UNIDAD 10: ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO.

10.1. ESTUDIO ELEMENTAL DE LA ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO. EXPRESIÓN GENERAL.

Hasta ahora hemos planteado y resuelto ecuaciones en las que la incógnita x estaba elevada al grado 1. Lógicamente cabe pensar que se pueden plantear ecuaciones en las que la incógnita x aparezca elevada a 2 como grado máximo. Esto no significa que sólo debe aparecer el término x^2 sino que, de todos los términos que existen en la ecuación, el de mayor exponente de la incógnita es el término en x^2.

Una **ecuación de segundo grado** o ecuación cuadrática es una ecuación polinómica donde el mayor exponente de la incógnita x es igual a dos. Normalmente, la expresión se refiere al caso en que sólo aparece una incógnita y la forma más común en la que se expresa es:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

donde **a** es el coeficiente cuadrático o de segundo grado y es siempre distinto de 0 (pues si fuera cero, la ecuación no sería de segundo grado), **b** es el coeficiente lineal o de primer grado y **c** es el término independiente.

Ejemplos: $x^2 - 9 = 0$; $x^2 - x - 12 = 0$; $2x^2 - 3x - 4 = 0$

$x^2 - 9 = 3x + 1$ $\quad$ $x \cdot (x + 1) = 56$ $\quad$ $(x + 2)^2 = 81$

Recuerda que cuando delante de la x no aparece ningún número multiplicando se entiende que el coeficiente correspondiente es 1.

Es conveniente destacar que, en principio, una ecuación de segundo grado puede no llevar en su forma inicial la x elevada al cuadrado, pero en el desarrollo previo a su resolución aparece este término cuadrático. Observa las dos últimas ecuaciones que se dan en los ejemplos anteriores.

Como norma general, veremos que para resolver ecuaciones de segundo grado, en primer lugar desarrollaremos los términos que aparecen, quitando paréntesis, agrupando términos semejantes y ordenándolos de forma conveniente hasta llegar a la expresión general $ax^2 + bx + c = 0$

Aunque en la expresión general los coeficientes a, b y c aparecen como positivos (por simplificación), debemos tener presente que pueden tomar valores tanto positivos como negativos.

EJEMPLO

Escribe la siguiente ecuación de segundo grado ordenada de acuerdo con la expresión general $ax^2 + bx + c = 0$

$$\mathbf{3x \cdot (x + 4) = x^2 - 5x + 3}$$

En primer lugar quitamos los paréntesis:

$$3x^2 + 12x = x^2 - 5x + 3$$

A continuación pasamos todos los términos a un lado del igual para dejar el otro lado a cero.

$$3x^2 - x^2 + 12x + 5x - 3 = 0$$

Después agrupamos los términos semejantes y ya podemos identificar los coeficientes a, b y c :

$\mathbf{2x^2 + 17x - 3 = 0}$ → $a = 2$ $b = 17$ $c = -3$

Ya tenemos la ecuación ordenada y lista para resolverla

EJEMPLO

Escribe la siguiente ecuación de segundo grado ordenada de acuerdo con la expresión general $ax^2 + bx + c = 0$

$$\mathbf{(x - 3)^2 + 1 = 2x - 5}$$

En primer lugar quitamos los paréntesis, desarrollando la diferencia al cuadrado:

$$x^2 - 6x + 9 + 1 = 2x - 5$$

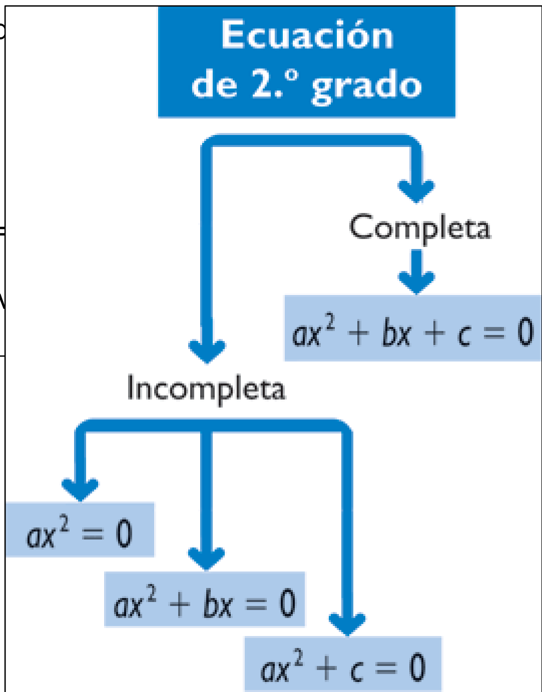
A continuación pasamos todos los términos a un lad

$$x^2 - 6x - 2x + 9 + 1 + 5 = 0$$

Después agrupamos los términos semejantes:

