Dr. Manuel de Jesús Linares Jiménez

Obras Completas

Tomo 125

Estudiando el libro Métodos fundamentales de economía matemática de Alpha Chiang y Kevin Wainwright.

Santo Domingo, República Dominicana
Agosto, 2025

Estudiando el libro *Métodos fundamentales de economía matemática* de Alpha Chiang y Kevin Wainwright
(Sexto volumen)

Autor: Dr. Manuel de Jesús Linares Jiménez

Teléfono 829-637-9303

Correo electrónico: profesormanuellinares@gmail.com

Este libro digital se entrega de manera gratuita al público lector.

DEDICATORIA

Dedico con inmenso amor mi libro 125 a las chicas más poderosas del universo, Emma, Lara y la españolita Valeria.

No hay forma de que yo pueda despegarme del libro *Métodos fundamentales de economía matemática* de Chiang y Wainwright. Sigo aprendiendo

PRÓLOGO

Mi memoria inmediata se encuentra muy deteriorada, pero siento que el proceso de investigación en que permanentemente estoy involucrado me ha ayudado mucho para que dicha deficiencia orgánica no se agrave más.

Muy alegre de sacar a la luz pública un sexto volumen relacionado con la solución de ejercicios propuestos contenidos por la formidable obra *Métodos fundamentales de economía matemática* de Chiang y Wainwright.

Aprovecho la ocasión para informar a los amables lectores y lectoras de la República Dominicana, que este es el opúsculo 125 que hasta el momento he generado y publicado en formato digital. La molienda va bien. El ingenio azucarero está que pita.

Agradezco la buena voluntad de ciudadanos sencillos de la República y, particularmente, de profesores y profesoras de la UASD, que nos alientan a continuar transitando el camino que emprendimos en la segunda mitad de la década de los años 70, siglo XX, siendo alumno, con la obra LEGALISTAS SIN FUTURO.

Amor eterno a Orfelina y a Clodomiro que en vida me protegieron sin condición alguna; al Comedor Universitario y sus empleados administrativos que con tantos afectos me ayudaron a sobrevivir; a los padres de Ivancito (Matea y Silo), y a Doña Dulce en Ciudad Nueva; a mis familiares en La Romana, tanto por el lado de la rama Linares como por el lado de la rama Jiménez, que pudieron mantenerme vivo.

Ante todos ellos proclamo mi adhesión irrestricta a la ciencia y a la nueva sociedad socialista. Nadie me apartará de este camino.

Dr. Manuel de Jesús Linares Jiménez
Ex-Coordinador General de los Programas Doctorales de la UASD
Ex-Presidente del Consejo Superior de Doctores de la UASD

31/8/2025

Centro Universitario de La Romana

ÍNDICE

PUCMM en Santo Domingo

11.2

EJERCICIO 11.2

El ejercicio 11.2, relacionado con problemas de optimización, se inicia en la página 300 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática*, de la autoría de Chiang y Wainwright.

Use la tabla 11.1 para hallar el o los valores extremos de cada una de las cuatro funciones siguientes, y determine si son máximos o mínimos:

Esa tabla también se encuentra en la página 300 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática*, de la autoría de Chiang y Wainwright. La misma nos ayuda grandemente a verificar las condiciones para encontrar el extremo relativo de una función dada.

1. $z= x^2 +xy +2y^2 +3$

Mi respuesta

Los ejemplos 1, 2, 3, 4 y 5 que se encuentran en las páginas 296-300 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de la autoría de Chiang y Wainwright, serán tomados como guías para resolver los problemas propuestos del ejercicio 11.2.

Primero, determinamos la primera derivada parcial a la función dada ($z= x^2 +xy +2y^2 +3$)

$f_x= 2x +y +0 +0$

$= 2x +y$

$f_y= 0 +x +4y +0$

$= x +4y$

Segundo, determinamos la segunda derivada parcial

$f_{xx}= 2 +0$

$= 2$
$f_{yy}= 0 +4$

$= 4$

Tercero, determinamos las derivadas parciales cruzadas

$f_{xy} = 0 +1$

$= 1$

$f_{yx}= 1 +0$

$= 1$

Cuarto, la condiciòn de primer orden requiere que hagamos que se satisfagan las ecuaciones simultáneas fx= 0 y fy= 0; es decir:

$2x +y= 0$ (1)

$x +4y= 0$ (2)

Despejamos a x en la ecuación (1)

