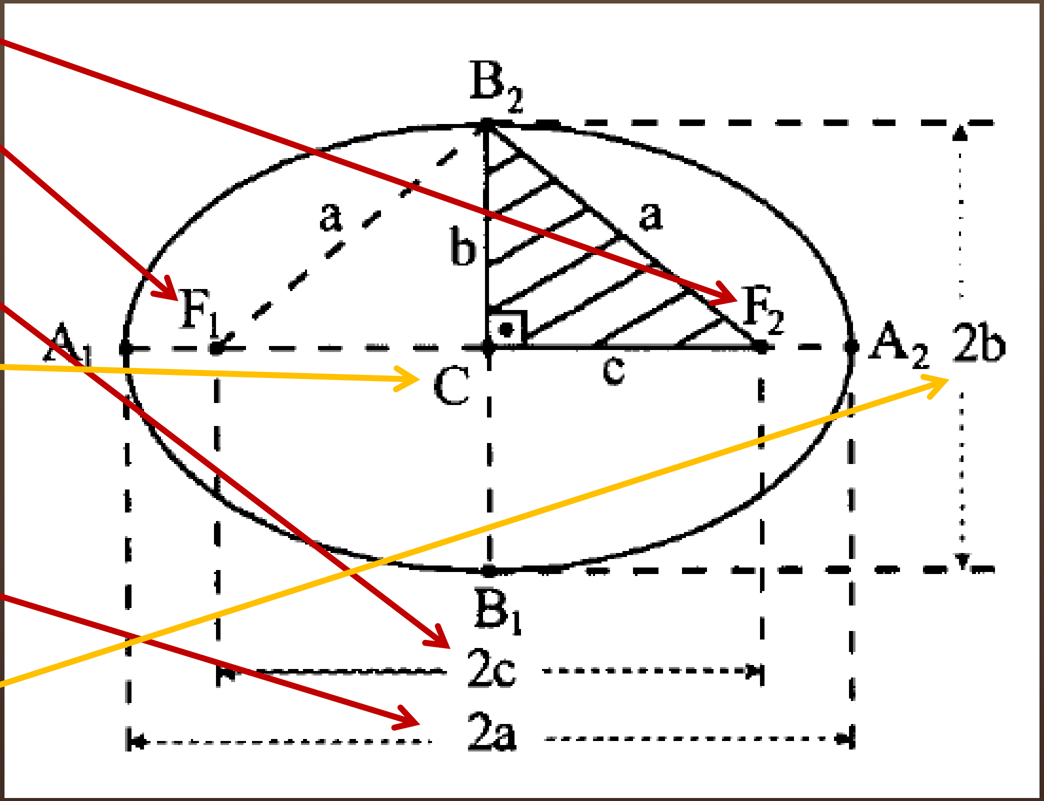
Elementos da Elipse

- Focos: F_1 e F_2
- Distância Focal:
  $d(F_1, F_2) = 2c$
- Centro: C
- Eixo maior: $2a$