$\mathbf{x^2 - 8x + 15 = 0}$ → $a = 1$ $b = -8$ c=

Ya tenemos la ecuación ordenada y lista para resolv



Las ecuaciones de segundo grado pueden ser completas o incompletas dependiendo de que falte o no algún término. Lógicamente, el término ax^2 no puede faltar pues entonces no sería una ecuación de segundo grado, aunque el término bx o el término c sí que pueden faltar en una ecuación concreta. En el punto siguiente veremos la forma de resolver ecuaciones de segundo grado mediante la expresión de la fórmula general y algunos métodos particulares para ecuaciones incompletas. Realmente, una ecuación del tipo $ax^2 = 0$ sólo puede tener una única solución y esa solución es x=0, independientemente del valor que tenga el coeficiente a.

$3x^2 = 0 \rightarrow x = 0$

$-8x^2 = 0 \rightarrow x = 0$

10.2 RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO COMPLETAS E INCOMPLETAS.

Resolver una ecuación de segundo grado es hallar el valor o valores de la incógnita x que hace que se cumpla la igualdad que establece la propia ecuación. Conviene aclarar que las ecuaciones de segundo grado pueden tener una, dos o ninguna solución posible, tal y como veremos a continuación.

Para empezar con la resolución de ecuaciones de segundo grado vamos a partir de un sencillo ejemplo. Realmente se trata del tipo más simple ecuación cuadrática que nos podemos encontrar.

Si queremos resolver la ecuación (incompleta)

$$x^2 = 9$$

resulta evidente que se trata de calcular un número que al elevarlo al cuadrado dé como resultado 9. En principio, sin necesidad de aplicar ningún método más allá de la propia intuición, la respuesta más inmediata es x = 3. Esta solución es correcta pero no debemos olvidar que si elevamos al cuadrado el número – 3, también obtenemos como resultado 9. Por tanto, esa ecuación tiene dos posibles soluciones: x = 3 y x = –3.

A continuación vamos a ir analizando las diferentes formas de resolución de ecuaciones de segundo grado empezando por las ecuaciones incompletas.

a) Ecuaciones cuadráticas del tipo $ax^2 + c = 0$

En este tipo de ecuaciones falta el término bx, por lo que sólo hay término con x^2 y un término independiente.
Para resolver este tipo de ecuación se procede, en principio, como si fuera una ecuación de primer grado, dejando a un lado del signo igual todos los términos con x^2 y en el otro lado todos los términos independientes.
A continuación se despeja la x^2 y finalmente, para hallar x, se calcula la raíz cuadrada del valor obtenido para x^2.

EJEMPLO

Resolver la ecuación: $3x^2 - 6 = x^2 + 2$

Comprobamos que se trata de una ecuación de segundo grado incompleta del tipo **$ax^2 + c = 0$.**

Efectivamente, si reordenamos los términos nos quedará: $3x^2 - x^2 - 2 - 6 = 0$, o una vez agrupados los términos semejantes → $2x^2 - 8 = 0$.

