Geometria Analítica

Licenciatura em Química

Semana 13

Coordenadas polares

Prof. Henrique Antonio Mendonça Faria

Coordenadas cartesianas

- A representação de um ponto $\mathbf{P}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$, no plano, é normalmente representado em um sistema de eixos cartesianos, $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{y}$;

Coordenadas cartesianas

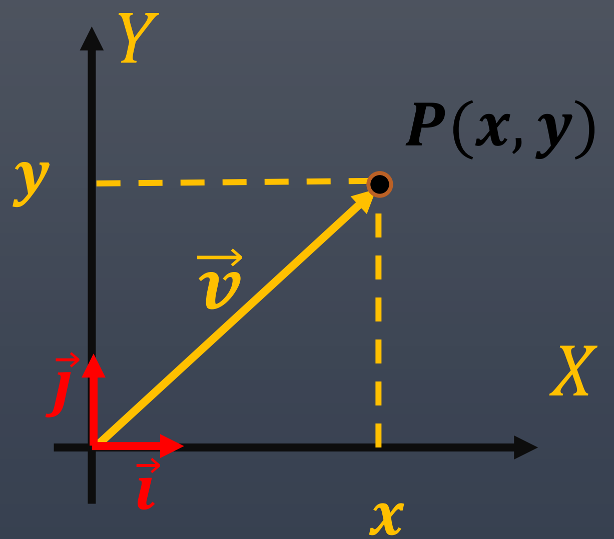
- A representação de um ponto $\mathbf{P}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$, no plano, é normalmente representado em um sistema de eixos cartesianos, $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{y}$;
- A base canônica para os vetores, no sistema cartesiano é definida por $\mathbf{A} = \{\, \vec{\boldsymbol{i}},\ \vec{\boldsymbol{j}}\, \}$;

Coordenadas cartesianas

- A representação de um ponto $\mathbf{P}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$, no plano, é normalmente representado em um sistema de eixos cartesianos, $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{y}$;
- A base canônica para os vetores, no sistema cartesiano é definida por $\mathbf{A} = \{\, \vec{\boldsymbol{i}}, \ \vec{\boldsymbol{j}} \,\}$;
- Nesta base, qualquer vetor $\vec{\boldsymbol{v}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$ pode ser escrito como combinação linear dos vetores de base e em termos das componentes $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{y}$;

Coordenadas cartesianas

- A representação de um ponto $\mathbf{P}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$, no plano, é normalmente representado em um sistema de eixos cartesianos, $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{y}$;
- A base canônica para os vetores, no sistema cartesiano é definida por $\mathbf{A} = \{\, \vec{\boldsymbol{\imath}},\ \vec{\boldsymbol{\jmath}} \,\}$;
- Nesta base, qualquer vetor $\vec{\boldsymbol{v}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$ pode ser escrito como combinação linear dos vetores de base e em termos das componentes $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{y}$;



Coordenadas polares

- Um vetor $\vec{v}$ nesse sistema de coordenadas é representado também por duas coordenadas;

Coordenadas polares

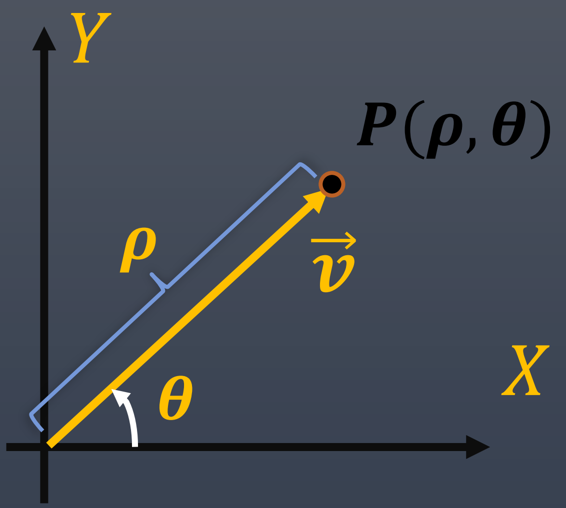
- Um vetor $\vec{v}$ nesse sistema de coordenadas é representado também por duas coordenadas;
- A primeira coordenada é a distância ρ **(rho)** da origem até extremo do vetor;

