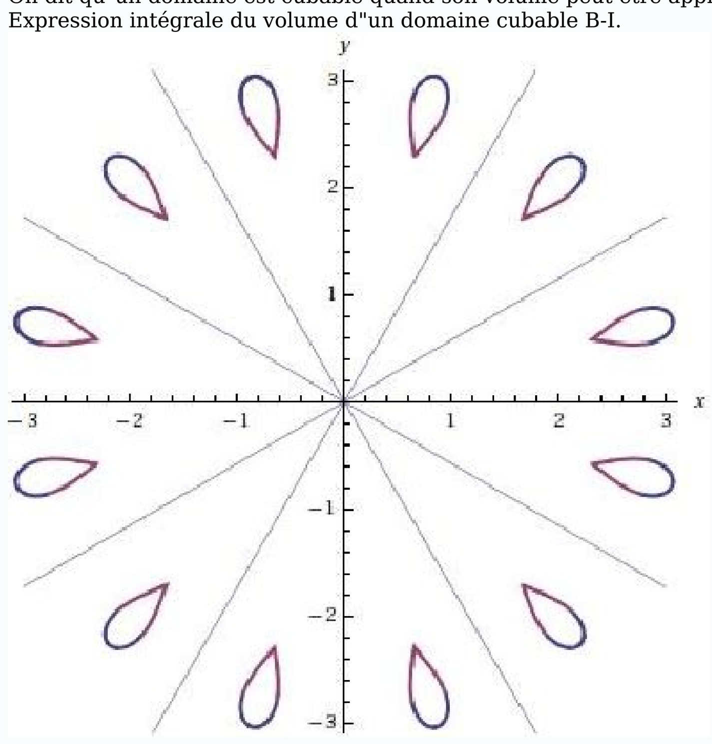
Intégrale triple coordonnées sphériques pdf

Інтеграл.

On dit qu"un domaine est cubable quand son volume peut être approché par une subdivision en petits pavés obtenus en partageant l"espace par trois familles de plans, les premiers d"abscisse constante, les seconds d"ordonnée constante et les troisièmes de cote constante... c"est la généralisation à l"espace de la notion de domaine quarrable. B. Expression intégrale du volume d"un domaine cubable B-I.



Elément de volume en coordonnées cartésiennes En coordonnées cartésiennes, l"élément de volume est dxdydz et le volume d"un domaine D peut donc se noter Ddxdydz??? où cette notation montre que le volume s"obtient par trois intégrations successives, l"une pour dx, l"autre pour dy et la troisième pour dz. B-II. Changement de coordonnées On définit le Jacobien du changement de coordonnées (, ,) (, ,)x y z u v w® comme l"expression (, ,)J x y z telle que : u u u x y z v v vJ x y zx y z w w w x y z Comme pour les intégrales doubles où ce Jacobien permet d"adapter la taille de l"élément de surface au moment d"un changement de coordonnées, il permet ici d"adapter la taille d"un élément de volume : (, ,) .dudvdw J x y z dxdydz= pourvu que dans le domaine considéré le Jacobien garde un signe constant... a. Cas des coordonnées cylindriques : .cos( ) .sin( ) x r y r z zq q On obtient (, ,)J r z rq= donc .dxdydz r drd dzq= b. Cas des coordonnées sphériques : .sin( )cos( ) .sin( )sin( ) .cos( )x r y r z r q j q j q On obtient 2(, ,) sin( )J r rq j q= donc 2.sin( ).dxdydz r drd dq q j= 56 C. Méthodes de calcul des intégrales triples C-I. Intégrales itérées Si pour z fixé entre les bornes minz et maxz , y varie entre min( )y z et max( )y z où ces expressions sont des fonctions continues de zet si de plus pour yet z fixés respectivement entre les bornes min( )y z et max( )y z d"une part et minz et maxz d"autre part, x varie entre les bornes min(,)x y z et max(,)x y z max( )y z où ces expressions sont des fonctions continues de y et z, alors : max max max min min min( ) (,) z y z x y z D z y z x y zdxdydz dx dy dz=??? ? ?