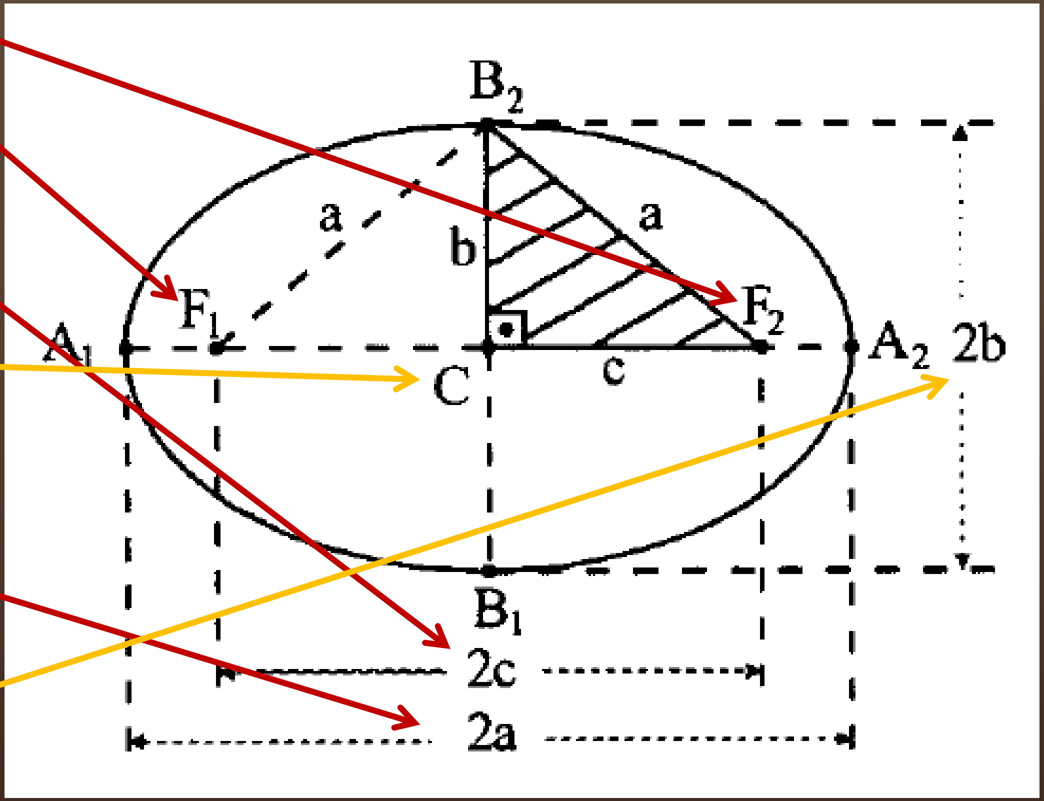
Elementos da Elipse

- Focos: F_1 e F_2
- Distância Focal:
  $d(F_1, F_2) = 2c$
- Centro: C
- Eixo maior: $2a$
- Eixo menor: 2b



Elementos da Elipse

- Focos: $\boldsymbol{F_1}$ e $\boldsymbol{F_2}$
- Distância Focal: $d(F_1, F_2) = 2c$
- Centro: C
- Eixo maior: $2a$
- Eixo menor: 2b
- Vértices: A_1, A_2, B_1, B_2

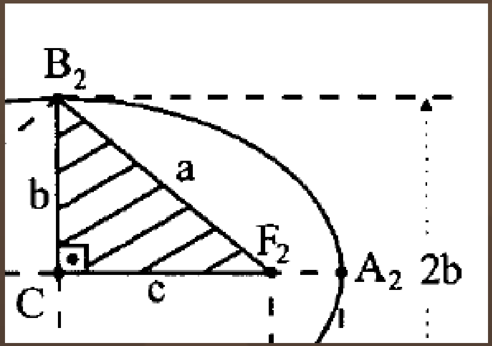


$$a^2 = b^2 + c^2$$

Excentricidade da elipse

Número real $0 < e < 1$ obtido pela razão:

$$e = \frac{c}{a}$$

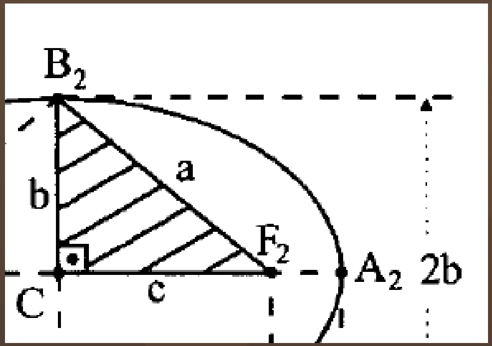


$$a^2 = b^2 + c^2$$

Excentricidade da elipse

Número real $0 < e < 1$ obtido pela razão:

$$e = \frac{c}{a}$$



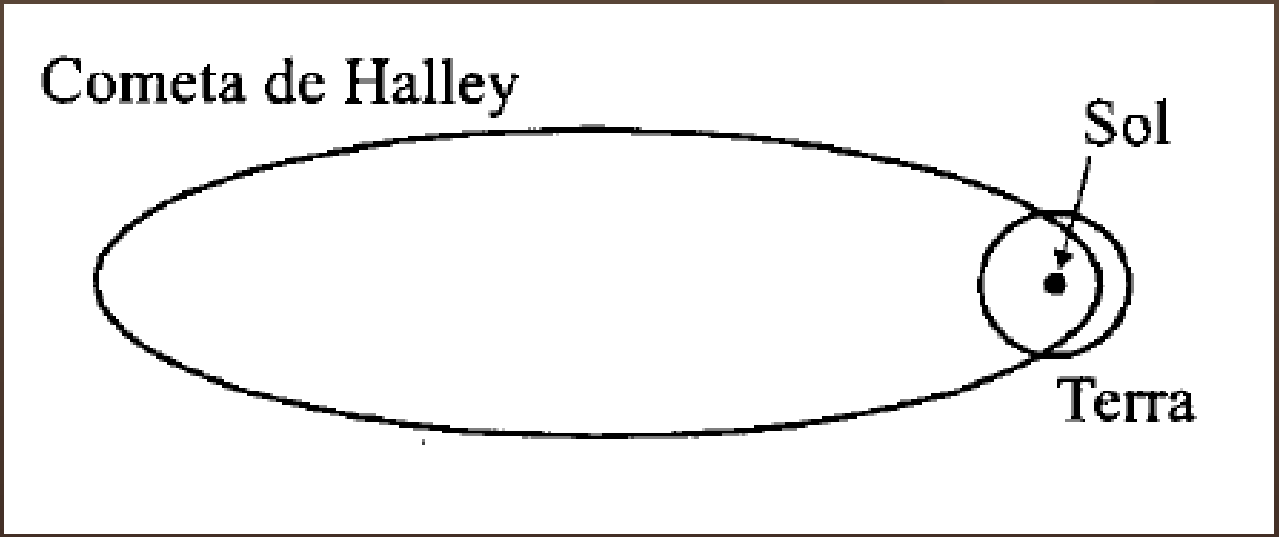
$$a^2 = b^2 + c^2$$

A excentricidade expressa a forma da elipse.