Para resolver la ecuación dejamos el término con x^2 en un lado del igual y el término independiente en el otro lado.

$$2x^2 = 8$$

A continuación, despejamos x^2:

$$x^2 = \frac{8}{2} = 4$$

Finalmente hallamos el valor de x calculando la raíz cuadrada:

$$x = \sqrt{4} = \pm 2$$

Las dos soluciones son $x = 2$ y $x = -2$

Si al intentar resolver la raíz cuadrada final, el término independiente fuera negativo, esa ecuación no tendría solución en los números reales. Observa el siguiente ejemplo:

$$4x^2 + 2 = 0$$

$$4x^2 = -2 \qquad x^2 = \frac{-2}{4} \qquad x = \pm\sqrt{-\frac{1}{2}} \notin \mathbb{R}$$

EJEMPLO:

Resolver la siguiente ecuación:

$$4x^2 - 16 = 0$$

$$4x^2 = 16 \qquad x^2 = 4 \qquad x = \pm\sqrt{4} \quad \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

EJEMPLO:

Resolver la siguiente ecuación:

$$2x^2 + 8 = 0$$

$2x^2 = -8 \quad x^2 = -4 \quad x = \pm\sqrt{-4} \notin \mathbb{R}$ → No tiene solución real

EJEMPLO:

Resolver la siguiente ecuación: (x + 6) · (x - 6) = 13

En primer lugar desarrollamos el producto para eliminar los paréntesis. Observamos que se trata de una suma por una diferencia de dos términos. Si recordamos las igualdades notables que vimos en el tema de álgebra, podemos escribir ese productos como diferencia de cuadrados:

$(x + 6) \cdot (x - 6) = 13 \quad \rightarrow \quad x^2 - 36 = 13$

De esta forma hemos obtenido una ecuación de segundo grado incompleta. A partir de esa expresión podemos proceder como en los ejemplos anteriores:

$$x^2 = 36 + 13$$

$$x^2 = 49$$

$x = \sqrt{49} = \pm 7$ Soluciones : x = 7 y x = -7

De forma general, podemos decir que las soluciones de una ecuación cuadrática del tipo **$ax^2 + c = 0$** vienen dadas por la fórmula:

$x = \pm\sqrt{\frac{-c}{a}}$ → Observa que dentro de la raíz aparece el valor del coeficiente c con el signo contrario al que lleva en la ecuación.

Para resolver este tipo de ecuaciones no es conveniente recurrir de manera memorística a esta fórmula si se sabe aplicar el procedimiento de resolución explicado en este apartado.

b) Ecuaciones cuadráticas del tipo $ax^2 + bx = 0$

En este tipo de ecuaciones cuadráticas incompletas falta el término independiente. Podemos observar que en los dos términos aparece la x. Se trata pues de un factor común, puesto que la incógnita x está multiplicando tanto al coeficiente “a” como al “b”. El hecho de que aparezca la x en ambos términos nos va a permitir reescribir la ecuación sacando factor común a la x.

Por tanto, el primer paso para resolver este tipo de ecuaciones será sacar x factor común y obtener así una ecuación equivalente. Observa el ejemplo:

$$3x^2 - 15x = 0$$

Sacamos factor común → $x \cdot (3x - 15) = 0$

De esta forma hemos obtenido un producto de dos términos: el término "x" y término "(3x -15)". Si este producto es igual a cero sólo puede ser porque al menos uno de esos dos términos es igual a cero. Entonces o bien el término x = 0 (lo cual supone ya una solución de la ecuación), o bien el término 3x-15 es igual a cero.

$$3x - 15 = 0$$
$$3x = 15$$

$$x = \frac{15}{3} = 5$$

Así pues, las dos soluciones de esta ecuación serán x = 0 y x = 5

Puedes comprobar que las ecuaciones del tipo $ax^2 + bx = 0$ siempre tendrán una solución que es x=0

EJEMPLOS

EJEMPLO:

Resuelve la ecuación: $4x^2 - 3x = 2x^2 + 7x$

En primer lugar reordenamos los términos, pasando todos los que llevan x a un lado del signo igual y a continuación agrupamos en un solo término aquellos que sean semejantes.

$$4x^2 - 2x^2 - 3x - 7x = 0$$

$$2x^2 - 10x = 0$$

Ya tenemos la ecuación de segundo grado incompleta y ordenada. El siguiente paso es sacar factor común la x:

$$\underbrace{x}_{} \cdot \underbrace{(2x - 10)}_{} = 0$$

O este término es cero ← → O este término es igual a cero

$x = 0$

$2x - 10 = 0$

$2x = 10$

$x = \frac{10}{2} = 5$

Soluciones: x = 0 y x = 5

a) $x^2 - 6x = 0$ Sol: $x(x-6) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 6 = 0 \rightarrow x = 6 \end{cases}$

b) $x^2 + 27x = 0$ Sol: $x(x+27) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 27 = 0 \rightarrow x = -27 \end{cases}$

c) $3x^2 + 5x = 0$ Sol: $x(3x+5) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 3x + 5 = 0 \rightarrow x = -\frac{5}{3} \end{cases}$