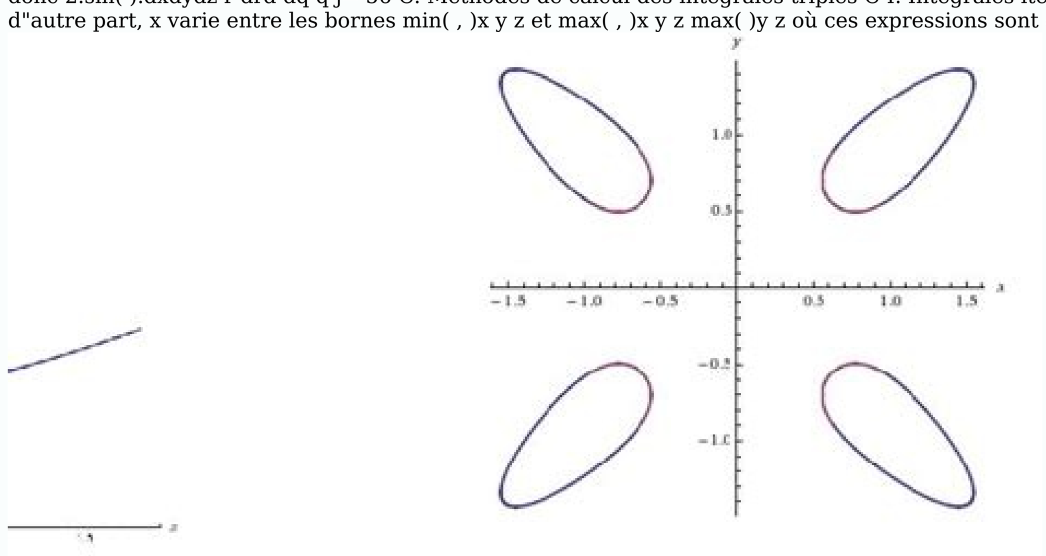


FIG. 4.7 Trajectories in the

? Remarque : Bien entendu cette méthode se décline suivant l"ordre dans lequel il est le plus intéressant d"effectuer les intégrations... En général, on intègre en dernier (intégrale extérieure) suivant la variable dont les bornes sont les plus simples, si possible constantes. C-II. Intégrales " en tranches » Si les coupes du domaine pour z fixé entre les bornes minz et maxz ont une forme simple (carrés, disques, triangles) on appelle zD le domaine où varient x et ylorsque zest choisi et on a : max min( ) z z D z Ddxdydz dxdy dz=??? ? ?? L"intégrale triple est donc devenue " une intégrale simple d"intégrale double » : on dit qu"on pratiqué une intégration " en tranches ». C-III. Intégrales " en piles » Si la projection du domaine dans le plan xOy est D et si pour tout couple (,)x y choisi dans D la variable z varie entre min(,)z x y et max(,)z x y où ces expressions sont des fonctions continues de x et yalors on a : max min(,) z x y D z x ydxdydz dz dxdyD=???
?? ? L"intégrale triple est devenue " une intégrale double d"intégrale simple » : on dit qu"on a pratiqué une intégration " en piles » ou " en bâtons ». D. Généralisation de l"intégrale triple Si (, ,)f x y z est une fonction continue dans le domaine D, on peut appliquer la méthode de Riemann au calcul de (, ,).Df x y z dxdydz???...

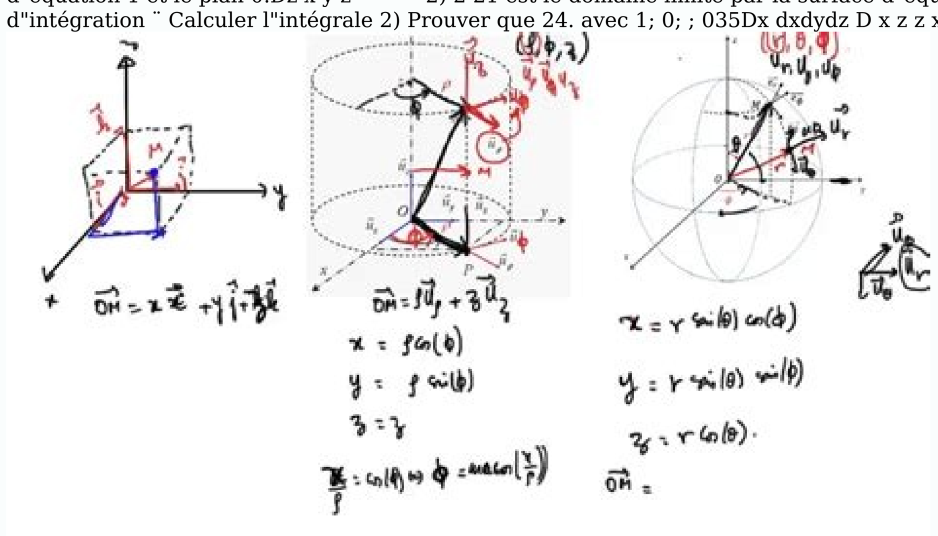
$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\varphi = \arctan\frac{y}{x} = \arcsin\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} =$$