$2x= -y$

$x= -y/2$

Despejamos a x en la ecuación (2)

$x= -4y$

Igualamos los dos valores de x calculados

$-y/2= -4y$

y/2= 4y

y= 4y(2)

y= 8y

0= 8y –y

0= 7y

y= 0/7

= 0

Sabiendo que y= 0, este valor es sustituido, por ejemplo, en la ecuación (2)

x +4y= 0

x +4(0)= 0

x= 0

Quinto, sabiendo que x= 0 e igualmente y=0 podemos determinar el valor de z

$z= x^2 +xy +2y^2 +3$

$z= (0)^2 +(0)(0) +2(0)^2 +3$

= 0 +0 +0 +3

= 3

Sexto, de conformidad con la tabla 11.1 de la página 300 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de la autoría de Chiang y Wainwright, tenemos lo siguiente: La condición necesaria de primer orden, es decir, fx= fy= 0, fue comprobada más arriba; si fxx= 2, fyy= 4 y f^2xy= 1, tendremos que (fxx), (fyy) > 0 e igualmente (fxx)(fyy) > f^2xy. En otras palabras tendríamos que 2, 4> 0 y (2)(4) > 1^2, por tanto, damos cuenta de la condiciòn suficiente de segundo orden en el sentido de que z= 3 constituye un mínimo.

2. $z= -x^2 - y^2 +6x +2y$

Mi respuesta

Los ejemplos 1, 2, 3, 4 y 5 que se encuentran en las páginas 296-300 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de la autoría de Chiang y Wainwright, serán tomados como guías para resolver los problemas propuestos del ejercicio 11.2.

Primero, determinamos la primera derivada parcial a la función dada ($z= -x^2 - y^2 +6x +2y$)

$f_x= -2x -0 +6 +0$

$= -2x +6$

$f_y= 0 -2y +0 +2$

$= -2y +2$

Segundo, determinamos la segunda derivada parcial

$f_{xx}= -2 +0$

$= -2$

$f_{yy}= -2 +0$

$= -2$

Tercero, determinamos las derivadas parciales cruzadas

$f_{xy}= 0$

$f_{yx}= 0$

Cuarta, la condiciòn de primer orden requiere que hagamos que se satisfagan las ecuaciones simultáneas fx= 0 y fy= 0; es decir:

$f_x= -2x +6$

$-2x + 6 = 0$

$-2x = -6$

$2x = 6$

$x = 6/2$

$= 3$

$f_y = -2y + 2$

$-2y + 2 = 0$

$2y - 2 = 0$

$2y = 2$

$y = 2/2$

$= 1$

Quinto, determinemos el valor de z:

$z = -x^2 - y^2 + 6x + 2y$

$z = -(3)^2 - (1)^2 + 6(3) + 2(1)$

$= -9 - 1 + 18 + 2$

$= 10$

Sexto, la condiciòn de primer orden requiere que hagamos que se satisfagan las ecuaciones simultáneas fx= 0 y fy= 0, conforme a la tabla 11.1, página 300, en el libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de la autoría de Chiang y Wainwright. Esta condiciòn fue comprobada más arriba.

Séptimo, en lo que respecta a la condición suficiente de segundo orden, también postulada por la citada tabla, pasamos de inmediato a formalizarla. Para esto tenemos que usar las siguientes variables: f_{xx}, f_{yy}, f^2_{xy}. Veamos:

$f_{xx}= -2$; $f_{yy}= -2$

$f^2_{xy}= (0)^2= 0$

Obviamente tenemos estos resultados:

$-2, -2 < 0$

$(-2)(-2) > 0$

Es decir,

$4 > 0$

Por tanto: $z= 10$ constituye un máximo relativo.

4. $z= e^{2x} -2x +2y^2 +3$

Mi respuesta

Los ejemplos 1, 2, 3, 4 y 5 que se encuentran en las páginas 296-300 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de la autoría de Chiang y Wainwright, serán tomados como guías, para resolver los problemas propuestos del ejercicio 11.2.