En general, siempre que tengamos una ecuación en la que aparezca un producto de dos términos y ese producto sea igual a cero, necesariamente alguno de los términos ha de ser cero y esto nos sirve para poder resolver la ecuación igualando a cero cada uno de esos términos:

EJEMPLOS:

Resuelve la ecuación: (x + 3) · (x - 4) = 0

Para que la igualdad sea cierta o bien el término (x + 3) es igual a cero o bien el término (x – 4) es igual a cero.

$x + 3 = 0 \rightarrow x = -3$

O bien

$x - 4 = 0 \rightarrow x = 4$

Soluciones: x = -3 y x= 4

Resuelve la ecuación (4x – 8) · (6x – 3) = 0

Para que la igualdad sea cierta o bien el término (2x - 8) es igual a cero o bien el término (6x – 3) es igual a cero

$4x - 8 = 0 \rightarrow 4x = 8 \rightarrow x = 2$

$6x - 3 = 0 \rightarrow 6x = 3 \rightarrow x = \frac{1}{2}$

Soluciones: x = 2 y x = $\frac{1}{2}$

c) Ecuaciones de segundo grado completas: $ax^2 + bx + c = 0$

Esta es la forma más común de expresar las ecuaciones de segundo grado completas. Para resolver una ecuación de este tipo hemos de ordenarla previamente si no lo está. Es importante recordar que los coeficientes que aparecen a, b y c siempre hacen referencia a:

a → Coeficiente que acompaña a la x^2.
b → Coeficiente que acompaña a la x
c→ Término independiente.

La resolución de estas ecuaciones se realiza aplicando una fórmula general en cuya demostración no entraremos en este nivel. La fórmula para hallar los valores de la incógnita x es :

$$\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

Las letras que aparecen en la fórmula corresponden con los coeficientes de los términos que aparecen en la ecuación general una vez ordenados.
El signo $\pm$ que aparece delante de la raíz indica que son posibles dos soluciones y que estas soluciones se obtienen una sumando y otra restando el valor obtenido de dicha raíz y operando oportunamente.

A todo lo que está dentro de la raíz se le da el nombre de discriminante.

Discriminante → $b^2 - 4ac$

Si el valor final del discriminante es positivo, la ecuación tiene dos soluciones.
Si el valor final del discriminante es cero, la ecuación tiene una única solución.
Si el valor final del discriminante es negativo, la ecuación no tiene solución real.

RECUERDA

Fórma: $\boxed{ax^2 + bx + c = 0 \;\; si \;\; a \neq 0}$ Fórmula para resolverlas: $\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$

Discriminante $b^2 - 4ac \Rightarrow \begin{cases} > 0 \text{ Dos soluciones distintas} \\ = 0 \text{ Una solución doble } \frac{-b}{\;} \end{cases}$

Si se nos presenta una ecuación de segundo grado completa pero desordenada, el primer paso que daremos será ordenarla de manera que se ajuste a la forma
$ax^2 + bx + c = 0$.
Una vez identificados los valores numéricos correspondientes a los coeficientes a, b y c ya podemos sustituirlos en la fórmula y operar. Conviene recordar que los valores de a, b y c que se sustituyen en la fórmula incluyen a sus correspondientes signos tal y como se encuentran en la ecuación ordenada. Cuando aparece el término – b en la fórmula, significa que debemos escribir el valor del coeficiente b pero cambiado de signo, con respecto al que aparece en la ecuación.

EJEMPLOS

Ejemplo 1: $2x^2 + 4x - 6 = 0$ Discriminante mayor de cero dos soluciones distintas.