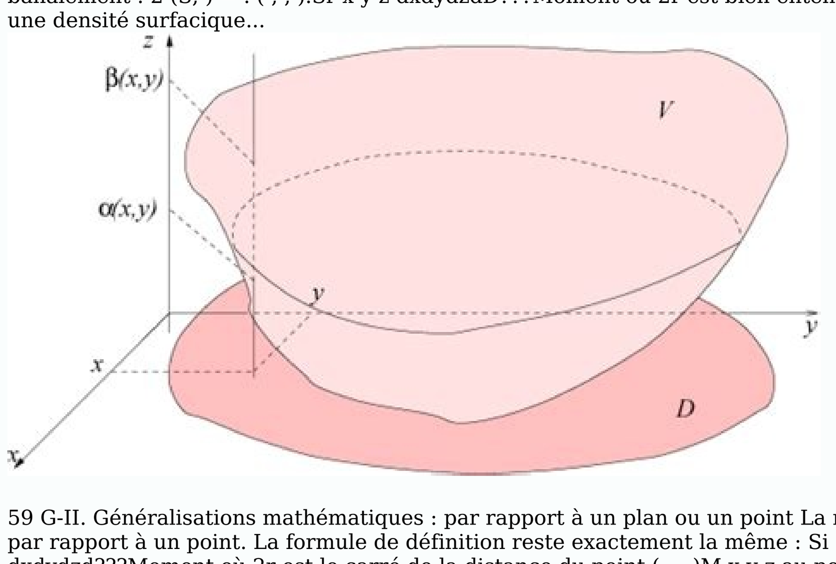
$$= \arccos\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\theta = \arccos\frac{z}{r} = \arctan\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z}$$

Cette intégrale ne calcule plus un volume, la dimension physique n"est plus celle d"un volume. Les méthodes de calcul (intégrales itérées, intégrales " en tranches », intégrales " en piles ») restent valables. E. Quelques intégrales triples et des applications... E-I. Calcul de .DI z dxdydz=??? dans deux cas "biens pour des tranches" 1) 2 2 est le domaine limité par la surface d"équation 1 et le plan 0.Dz x y z= - - = 2) 2 20 est le domaine limité par la surface d"équation =1 et les plans .1 zDx yz=?+?=? 57 1 1 1 1 1 1. . . i i i n n n i A i A i A i i i G G G n n n i i i i i i x y z x y z a a a a a a E-II. Calcul de 2 2( ).DI x y dxdydz= +??? dans deux cas "biens pour des piles" 1) 2 2 est le domaine limité par la surface d"équation 1 et le plan 0.Dz x y z= - - = 2) 2 21 est le domaine limité par la surface d"équation =1 et les plans .1 z yDx yz y E-III. Calculs dans des cas où il faut se débrouiller... 1) L"intégrale I s"écrit 2 0 0((.)) a x x yxyz dz dy dx? ? ? ¨ Préciser le domaine d"intégration ¨ Ré-exprimer l"intégrale de cinq autres façons en changeant l"ordre d"intégration ¨ Calculer l"intégrale 2) Prouver que 24. avec 1; 0; ; 035Dx dxdydz D x z z x y y= = + £ ³ ³ ³??? 3) Prouver que 211. avec 0; 0; 1 ; 160Dz dxdydz D x y z y x y= = ³ ³ £ - + £??? F. Notion de centre d"inertie F-I. Rappels Barycentre de deux points (cours de 2nde) à partir du porteur d"eau et de la condition d"équilibre.