Coordenadas polares

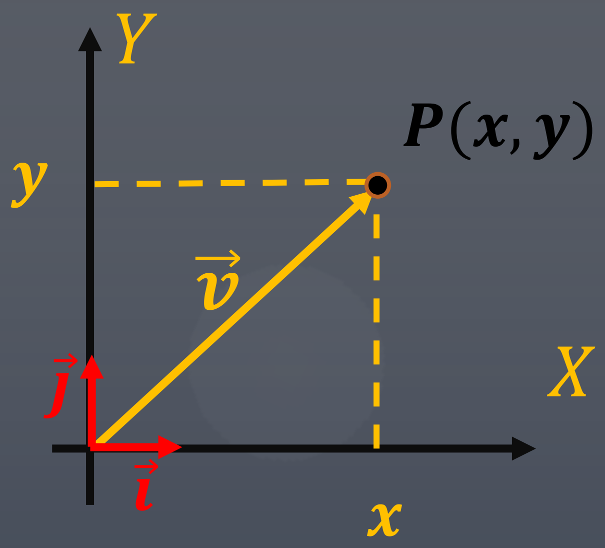
- Um vetor $\vec{v}$ nesse sistema de coordenadas é representado também por duas coordenadas;
- A primeira coordenada é a distância $\boldsymbol{\rho}$ **(rho)** da origem até extremo do vetor;
- A outra coordenada é o ângulo $\boldsymbol{\theta}$ (theta) que o vetor faz com o eixo X, medido no sentido anti-horário;

Coordenadas polares

- Um vetor $\vec{v}$ nesse sistema de coordenadas é representado também por duas coordenadas;
- A primeira coordenada é a distância ρ **(rho)** da origem até extremo do vetor;
- A outra coordenada é o ângulo θ (theta) que o vetor faz com o eixo X, medido no sentido anti-horário;