$a = 2$
$b = 4$
$c = -6$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-6)}}{2 \cdot 2} \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{64}}{4} \Rightarrow x = \frac{-4 \pm 8}{4} \begin{cases} x_1 = \dfrac{-4+8}{4} \rightarrow x_1 = 1 \\ x_2 = \dfrac{-4-8}{4} \rightarrow x_2 = -3 \end{cases}$$

Ejemplo 2: $x^2 + 2x + 1 = 0$ Discriminante igual a cero una solución doble.

$a = 1$
$b = 2$
$c = 1$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{0}}{2} \Rightarrow x = \frac{-2}{2} \Rightarrow x = -1$$

Ejemplo 3: $2x^2 + 2x + 1 = 0$ Discriminante menor que cero, no tiene solución real.

$a = 2$
$b = 2$
$c = 1$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{2 \cdot 1} \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \cancel{\sqrt{-4}}}{2} \Rightarrow \text{no tiene solución}$$

A continuación se muestran algunos ejemplos resueltos de ecuaciones de segundo grado completas.

a) $x^2 + 4x - 21 = 0 \quad \rightarrow \quad x = \dfrac{-4 \pm \sqrt{16 + 21 \cdot 4}}{2} = \dfrac{-4 \pm 10}{2} \begin{cases} x = 3 \\ x = -7 \end{cases}$

b) $x^2 + 9x + 20 = 0 \quad \rightarrow \quad x = \dfrac{-9 \pm \sqrt{81 - 4 \cdot 20}}{2} = \dfrac{-9 \pm 1}{2} \begin{cases} x = -4 \\ x = -5 \end{cases}$

c) $9x^2 - 12x + 4 = 0 \quad \rightarrow \quad x = \dfrac{12 \pm \sqrt{144 - 4 \cdot 9 \cdot 4}}{18} = \dfrac{12 \pm 0}{18} = \dfrac{2}{3}$

d) $x^2 + x + 3 = 0 \quad \rightarrow \quad x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 3}}{2}$ No tiene solución.

e) $4x^2 + 28x + 49 = 0 \quad \rightarrow \quad x = \dfrac{-28 \pm \sqrt{784 - 4 \cdot 4 \cdot 49}}{8} = \dfrac{-28 \pm 0}{8} = -\dfrac{7}{2}$

f) $x^2 - 2x + 3 = 0 \quad \rightarrow \quad x = \dfrac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 3}}{2}$ No tiene solución.

g) $4x^2 - 20x + 25 = 0 \quad \rightarrow \quad x = \dfrac{20 \pm \sqrt{400 - 4 \cdot 4 \cdot 25}}{8} = \dfrac{20 \pm 0}{8} = \dfrac{5}{2}$

h) $-2x^2 + 3x + 2 = 0 \quad \rightarrow \quad x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{9 - 4(-2) \cdot 2}}{-4} = \dfrac{-3 \pm 5}{-4} \begin{cases} x = -2/4 = -1/2 \\ x = 2 \end{cases}$

Se puede demostrar que las dos soluciones de una ecuación de segundo grado cumplen las siguientes propiedades:

- *La suma de las dos soluciones obtenidas es igual al cociente* $\dfrac{-b}{a}$

- *El producto de las dos soluciones obtenidas es igual al cociente* $\dfrac{c}{a}$

Con los ejemplos resueltos anteriormente se pueden comprobar estas propiedades.
Si nos fijamos en el ejemplo a) $x^2 + 4x - 21 = 0$ comprobamos que las soluciones son 3 y -7. La suma de estos dos valores es – 4. Justamente este valor coincide con $\dfrac{-b}{a} = \dfrac{-4}{1} = -4$

El producto de las dos soluciones es – 21. Este valor coincide con $\dfrac{c}{a} = \dfrac{-21}{1} = -21$

Intenta comprobar tú mismo estas propiedades a la vista de los demás ejemplos resueltos.

41 □□□ **Si al cuadrado de un número le restamos su triple, obtenemos 130. ¿Cuál es el número?**

x es el número buscado.

$x^2 - 3x = 130 \;\to\; x^2 - 3x - 130 = 0$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 4 \cdot 130}}{2} = \frac{3 \pm 23}{2} \begin{cases} x = 13 \\ x = -10 \end{cases}$$

El número puede ser 13 o –10. Hay dos soluciones.

42 □□□ **Halla dos números enteros consecutivos tales que la suma de sus cuadrados es 145.**

Los números son x y $x + 1$.