- $e \cong 0$ se aproximam de uma circunferência;
- $e \cong 1$ elipses achatadas.

Excentricidade da elipse

O corpo com órbita mais excêntrica no sistema solar é o cometa Halley: $e = 0,967$. Ele leva 76 anos para completar uma volta em torno do sol (revolução).



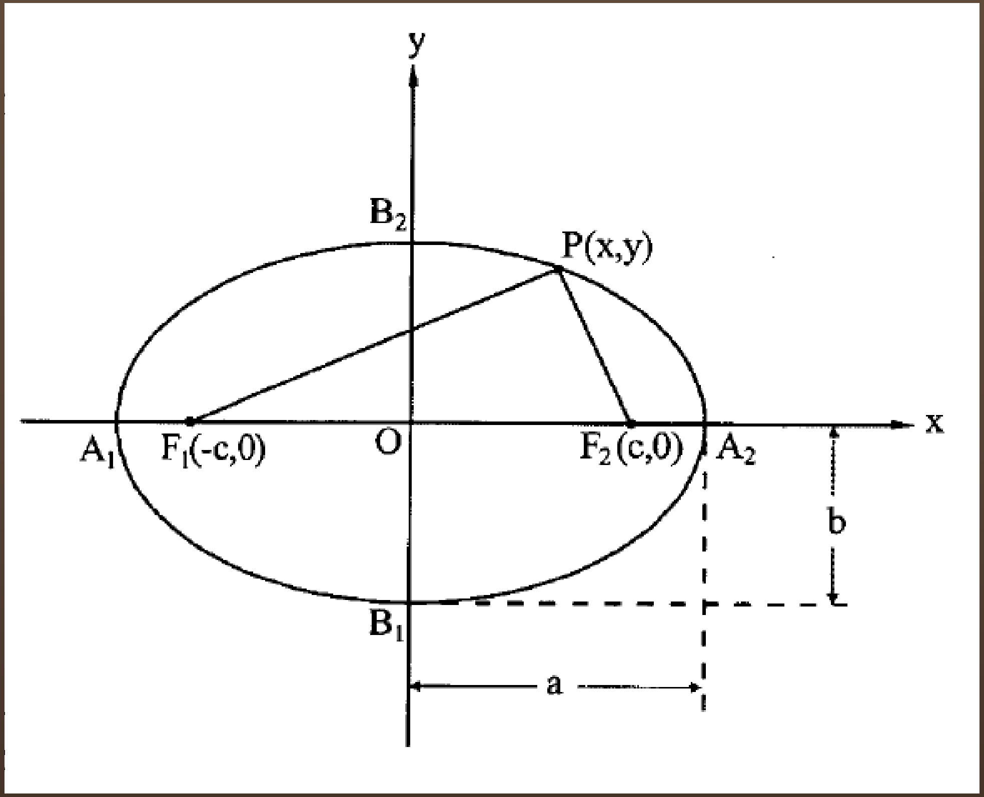
Enquanto a excentricidade da órbita da terra em torno do sol: $e = 0,02$.

Equação reduzida da elipse

1º Caso: Eixo maior sobre o eixo x.