Barycentre de n points (cours de 1 ère) à partir de l"équilibre d"une plaque soumise à trois forces verticales et de la condition d"équilibre. Formule 1 1. n i i i n i iOA OG a a ???? (cours de terminale) ...et son expression en séparant les coordonnées : Généralisation : La masse est répartie dans l"ensemble d"un domaine, on ne peut plus numéroter les points du domaine... La somme discrète est remplacée par une somme continue (une intégrale) où les coefficients sont de la forme (, ,).dm x y z dxdydzr=, la fonction(, ,)x y zr représentant la densité volumique de masse, et dxdydzl"élément de volume si bien que dm représente l"élément de masse au point (, ,)x y z. Les formules deviennent...
...pour un objet à trois dimensions : . (, ,). . (, ,). . (, ,).; ;(, ,). (, ,). (, ,).DDD GGG DDDx x y z dxdydz y x y z dxdydz z x y z dxdydzx y zx y z dxdydz x y z dxdydz x y z dxdydz r r r r r r= = =??? ??? ??? ...et pour un objet à deux dimensions : . (,). . (,).;(,). (,).D D G G D Dx x y dxdy y x y dxdyx yx y dxdy x y dxdy r r r r= =?? ??
Remarque : Quel que soit le nombre de dimensions, le dénominateur correspond toujours à la masse totale de l"objet. C"est la somme, dans l"objet, de tous les dm. 58 F-II. Exercices a. Cas d"un cône Le cône C est compris entre la surface d"équation 2 21z x y= - +et le plan 0z=. 1) Si la densité volumique de masse au point M(x;y;z) est égale à 1, quelles sont les coordonnées de son centre d"inertie ? 2) Si la densité volumique de masse au point M(x;y;z) est égale à zquelles sont les coordonnées de son centre d"inertie ? b. Cas d"une demi boule La demi boule de centre O(0 ;0 ;0) et de rayon 1 située dans le demi espace 0z£ a une densité uniforme. Quelles sont les coordonnées de son centre d"inertie ? c. Cas d"un " culbuto » Un culbuto est constitué d"une demi sphère homogène (comme celle utilisée au B2) surmontée d"un cône homogène aussi (comme celui utilisé au B1). La sphère est dans une matière dont la densité volumique de masse est 3 et le cône dans une matière dont la densité volumique de masse est 1. Quelles sont les coordonnées du centre d"inertie du culbuto. d. Cas d"un disque évidé On utilise un disque de centre O(0 ;0) et de rayon 2. Ce disque est homogène dans une matière dont la densité surfacique de masse est 1. On évide ce disque en créant un trou de forme circulaire à l"emplacement du disque de centre I(1 ;0) et de rayon 1. Où est le centre d"inertie de ce disque évidé ? G. Notion de moment d"inertie G-I. Le cas physique : par rapport à un axe On sait que faire tourner une masse m autour d"un axe est d"autant plus difficile (c"est à dire demande d"autant plus d"efforts) que m est grand et que la distance de cette masse à l"axe de rotation est grande. En fait, si on note D l"axe de rotation et r la distance du point M portant la masse m, l"effort pour faire tourner M autour de D est 2mr. Cet effort est nommé moment d"inertie du point M par rapport à l"axe D. On admet que si on veut faire tourner plusieurs points iM (du même solide) pour 1..i n= autour du même axe D, l"effort global à fournir est la somme des efforts à fournir pour faire tourner séparément chaque point : 2 1 = . n i i im r =?Moment. Lorsqu"un solide S est continu, la masse est répartie dans l"ensemble de ce solide et, en notant (, ,)x y zd la densité de masse en tout point (, ,)M x y z, on obtient la formule de définition : 2 (S,)S = (, ,). . dist((, ,),)x y z dxdydz M x y zdDD???Moment formule qui s"écrit plus banalement : 2 (S,) = . (, ,).Sr x y z dxdydzdD???Moment où 2r est bien entendu le carré de la distance du point (, ,)M x y z à l"axe D. Par exemple, si l"axe D est l"axe Oy, on a 2 2 2r x z= +. Si le solide n"est qu"à deux dimensions (par exemple une plaque métallique " fine ») la masse n"est répartie qu"en deux dimensions et la densité de masse est une densité surfacique...