$x^2 + (x+1)^2 = 145 \;\to\; x^2 + x^2 + 1 + 2x - 145 = 0 \;\to$

$\to\; 2x^2 + 2x - 144 = 0 \;\to\; x^2 + x - 72 = 0 \;\to$

$$\to\; x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 72 \cdot 4}}{2} = \frac{-1 \pm 17}{2} \begin{cases} x = 8 \\ x = -9 \end{cases}$$

Son 8 y 9, o bien, –9 y –8. Hay dos soluciones.

43 □□□ **Si al producto de un número natural por su siguiente le restamos 31, obtenemos el quíntuple de la suma de ambos. ¿De qué número se trata?**

x es el número que buscamos.

$x(x+1) - 31 = 5(x + x + 1) \;\to\; x^2 + x - 31 = 10x + 5 \;\to$

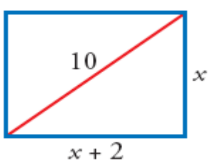
$\to\; x^2 - 9x - 36 = 0 \;\to$

$$\to\; x = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 4 \cdot 36}}{2} = \frac{9 \pm 15}{2} \begin{cases} x = 12 \\ x = -3 \end{cases}$$

El número puede ser 12, o bien, –3. Hay dos soluciones.

44 □□□ **Calcula los lados de un rectángulo cuya diagonal mide 10 cm y en el que la base mide 2 cm más que la altura.**

☞ *Mira el problema resuelto 1 de la página 113.*



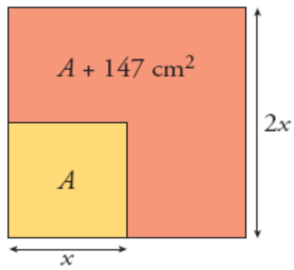
$x^2 + (x+2)^2 = 10^2 \;\to\; x^2 + x^2 + 4x + 4 = 100 \;\to$

$\to\; 2x^2 + 4x - 96 = 0 \;\to\; x^2 + 2x - 48 = 0 \;\to$

$$\to\; x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4(-48)}}{2} = \frac{-2 \pm 14}{2} \begin{cases} x = 6 \\ x = -8. \text{ No vale.} \end{cases}$$

La altura mide 6 cm, y la base, 8 cm.

45 **Si duplicamos el lado de un cuadrado, su área aumenta en 147 cm². ¿Cuánto mide el lado del cuadrado?**



$$\left.\begin{array}{l}\text{Área del mayor: } (2x)^2 \\ \text{Área del menor: } x^2\end{array}\right\} \; 4x^2 - x^2 = 147 \;\rightarrow$$

$$\rightarrow \; 3x^2 = 147 \;\rightarrow\; x^2 = 49 \; \begin{cases} x = 7 \\ x = -7. \text{ No vale.}\end{cases}$$

El lado del cuadrado mide 7 cm.

46 **Los catetos de un triángulo rectángulo suman 18 cm y su área es 40 cm². Halla los catetos de este triángulo.**

☞ *Si un cateto mide x cm, el otro medirá $(18 - x)$ cm.*

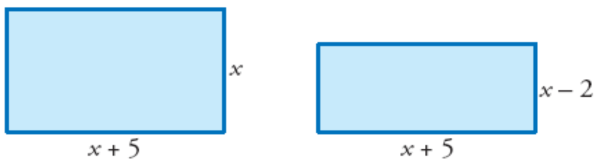
$$\text{Área: } \frac{x(18-x)}{2} = 40 \;\rightarrow\; 18x - x^2 = 80 \;\rightarrow$$

$$\rightarrow\; x^2 - 18x + 80 = 0 \;\rightarrow$$

$$\rightarrow\; x = \frac{18 \pm \sqrt{324 - 4 \cdot 80}}{2} = \frac{18 \pm 4}{2} \; \begin{cases} x = 11 \\ x = 7 \end{cases}$$

Los catetos miden 7 cm y 11 cm, respectivamente.