Focos: $F_1(-c, 0)$

$F_2(c, 0)$

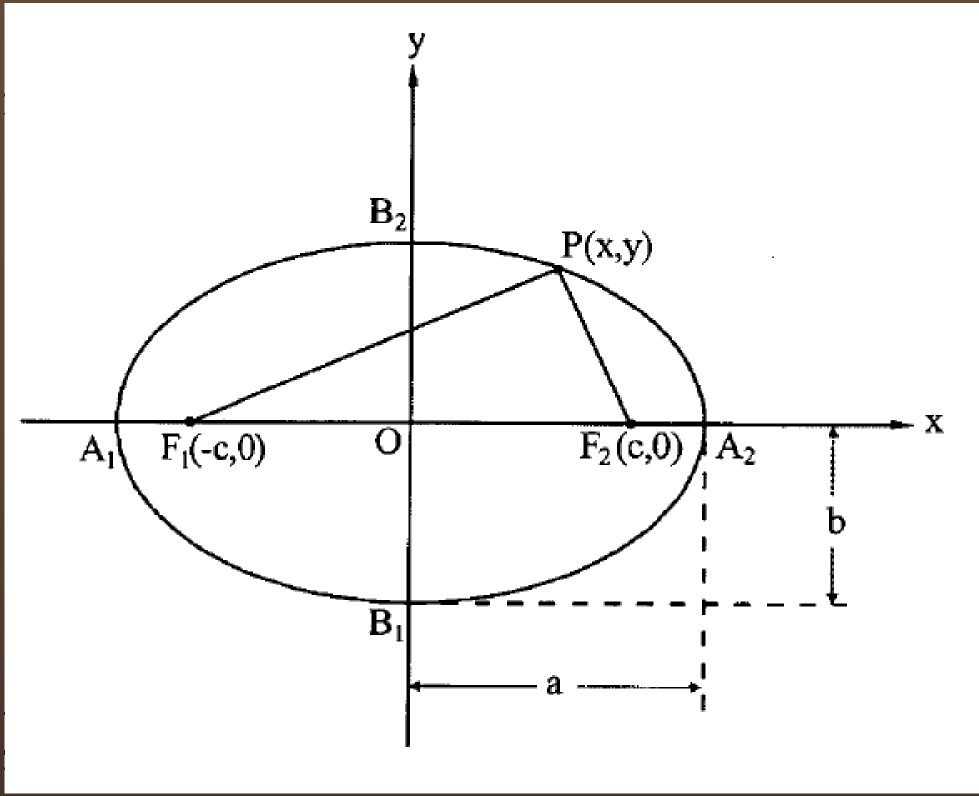


Equação reduzida da elipse

1º Caso: Eixo maior sobre o eixo x.

Focos: $F_1(-c, 0)$

$F_2(c, 0)$



Pela definição:

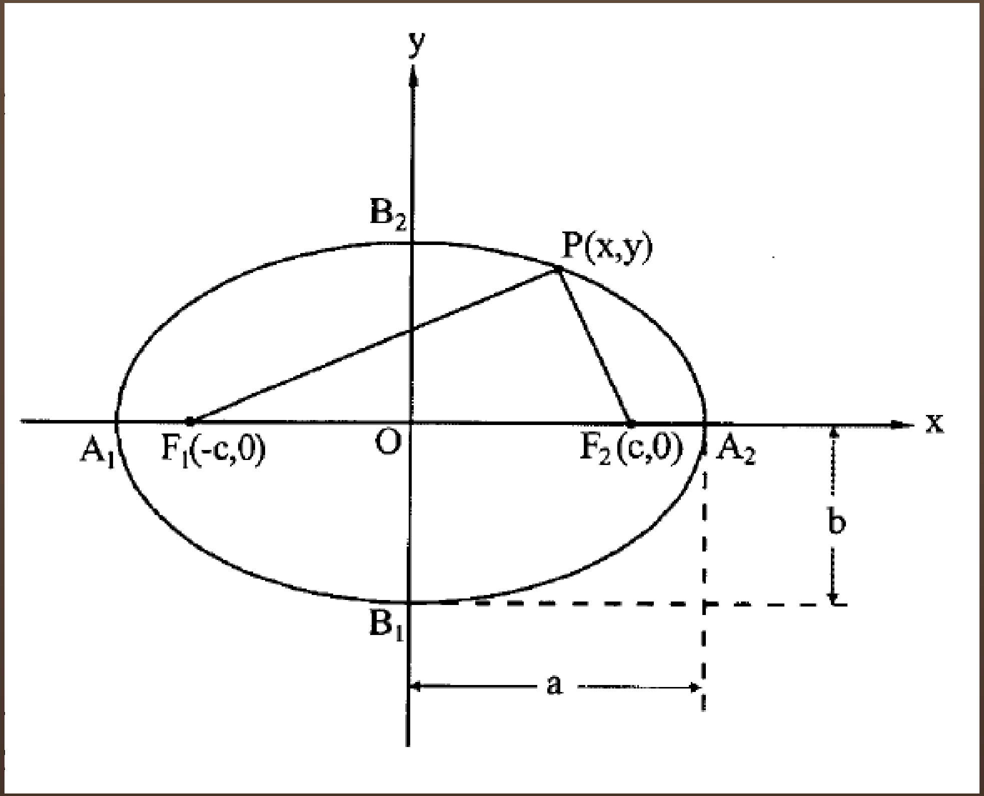
$$d(P, F_1) + d(P, F_2) = 2a$$

Equação reduzida da elipse

1º Caso: Eixo maior sobre o eixo x.

Focos: $F_1(-c, 0)$

$F_2(c, 0)$



Pela definição:

$$d(P, F_1) + d(P, F_2) = 2a$$

$$\left|\overrightarrow{F_1P}\right| + \left|\overrightarrow{F_2P}\right| = 2a$$

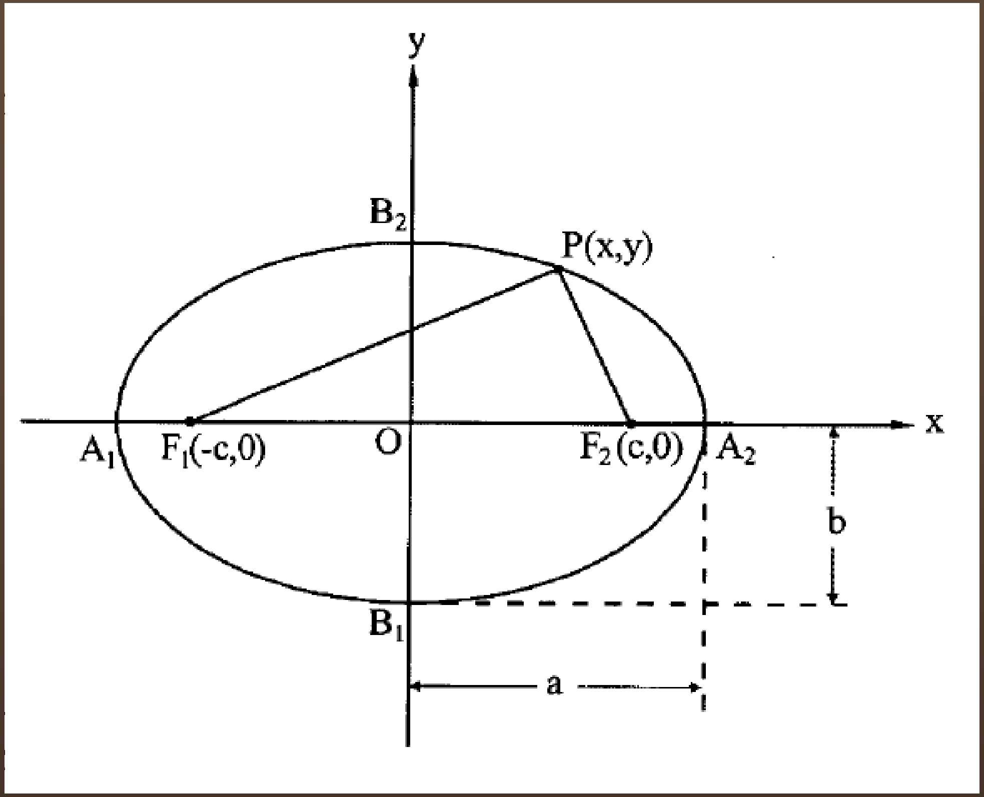
$$|(x, y) - (-c, 0)| + |(x, y) - (c, 0)| = 2a$$

Equação reduzida da elipse

1º Caso: Eixo maior sobre o eixo x.

Focos: $F_1(-c, 0)$

$F_2(c, 0)$



Pela definição:

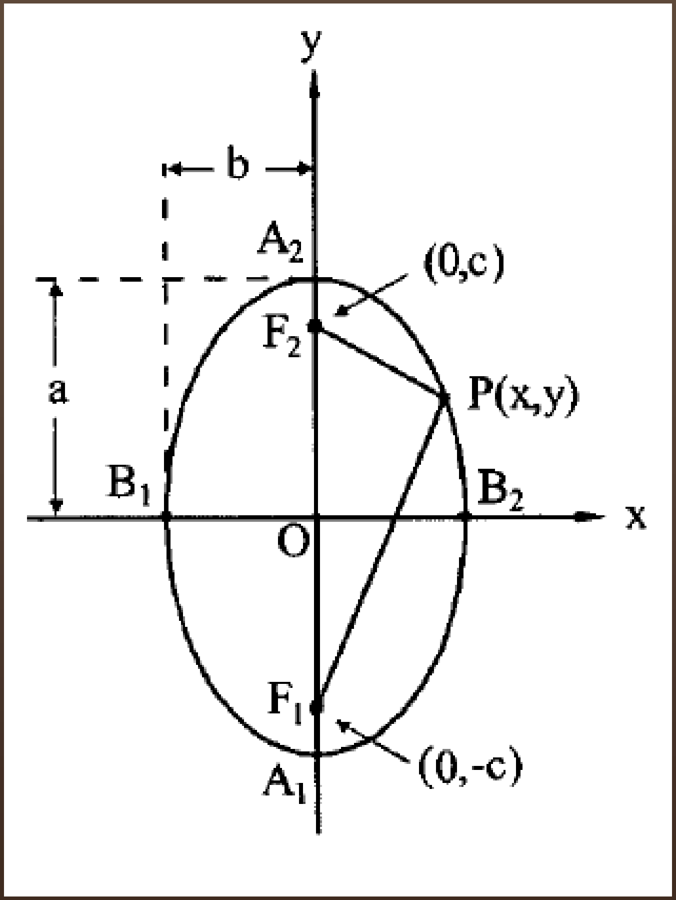
$$d(P, F_1) + d(P, F_2) = 2a$$

$$|\overrightarrow{F_1P}| + |\overrightarrow{F_2P}| = 2a$$

$$|(x, y) - (-c, 0)| + |(x, y) - (c, 0)| = 2a$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Equação reduzida da Elipse