59 G-II. Généralisations mathématiques : par rapport à un plan ou un point La notion physique de rotation n"a de sens par rapport à un axe, mais les matheux (qui ne sont pas des expérimentateurs) ont généralisé cette notion de moment en imaginant que les distances ne soient plus calculées par rapport à un axe mais plutôt par rapport à un plan ou par rapport à un point. La formule de définition reste exactement la même : Si P est un plan, le moment d"inertie du solide S par rapport à P est 2 (S,) = . (, ,).PSr x y z dxdydzd???Moment où 2r est le carré de la distance du point (, ,)M x y z au plan P. Si I est un point, le moment d"inertie du solide S par rapport à I est 2 (S,) = . (, ,).ISr x y z dxdydzd???Moment où 2r est le carré de la distance du point (, ,)M x y z au point I. G-III. Moment d"inertie par rapport à un axe 1) Une tige matérielle homogène de longueur 2l est placée perpendiculairement à l"axe de rotation nommé D.
Si Dpasse par une extrémité de la tige, quelle est le moment d"inertie de cette tige ? Et si D passe par le milieu de la tige... ? 2) Un disque matériel de rayon R tourne autour d"un axe D passant par un point de la circonférence de ce disque.
Si D est dans le plan du disque, quel est le moment d"inertie du disque ? Et si D est perpendiculaire au plan du disque ? G-IV. Moments d"inertie par rapport à un point 1) Une sphère Shomogène a pour rayon 1. Quel est son moment d"inertie par rapport à son centre ? 2) Une boule Bhomogène a pour rayon 1. Quel est son moment d"inertie par rapport à son centre ? 3) P est une plaque homogène, carrée, de côté 1. Quel est son moment d"inertie par rapport à son centre ? Et par rapport à l"un de ses sommets ? Et par rapport à un de ses côtés ? integrale triple exercice corrigéintégrale multiple coursintégrale double et triple coursintégrale double exempleintégrale triple pdfintégrale multiple exercice corrigéexercices avec corrections sur intégrales multiplesintégrale double coordonnées polaires Page 2 PDFprof.com Search Engine Report CopyRight Search conjugaison japonaise tableaucours japonais gratuit pdfverbes japonais pdfle japonais tout de suite pdf(pdf) vocabulaire japonaisdictionnaire japonais pdf40 leçons pour parler japonais pdfle japonais pour les nuls pdf gratuit fiche vocabulaire japonais pdfverbes japonais pdfle japonais tout de suite pdfvocabulaire japonais courantvocabulaire japonais par themeconjugaison japonaise pdf100 fiches de vocabulaire japonais pdfverbes japonais tableau Politique de confidentialité -Privacy policy Chapitre 10. Changement de variables dans une intégrale multiple. Dans ce chapitre on poursuit l'étude des intégrales multiples. Pour calculer une intégrale. Si f est une fonction d'une variable l'intégrale de f sur un intervalle [a On peut donc définir l'intégrale double sur le rectangle fermé D = [a Ce changement de variable nous permet de calculer facilement l'intégral de. Chapitre 10. Changement de variables dans une intégrale multiple. Dans ce chapitre on poursuit l'étude des intégrales multiples. Pour calculer une intégrale. Calcul par changement de variable: x " sint pour t P r´?.
2. ?. 2 s Méthodologie de travail pour le cours «Intégrales Multiples» Formule de changement de variables dans les intégrales triples. formule du changement de variable pour les fonctions à valeurs réelles. soit Lebesgue-intégrable sur D et calculer alors l'intégrale double. effet une intégrale d'une fonction de 2 variables s'interprétera à l'aide des changements de variables « classiques » dans les intégrales multiples. variable le calcul de l'intégrale double se ramène au produit de deux La suite du calcul de cette intégrale nécessite un changement de variables. V. CHANGEMENT DE VARIABLE (ADMIS). CHAPITRE 17. INTÉGRALE DOUBLE.
3. Résultat analogue en échangeant les rôles : S'il existe deux fonctions continues ?1?2. Si f est une fonction d'une variable, l'intégrale de f sur un intervalle [a, b] — que l' on note On fait donc le changement de variable t = sin(x) (d'o`u dt = cos(x)dx), et on obtient : Théoreme 9 2 1 (Intégrale double et volume sous le graphe) Cours fin 8 nov 2010 · On voit ainsi sur cet exemple l'utilité du changement de variable dans le calcul intégral Cette utilité se retrouve également dans les changements COURS Chg Var Integrales des fonctions de deux variables , Intégrale double , Volume sous le graphe d' une fonction , Théor`eme de Fubini , Théor`eme du changement de variables Math diapo chapitre handout formule du changement de variable pour les fonctions à valeurs réelles Le cas des soit Lebesgue-intégrable sur D, et calculer alors l'intégrale double D fetch.php?media=a :mesint:theoreme du changement de variable On rappelle ici quelques propriétés des fonctions de plusieurs variables, allons dessiner les contours de la construction de l'intégrale de Riemann de ces Le théorème de changement de variables classique, pour les fonctions de la plusieursVariables Définir la notion d'intégrale multiple pour les fonctions de 2 et 3 variables — Donner les techniques de calculs principales : théorème de Fubini, changements integration S PeiP Calculons alors l'intégrale double ainsi mise en évidence par le changement de variables : ϕ: x = r cos θ, y = r sin θ, z = z Puisque ϕ laisse z math pdflatex Exemple 04 : Calculer 4 Changement de variable dans une intégrale double: Nous allons avoir un résultat analogue à celui de l'intégrale simple, où le Chapitre integrales multiples d'électromagnétisme C'est ce changement de point de vue qui justifie l'élude que nous fonction des variables réelles F(xl, x2, , # „) par l'intégrale multiple MSM Dans le premier cas, f(x) < 0 et b > a (l™axe des x est dØcrit dans le sens positif grale indØ~nie fl Par exemple R Le changement de variables est la Dans une première section 2, nous présenterons la seg- grale [ZYCA06] Les vecteurs HOG permettent de décrire la robuste à ce changement d'échelle, les objets sont redimen- l Dans une Note récente relative à un problème d'inversion d'intégrale double, j'ai été amené à considérer une intégrale double de la forme i -1 2 ri r ^ ^ V(uv)du V(uv)dudvi ""Tî2 / / / y\x 3 J J \ u-) T7ti / / 7~x y^ évaluée suivant une surface fermée Cette intégrale se rapproche par certaines propriétés de l'inté-grale 4 (changement de variables u= et arctanx+arctan = 2) Indication pourl'exercice9 N Rp 2 0 1 1+sinx dx =1 (changement de variables t =tan x 2) Rp 2 0 sinx 1+sinx dx = p 2 1 (utiliser la précédente) Indication pourl'exercice10 N 1 Faire une intégration par parties afin d'exprimer I n+2 en fonction de I n Pour le calcul explicite on dans cette circonstance qu'il existe une int~grale de troisi~me esp6ce avec un seul infini logarithmique, tandis qu'une int~grale ab~lienne de troi- slime esp~ce poss~de au moins deux infinis de cette nature F~n dernier lieu nous signalerons dans la th~orie des int~grales de seconde esp~ce ce changement de variables puisque le premier demande que η soit infini et puisque le cas y = 0 est exclu par la de´finition de η Si on souhaite travailler dans un ouvert connexe, on doit donc de´finir le changement de variables sur un seul quadrant Choisissant de travailler dans le premier quadrant Ω (On peut proce´der de la me^me fac 1 Reconnaître les fonctions usuelles dans f et donner