47 **La base de un rectángulo mide 5 cm más que la altura. Si disminuimos la altura en 2 cm, el área del nuevo rectángulo será 60 cm². Halla los lados del rectángulo.**



$$(x + 5)(x - 2) = 60 \;\rightarrow$$

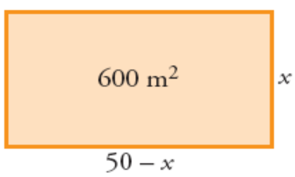
$$\rightarrow\; x^2 + 3x - 10 = 60 \;\rightarrow$$

$$\rightarrow\; x^2 - 3x - 70 = 0 \;\rightarrow$$

$$\rightarrow\; x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4(-70)}}{2} = \frac{3 \pm 17}{2} \; \begin{cases} x = 10 \\ x = -7 \text{ No vale.}\end{cases}$$

La altura mide 7 cm, y la base, 12 cm.

58 **El perímetro de un rectángulo mide 100 m, y el área, 600 m². Calcula sus dimensiones.**



$$x(50 - x) = 600 \;\rightarrow\; x = 30;\; x = 20$$

El rectángulo mide 30 m de largo y 20 m de ancho.

Completas

Fórma: $\boxed{ax^2+bx+c=0 \text{ si } a\neq 0}$ Fórmula para resolverlas: $\boxed{x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$

Discriminante $b^2-4ac \Rightarrow \begin{cases} >0 \text{ Dos soluciones distintas} \\ =0 \text{ Una solución doble } \dfrac{-b}{2a} \\ <0 \text{ No tiene solución real.} \end{cases}$

Ejemplo 1: $2x^2+4x-6=0$ Discriminante mayor de cero dos soluciones distintas.

$$\left.\begin{array}{l} a=2 \\ b=4 \\ c=-6 \end{array}\right| \; x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\cdot 2\cdot(-6)}}{2\cdot 2}\Rightarrow x=\frac{-4\pm\sqrt{64}}{4}\Rightarrow x=\frac{-4\pm 8}{4}\begin{cases} x_1=\dfrac{-4+8}{4}\rightarrow x_1=1 \\ x_2=\dfrac{-4-8}{4}\rightarrow x_2=-3 \end{cases}$$

Ejemplo 2: $x^2+2x+1=0$ Discriminante igual a cero una solución doble.

$$\left.\begin{array}{l} a=1 \\ b=2 \\ c=1 \end{array}\right| \; x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot 1\cdot 1}}{2\cdot 1}\Rightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{0}}{2}\Rightarrow x=\frac{-2}{2}\Rightarrow x=-1$$

Ejemplo 3: $2x^2+2x+1=0$ Discriminante menor que cero, no tiene solución real.

$$\left.\begin{array}{l} a=2 \\ b=2 \\ c=1 \end{array}\right| \; x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot 2\cdot 1}}{2\cdot 1}\Rightarrow x=\frac{-2\pm\cancel{\sqrt{-4}}}{2}\Rightarrow \text{no tiene solución}$$

1. $x^2-7x+12=0$	Sol: x=3; x=4	2. $x^2-9x+18=0$	Sol: x=3; x=6
3. $x^2-5x+6=0$	Sol: x=2; x=3	4. $x^2+8x+15=0$	Sol: x=-5; x=-3
5. $x^2-6x-27=0$	Sol: x=-3; x=9	6. $x^2-6x+9=0$	Sol: x=3
7. $x^2+6x=-9$	Sol: x=-3	8. $4x^2+4x=3$	Sol:x=1/2;x=-3/2
9. $x^2-9x+14=0$	Sol: x=2; x=7	10. $x^2-6x+8=0$	Sol: x=4; x=2
11. $2x^2+10x-48=0$	Sol: x=3; x=-8	12. $x^2-x=20$	Sol: x=-4; x=5
13. $x^2=5x+6$	Sol: x=6; x=-1	14. $2x^2-5x+3=0$	Sol: x=1; x=3/2
15. $x^2+10x+25=0$	Sol: x=-5	16. $x^2+9=10x$	Sol: x=1; x=9
17. $3x^2-39x+108=0$	Sol: x=4; x=9	18. $2x^2-9x+9=0$	Sol: x=3; x=3/2
19. $3x^2+2x=8$	Sol: x=-2; x=4/3	20. $4x^2+12x+9=0$	Sol: x=-3/2