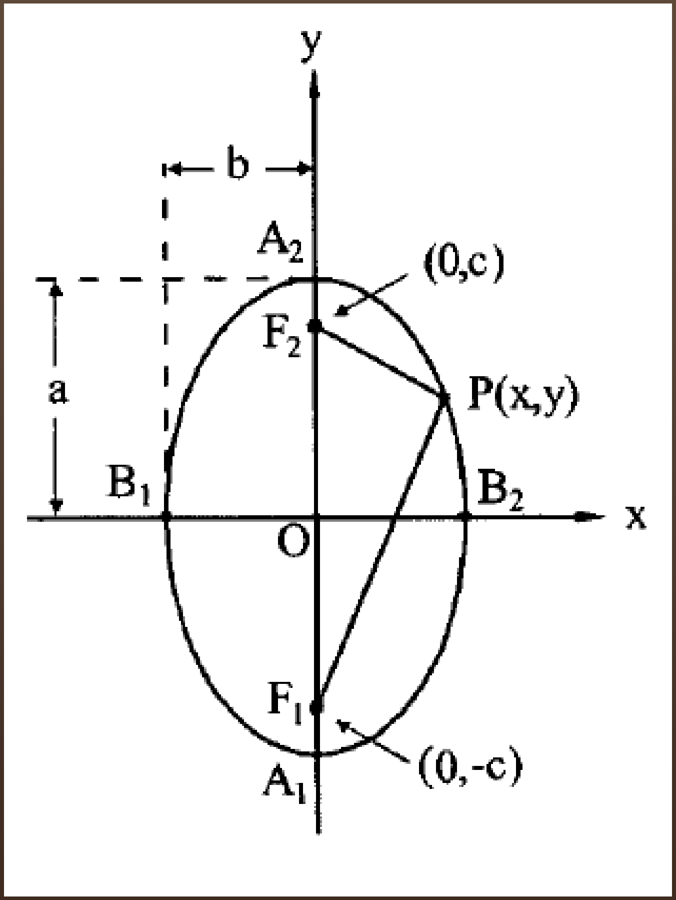


2º Caso: Eixo maior sobre o eixo y.

Foco:

$$F_1(0,-c) \text{ e } F_2(0,c)$$

Equação reduzida da Elipse



2º Caso: Eixo maior sobre o eixo y.

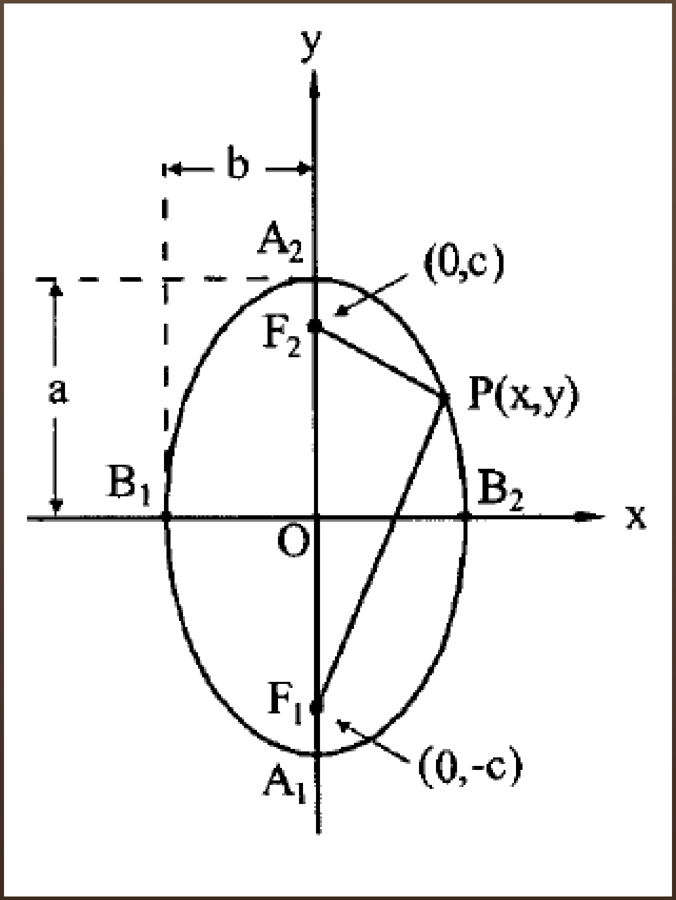
Foco:

$F_1(0,-c)$ e $F_2(0,c)$

Pela definição:

$$d(P,F_1) + d(P,F_2) = 2a$$

Equação reduzida da Elipse



2º Caso: Eixo maior sobre o eixo y.