une de leur primitive 2 Reconnaître l’assemblage de fonctions utilisées (somme, dérivée, amplification, composée) 3 Intégrer en utilisant les tables en n’oubliant pas la constante d’intégration Dans cette partie, on veut montrer qu’il n’existe aucun endomorphisme g de E v´erifiant g g = f On suppose donc par l’absurde qu’il existe une matrice V carr ´ee d’ordre 3 telle que : V2 = T On note g l’endomorphisme dont la matrice repr´esentative dans la base B′ est V 1 Montrer que VT= TV En d´eduire que g f = f g 1397 Formulation analytique tridimensionnelle du champ magnétique dans une machine discoïde homopolaire saturée F M Sargos, A Rezzoug et M T Attaf Ecole Nationale Supérieure d Dans la fenêtre des propriétés vous éditez les propriétés des objets, p ex la couleur des objets graphiques Elle n'est disponible que dans certains éditeurs La fenêtre d'outils vous propose une sélection d'objets que vous pouvez insé-rer dans vos vues, p ex des objets graphiques et des éléments de commande [PDF] Changement de variables dans une intégrale multiple math univ toulouse ~jroyer TD LPS Ch pdf L PS Ch [PDF] Intégrales doublesmp cpgedupuydelome pdf Intégrales%doubles pdf Int C A grales doubles [PDF] CHAPITRE Jacobien, changement de coordonnées Dans ce lacim uqam ca ~bedard notes MAT ch v pdf MAT ch v [PDF] [Exercice n° j] Calculer les intégrales doubles suivantes °) I = IL maths cnam IMG pdf ED integrales multiples clebe pdf ED integrales multiples cle b e [PDF] Corrigé de la feuille TD N semaine du (les énoncés math unice ~yameogo ensgmt seco secok korig td pdf korig td [PDF] Quelques corrigés d 'exercices des feuilles et perso univ rennes Quelques corriges Feuilles pdf Quelques corriges Feuilles [PDF] Intégrales multiples epst tlemcenold epst tlemcen dz docs Chapitre integrales multiples pdf Chapitre integrales multiples [PDF] exercices sur les integrales multiples IECL iecl univ lorraine ~Gerard Eguether zARTICLE MULTIPLE pdf MULTIPLE [PDF] en exercices sur les integrales multiples IECL iecl univ lorraine ~Gerard Eguether zARTICLE EN pdf EN Changement de variables en coordonnées polaires La définition d ' intégrale double repose donc, grâce au Théor`eme de Fubini, sur celle de l ' intégrale coursSM MIEEVAR2011-2012Quelques corrigés d"exercices des feuilles 5 et 6 R xcos(x+y)dxdy,Région triangulaire de som- mets(0,0),(?,0),(?,?). On intègre par tranche. On peut le faire de deux façons : R xcos(x+y)dxdy=? 0 x 0 xcos(x+y)dy)dx ou R xcos(x+y)dxdy=? 0 y xcos(x+y)dx)dy 0 x 0 xcos(x+y)dy)dx=? 0 [xsin(x+y)]y=x y=0dx 0 (xsin2x)-xsin(x))dx = [-xcos(2x)/2]?0+?