Primero, determinamos la primera derivada parcial

$f_x= 2e^{2x} -2 +0 +0$

$= 2e^{2x} -2$

$f_y= 0 -0 +4y +0$

$= 4y$

Segundo, determinamos la segunda derivada parcial

$f_{xx}= (2)(2)e^{2x} -0$

$= 4e^{2x}$

$f_{yy}= 4$

Tercero, determinamos las derivadas parciales cruzadas

$f_{xy}= 0 -0$

$= 0$

$f_{yx}= 0$

Cuarta, la condiciòn de primer orden requiere que hagamos que se satisfagan las ecuaciones simultáneas fx= 0 y fy= 0; es decir:

$f_x= 2e^{2x} -2$

$2e^{2x}$ -2= 0

$2e^{2x}$= 2

e^{2x}= 2/2

= 1

ln e^{2x}= ln 1

2x(1)= 0

2x= 0

x= 0/2

= 0

f_y= 0

4y= 0

y= 0/4

= 0

Quinto, determinemos el valor de z:

z= $e^{2(0)}$ -2(0) +$2(0)^2$ +3

z= 0 -0 +0 +3= 3

Sexto, la condiciòn de primer orden requiere que hagamos que se satisfagan las ecuaciones simultáneas fx= 0 y fy= 0, conforme a la tabla 11.1, página 300, en el libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de la autoría de Chiang y Wainwright. Esta condiciòn fue comprobada más arriba.

Séptimo, en lo que respecta a la condición suficiente de segundo orden, también postulada por la citada tabla, pasamos de inmediato a formalizarla. Para esto tenemos que usar las siguientes variables: f_{xx}, f_{yy}, $f^2{}_{xy}$. Veamos: f_{xx}= $4e^{2x}$, como x=

0, entonces tendremos que f_{xx}= 4(1)= 4; f_{yy}= 4; $f^2{}_{xy}$= 0^2= 0. Ahora podemos verificar la condición suficiente de segundo orden según la tabla 11.1 que se encuentra ubicada en la página 300 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de la autoría de Chiang y Wainwright. $f_{xx,}$ $f_{yy=}$ 4, 4> 0, y (f_{xx})(f_{yy}) > $f^2{}_{xy}$= (4)(4) >0, por tanto, el valor de z= 3, representa un mínimo.

La perseverancia es clave para avanzar. En el campo científico si nos desalentamos la derrota es inminente.

11.4

EJERCICIO 11.4

Este ejercicio 11.4, que también se relaciona con problemas de optimización, se encuentra en la páginas 317 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de la autoría de Alpha Chiang y Kevin Wainwright.

Encuentre los valores extremos, si los hay, de las siguientes cuatro funciones. Compruebe si son máximos o mínimos mediante la prueba de los determinantes.

1. $\mathbf{x^2_1 +3x^2_2 -3x_1x_2 +4x_2x_3 +6x^2_3}$

Mi respuesta

Los ejemplos 1 y 2 que se encuentran en la página 315 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de la autoría de Chiang y Wainwright, nos sirven de guía.

Primero, calculamos la primera derivada parcial de la función dada ($x^2_1 +3x^2_2 - 3x_1x_2 +4x_2x_3 +6x^2_3$):

$f_1= 2x_1 +0 -3x_2 +0 +0$

$= 2x_1 -3x_2$

$f_2= 0 +6x_2 -3x_1 +4x_3 +0$

$= 6x_2 -3x_1 +4x_3$

$f_3= 0 +0 -0 +4x_2 +12x_3$

$= 4x_2 +12x_3$

Segundo, las primeras derivadas parciales las igualamos a cero. En efecto, la condición de primer orden para el extremo tiene que ver con la satisfacción simultánea de las tres ecuaciones siguientes:

$2x_1 - 3x_2 = 0$

$-3x_1 + 6x_2 + 4x_3 = 0$

$+4x_2 + 12x_3 = 0$

El libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de la autoría de Alpha Chiang y Kevin Wainwright, en la página 315, dice: *"Debido a que se trata de un sistema lineal homogéneo, en el que las tres ecuaciones son independientes (el determinante de la matriz de coeficientes no se anula), sólo existe la solución simple $x^*_1 = x^*_2 = x^*_3 = 0$…* (Comillas, cursiva y el punto suspensivo son nuestros).