Foco:

$$F_1(0,-c) \text{ e } F_2(0,c)$$

Pela definição:

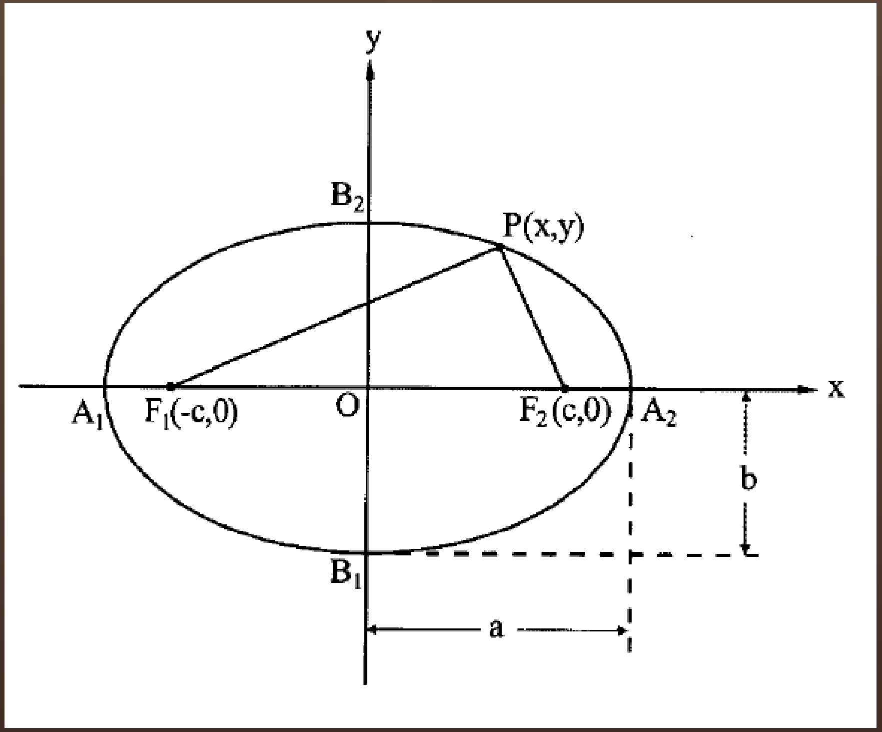
$$d(P,F_1) + d(P,F_2) = 2a$$

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

Como identificar o eixo maior?

Na representação, sempre para elipse: $a > b$

Então:



Como identificar o eixo maior?

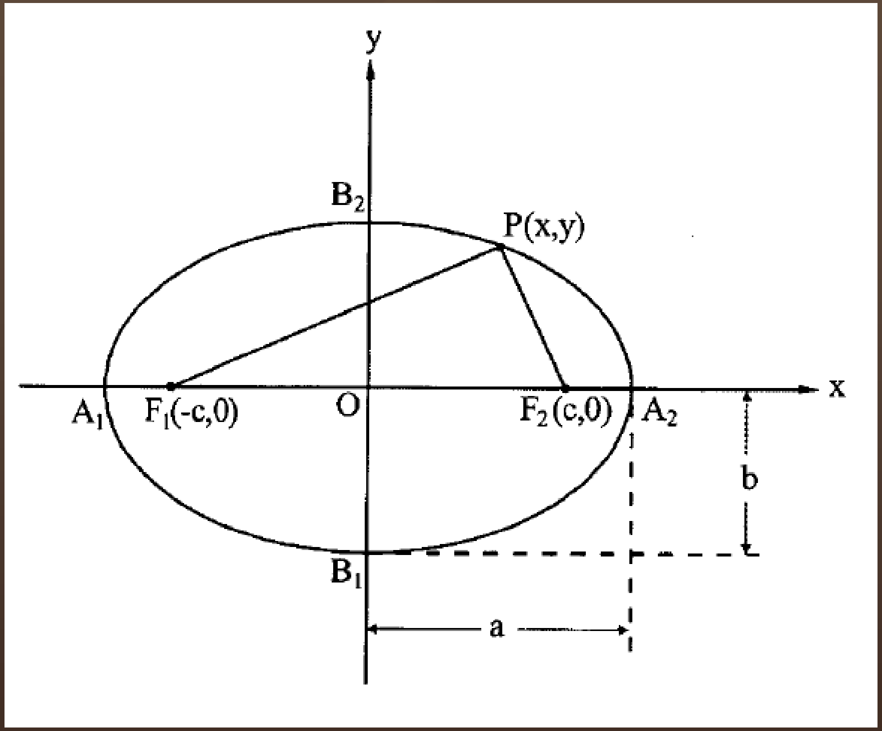
Na representação, sempre para elipse: $a > b$

Então:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Eixo maior

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$



Exemplo 1

Resp.: $F_1\left(0, -\sqrt{12}\right)$ $\boldsymbol{e = 0,86}$

Determine para a elipse $\mathbf{4x^2 + y^2 - 16 = 0}$.

a) A medida dos semieixos; b) Os Focos

c) A excentricidade; d) O esboço do gráfico

Prof. Henrique A M Faria

Exercício

Resp.: $F_1(\sqrt{7}, 0)$ $\boldsymbol{e} = \frac{\sqrt{7}}{4}$

Determine para a elipse $\mathbf{9x^2 + 16y^2 - 144 = 0}$.