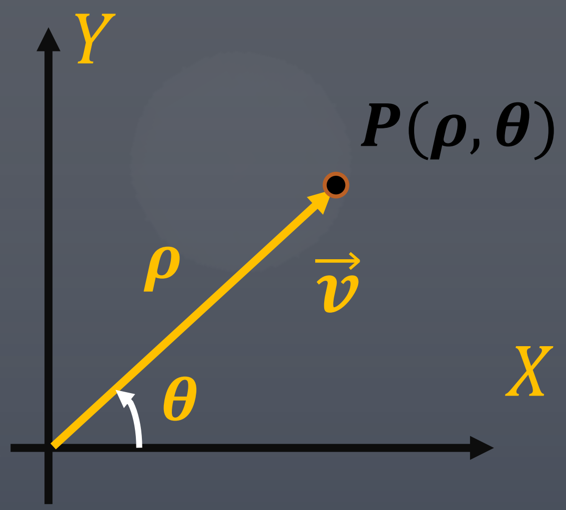


Coordenadas cartesianas



$$\vec{v} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

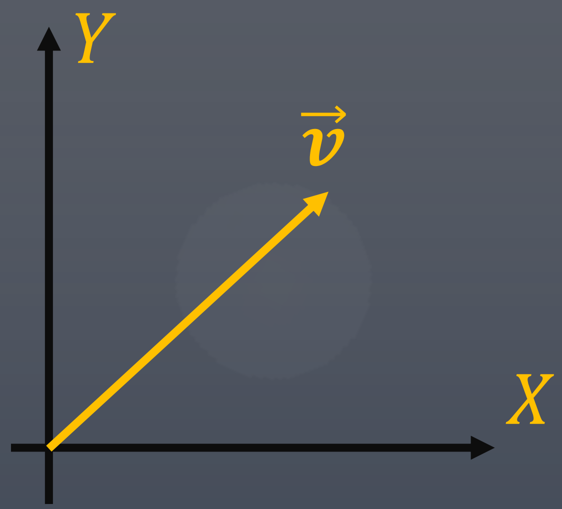
Coordenadas polares



$$\vec{v} = (\rho cos\theta)\vec{\rho} + (\rho sen\theta)\vec{\theta}$$

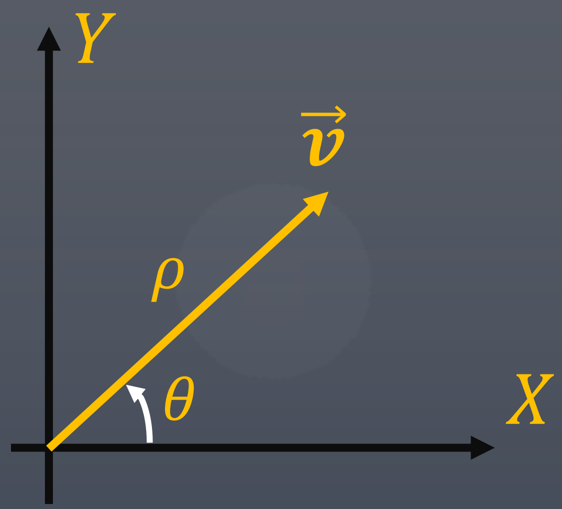
Relações de transformação

- Tomando como base o vetor $\vec{v}$:



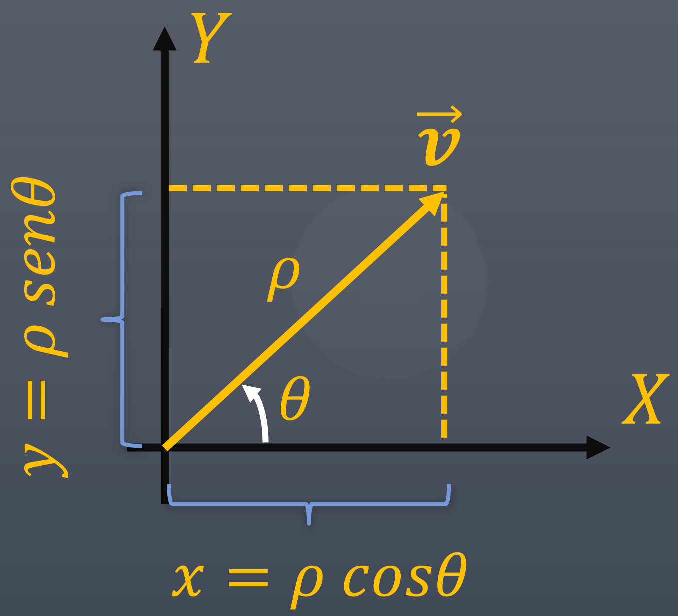
Relações de transformação

- Tomando como base o vetor $\vec{v}$:



Relações de transformação

- Tomando como base o vetor $\vec{v}$:

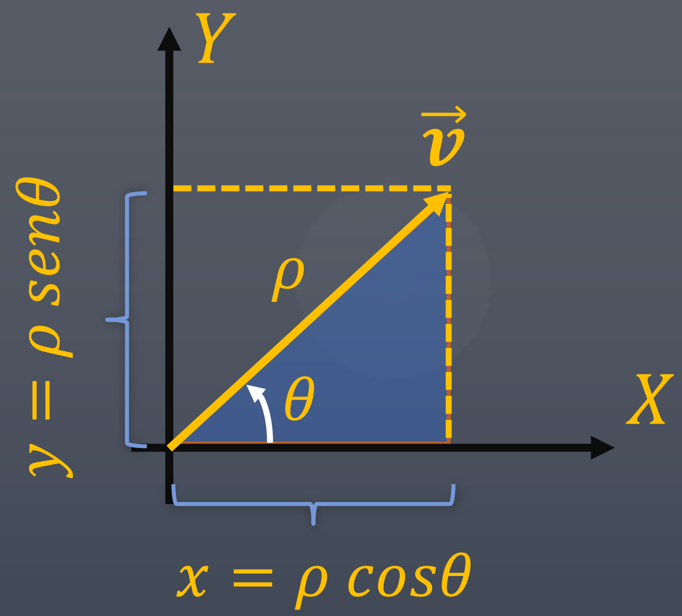


Projeção do vetor

$$\begin{cases} x = \rho\, cos\theta \\ y = \rho\, sen\theta \end{cases}$$

Relações de transformação

- Tomando como base o vetor $\vec{v}$:



Projeção do vetor

$$\begin{cases} x = \rho\ cos\theta \\ y = \rho\ sen\theta \end{cases}$$

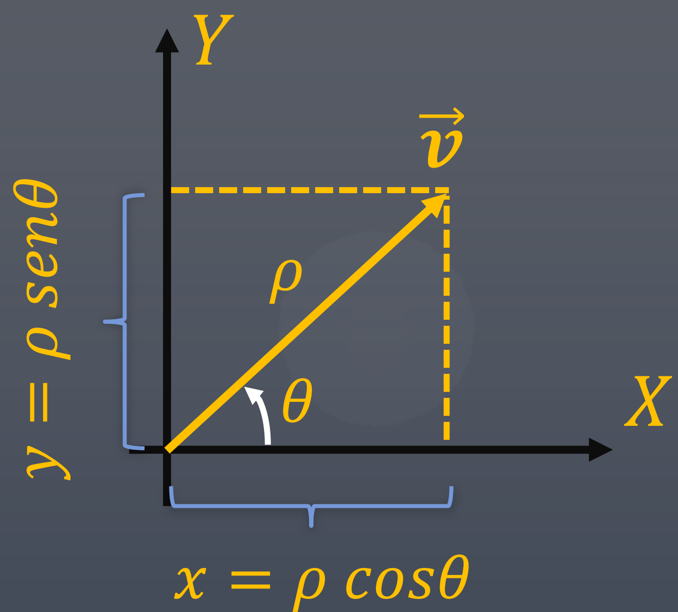
Do triângulo retângulo:

$$\rho^2 = (\rho\ sen\theta)^2 + (\rho\ cos\theta)^2$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$tg\theta = \frac{y}{x}$$

Relações de transformação



Polar - Cartesianas

$$\begin{cases} x = \rho\, cos\theta \\ y = \rho\, sen\theta \end{cases}$$

Cartesianas - Polar

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$tg\theta = \frac{y}{x}$$

Exemplo 1

Representar o ponto $(x, y) = (-2, \sqrt{2})$ em coordenadas polares.

Resp.: $P(\sqrt{6}, 125°)$

Exemplo 2

Representar o ponto $(4, \pi/6)$ em coordenadas cartesianas.

Resp.: $P\left(2\sqrt{3}, 2\right)$

Exercício

Transformar para as coordenadas indicadas:

a) $(2, 2)$ para coordenadas polares.

b) $(4, \pi/4)$ para coordenadas cartesianas.

Exemplo 3

Esboce o gráfico ρ versus θ da curva $\rho = cos2\theta$

Exemplo 4

Transforme a curva $x^2 + y^2 = 4$ para coordenadas polares.

Prof. Henrique A M Faria

Exercícios propostos (Stewart 10.3, v. 2, p. 599)

3–4 Marque o ponto cujas coordenadas polares são dadas. A seguir, encontre as coordenadas cartesianas do ponto.

3. (a) $(1, \pi)$ (b) $(2, -2\pi/3)$ (c) $(-2, 3\pi/4)$

4. (a) $\left(-\sqrt{2}, 5\pi/4\right)$ (b) $(1, 5\pi/2)$ (c) $(2, -7\pi/6)$

(ii) Encontre as coordenadas polares (r, θ) do ponto, onde $r < 0$ e $0 \leqslant \theta \leqslant 2\pi$.