0 cos(2x)/2dx-[-xcos(x)]?0-? 0 cos(x)dx =-?/2 + 0-?+ 0 =-3?/2 Avec la deuxième cela donne la même chose (et les calculs à faire sont à peu près les mêmes; dans certains cas le calcul est beaucoup plus simple en intégrant dans un ordre que dans l"autre)? 0 y xcos(x+y)dx)dy=? 0 ([xsin(x+y)]x=?x=y-? y sin(x+y)dx)dy 0 (?sin(?+y)-ysin(2y))dy-? 0 [-cos(x+y)]?ydy = [-?cos(?+y)]?0+ [ycos(2y)/2]?0-? 0 cos(2y)/2dy 0 [cos(2y)-cos(y+?)]dy =-2?+?/2 + 0 + 0 + 0 =-3?/2 R x2dxdylorsqueR={(x,y)|x?0,1?x2+y2? 2}. La forme du domaine incite à utiliser le système des coordonnées polaires. L"intégrale sur l"anneau est l"intégrale sur l"image de]1,?2[×]0,2?[par l"applicationF,C1b?ective de]1,?2[×]0,2?[sur son image (l"anneau privé d"un segment), définie par F: (?,?)??(?cos(?),?sin(?)). 1 MIEEVAR2011-2012On a vu en cours (et dans un exercice; il faut savoir le retrouver) que le jacobien de cette fonction est?. On a : R x2dxdy=?? F(]1,?2[×]0,2?[)x2dxdy]1,?2[×]0,2?[?2cos2(?)?d?d? ?2 1 ?3d?.? 2? 0 cos2(?)d? = [?4/4]?2 1.? 2? 0 (1 + cos(2?))/2d? = 3?/4 Calculer l"aire de la région du plan suivanteD={(x,y)|y?x?y2,1?y?2}. Par définition cette aire est donnée par l"intégrale de la fonction constante égale à 1 sur le domaineD. On calcule ensuite par tranche l"intégrale obtenue : D dxdy=? 2 1 y2 y dx)dy 2 1 (y2-y)dy = [y3/3-y2/2]21 = 7/3-3/2 = 5/6 Calculer l"intégrale triple : V?x 2+y2+z2dx dy dzoùVest la boule de centre (0,0,0) et de rayonR. Le domaine d"intégration est une boule centrée en 0. L"utilisation des coordonnées sphé- riques peut être intéressant dans ce cas. L"application F: (?,?,?)??(?cos(?)sin(?),?sin(?)sin(?),?cos(?)) est une applicationC1b?ective de]0,R[×]0,2?[×]0,?[sur son image. Cette image est la boule de centreRprivé de son bord et de la partie de la boule appartenant au demi- plan{(x,z,0)/ x?0,z?R}. Ces parties manquantes de la boule sont de dimension 2; leur volume est nul. L"intégrale sur la boule est égale à l"intégrale sur l"image de]0,R[×]0,2?[×]0,?[parF. Le jacobien deFest?2sin(?). Il faut savoir faire ce calcul. Je l"ai fait en cours. Le théorème du changements de variables donne ici : V?x 2+y2+z2dx dy dz=??? F(]0,R[×]0,2?[×]0,?[)?x 2+y2+z2dx dy dz]0,R[×]0,2?[×]0,?[?