a) A medida dos semieixos; b) Os Focos

c) A excentricidade; d) O esboço do gráfico

Circunferência

Circunferência

- Elipse degenerada;

Circunferência

- Elipse degenerada;
- O que resulta na equação da elipse em $a = b = r$ e define o raio r da circunferência;

Prof. Henrique A M Faria

Circunferência

- Elipse degenerada;
- O que resulta na equação da elipse em $a = b = r$ e define o raio r da circunferência;

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

Circunferência

- Elipse degenerada;
- O que resulta na equação da elipse em $\boldsymbol{a = b = r}$ e define o raio $\boldsymbol{r}$ da circunferência;

$$\frac{\boldsymbol{x^2}}{\boldsymbol{b^2}} + \frac{\boldsymbol{y^2}}{\boldsymbol{a^2}} = \mathbf{1} \qquad \rightarrow \qquad \frac{\boldsymbol{x^2}}{\boldsymbol{r^2}} + \frac{\boldsymbol{y^2}}{\boldsymbol{r^2}} = \mathbf{1}$$

Circunferência

- Elipse degenerada;
- O que resulta na equação da elipse em $a = b = r$ e define o raio r da circunferência;

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1 \quad \rightarrow \quad \frac{x^2}{r^2} + \frac{y^2}{r^2} = 1$$

- Os focos coincidem com o centro.

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Equação da circunferência centrada na origem

Circunferência

- Se o centro da circunferência for deslocado: $\boldsymbol{C(h,k)}$;
- A equação geral ficará, então:

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$

Equação da circunferência de centro $\boldsymbol{C(h,k)}$

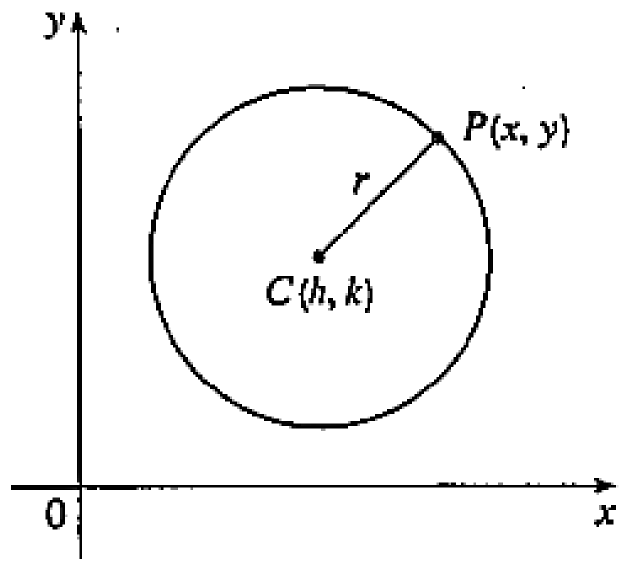


FIGURA 1 Stewart, v. 1

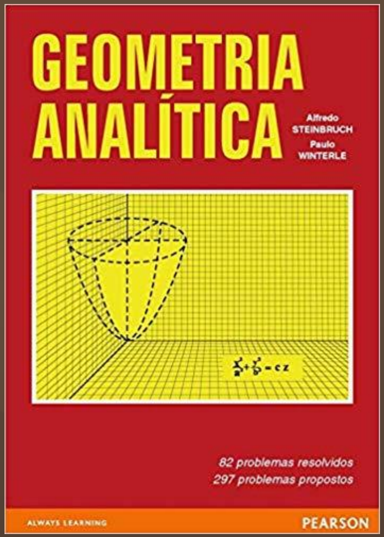
Prof. Henrique A M Faria

Exemplo 1

Esboce o gráfico da equação $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 7 = 0$ mostrando, primeiro, que ela é uma circunferência. Determine o seu raio e seu centro. Resp.: $r = \sqrt{3}$ e $C(-1, 3)$

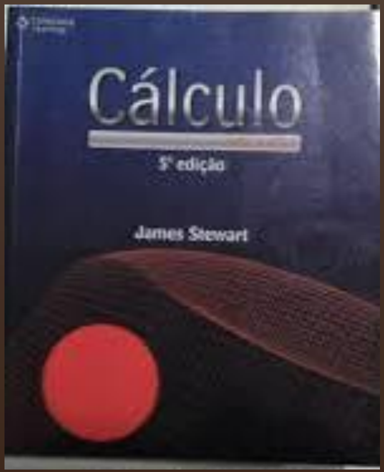
Bibliografia - GA

STEINBRUCH, A.; WINTERLE, P. Geometria Analítica. 2. Ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 1987.

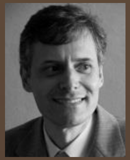


Numeração dos exercícios com base na 2ª ed. ----->>

Stewart, James. Cálculo volume 1, 5ª ed. São Paulo: Cencage, 2008.



Contatos e redes sociais



profhenriquefaria.com

henrique.faria@unesp.br

Currículo Lattes http://lattes.cnpq.br/1614784455223743