5. (a) $(2, -2)$ (b) $\left(-1, \sqrt{3}\right)$

6. (a) $\left(3\sqrt{3}, 3\right)$ (b) $(1, -2)$

21–26 Encontre uma equação polar para a curva representada pela equação cartesiana dada.

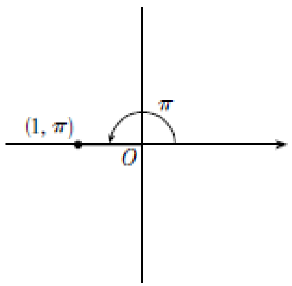
21. $y = 2$ **22.** $y = x$

23. $y = 1 + 3x$ **24.** $4y^2 = x$

25. $x^2 + y^2 = 2cx$ **26.** $xy = 4$

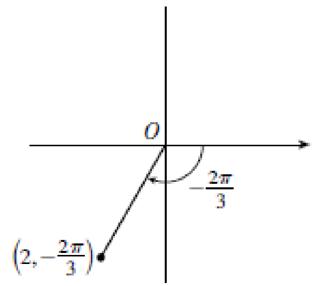
Resposta dos ímpares (Stewart 10.3, v. 2, p. 599)

3. (a)



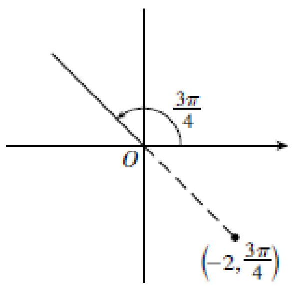
$(-1, 0)$

(b)



$(-1, \sqrt{3})$

(c)



$(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$

5. (a) (i) $(2\sqrt{2}, 7\pi/4)$ (ii) $(-2\sqrt{2}, 3\pi/4)$
(b) (i) $(2, 2\pi/3)$ (ii) $(-2, 5\pi/3)$

21. $r = 2$ cossec θ **23.** $r = 1/(\text{sen } \theta - 3 \cos \theta)$

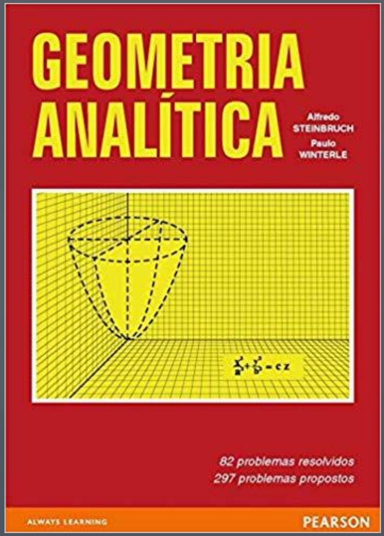
25. $r = 2c$ cossec θ **27.** (a) $\theta = \pi/6$ (b) $x = 3$

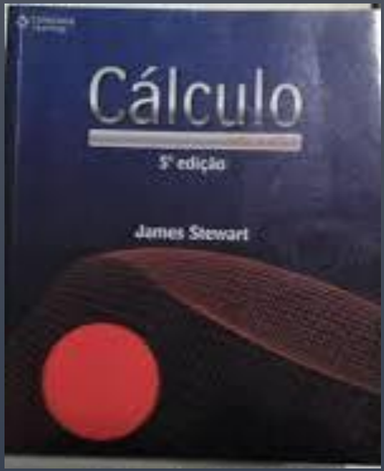
Prof. Henrique A M Faria

Bibliografia - GA

STEINBRUCH, A.; WINTERLE, P. Geometria Analítica. 2. Ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 1987.

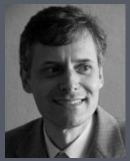
Numeração dos exercícios com base na 2ª ed. ----->>





Stewart, James. Cálculo volume 2, 5ª ed. São Paulo: Cencage, 2008.

Contatos e redes sociais



profhenriquefaria.com

henrique.faria@unesp.br

http://lattes.cnpq.br/1614784455223743