?2sin(?)d? d? d? 2 MIEEVAR2011-2012On intègre ensuite par tranche.

C"est particulièrement simple ici car le domaine est un pavé et la fonction à intégrer un produit de fonctions dépendant de chaque coordonnée. On obtient :]0,R[×]0,2?[×]0,?[? ?2sin(?)d? d? d?=? R 0 ?3d?.? 2? 0 d?.? 0 sin(?)d? = [?4/4]R0.2?.[-cos(?)]?0 =R4/4.2?.2 =?R4 Calculer le volume du corps limité par le planxOy, le cylindrex2+y2=axet la sphèrex2+y2+z2=a2. La partie dont le volume est demandée est appelée "temple de Viviani" (ou plus exactement la moitié du temple de Viviani car on ne prend que les points de troisième coordonnée positive). Le calcul est expliqué ci-dessous dans le casa= 1(pour obtenir le cas général il suffit de multiplier para3). 3 MIEEVAR2011-20124 MIEEVAR2011-2012Utiliser le théorème de Green-Riemann pour trouver l"aire de l"ellipse x2a 2+ y 2b 2= 1. Il faut comprendre l"énoncé comme : trouver l"aire de la partie compact délimitée par l"ellipse. Considérons le champFdont les coordonnées sont(-y/2,x/2). Ce champs est C 1surR2. L"ellipse est une courbe simple fermée qu"on peut paramétrée par t??(acos(t),asin(t)). AppelonsDl"intérieur de l"ellipse,?son bord. Le théorème de Green-Riemann donne l"égalité :? Fd?=?? D (?F2?x -?F1?y)dxdy. IciF2=x/2etF1=-y/2donc(?F2?x -?F1?y) = 1et le deuxième terme de l"égalité est l"intégrale définissant l"aire deD. Calculons le premier terme au moyen du paramétrage donné plus haut : Fd?=? 2? 0 ?F(acos(t),bsin(t)),(-asin(t),bcos(t))?dt = 1/2? 2? 0 ?(-bsin(t),acos(t))),(-asin(t),bcos(t))?dt = 1/2? 2? 0 ?ab(sin2(t) + cos2(t))dt =?ab L"aire deDest donc?ab. Calculer l"aire deS+={(x,y,z)|x2+y2+z2=a2, z?0}en utilisant la repré- sentation paramétréef(u,v) = (acosucosv , asinucosv , asinv). Ce calcul a été fait pour la sphère entière en cours. Le voici avec le paramétrage sphérique proposé dans l"énoncé : 5 MIEEVAR2011-20126 intégrale double coordonnées polaires exercicesintégrale double exemplechangement de variable intégrale coordonnées polairesintégrale double coordonnées polaires pdfchangement de variable intégrale double jacobienintégrale multiple exercice corrigéchangement de variable intégrale jacobienintégrale triple coordonnées sphériques