Tercero, calculamos el valor de z:

$z - x^2_1 + 3x^2_2 - 3x_1x_2 + 4x_2x_3 + 6x^2_3$

$(0)^2 + 3(0)^2 - 3(0)(0) + 4(0)(0) + 6(0) = 0$

Cuarto, el determinante hessiano, que según nos orienta el libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de la autoría de Alpha Chiang y Kevin Wainwright, en la página 304, sus elementos provienen de las segundas derivadas parciales. Veamos:

$2x_1 - 3x_2 = 0$

$-3x_1 + 6x_2 + 4x_3 = 0$

$+4x_2 + 12x_3 = 0$

$$|H| = \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -3 & 6 & 4 \\ 0 & 4 & 12 \end{vmatrix}$$

Quinto, calculamos los menores principales directores:

$|H_1| = f_{11} = 2 > 0$

$$|H_2| = \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 6 \end{vmatrix} = (2)(6) - (-3)(-3) = 12 - 9 = 3 > 0$$

$$|H_3| = |H| = \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -3 & 6 & 4 \\ 0 & 4 & 12 \end{vmatrix} = 20 > 0$$

$$= 2(6)(12) - (4)(4) - (-3)(-3)(12) - (0)(4) + (0)(-3)(4) - (0)(6)$$

$$= 144 - 16 + 3(-36) = 144 - 16 - 108 = 20 > 0$$

Como todos los menores principales directores alcanzaron valores mayores que cero, podemos concluir que z= 0 es un mínimo, tal como lo indica la tabla 11.2, página 317, que versa sobre la prueba de los determinantes para el extremo relativo de z. Naturalmente estamos hablando del libro *Métodos fundamentales de economía matemática* de la autoría de Alpha Chiang y Kevin Wainwright.

2. $z= 29 -(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)$

Mi respuesta

$z= 29 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2$

$z= -x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 + 29$

Primero, calculamos la primera derivada parcial.

$f_1= -2x_1 - 0 - 0 + 0$

$= -2x_1$

$f_2= -0 - 2x_2 - 0 + 0$

$= -2x_2$

$f_3= -0 - 0 - 2x_3 + 0$

$= -2x_3$

Segundo, igualamos las funciones obtenidas de la primera derivada al número cero. En efecto, la condición de primer orden para el extremo tiene que ver con la satisfacción simultánea de las tres ecuaciones siguientes:

$f_1= -2x_1= 0$

$f_2= -2x_2= 0$

$f_3= -2x_3= 0$

El libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de la autoría de Alpha Chiang y Kevin Wainwright, en la página 315, dice: *"Debido a que se trata de un sistema lineal homogéneo, en el que las tres ecuaciones son independientes (el determinante de la matriz de coeficientes no se anula), sólo existe la solución simple $x^*_1 = x^*_2 = x^*_3 = 0$…* (Comillas, cursiva y el punto suspensivo son nuestros).

Tercero, calculamos el valor de z:

$z= -x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 + 29$

$z= -(0)^2 - (0)^2 - (0)^2 + 29$

$= 29$

Cuarto, el determinante hessiano, que según nos orienta el libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de la autoría de Alpha Chiang y Kevin Wainwright, en la página 304, sus elementos provienen de las segundas derivadas parciales. Veamos:

$f_1= -2x_1 \qquad = 0$

$f_2= \qquad -2x_2 \qquad = 0$

$f_3= \qquad\qquad -2x_3= 0$

$$|H|= \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

Quinto, calculamos los menores principales directores:

$|H_1|= f_{11}= -2< 0$

$$|H_2|= \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} = (-2)(-2) - 0= 4> 0$$

$$|H_3|= |H|= \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{vmatrix} = (-2)(4) -2= -10< 0$$

Como los directores menores principales, el primero fue menor que cero, el segundo mayor que cero y el tercero menor que cero, tendremos que z= 29 constituye un máximo (Ver tabla 11.2, que se encuentra en la página 317 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de la autoría de Alpha Chiang y Kevin Wainwright).

La amistad es muy importante. Mis amigos y amigas, en todos los niveles de la educación, fueron excelentes alumnos y alumnas. Esto me ayudó notablemente

11.6

EJERCICIO 11.6

Seguimos con problemas de optimización. El ejercicio 11.6 se encuentra ubicado en la página 341 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de la autoría de Alpha Chiang y Kevin Wainwright.

1. Si la empresa competitiva del ejemplo 1 tuviera una función de costo $c= 2q_1^2 + 2q_2^2$, entonces:

a) ¿Aún estaría técnicamente relacionada la producción de los dos bienes?

Mi respuesta

Para responder correctamente la presente pregunta tenemos que calcular el coste marginal tanto en función de Q_1, como en función de Q_2, cómo lo hace el libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de la autoría de Alpha Chiang y Kevin Wainwright, en la solución del ejemplo 1, página 331. Procedamos:

$\partial C/Q_1 = 4Q_1$

$\partial C/Q_2 = 4Q_2$

En esta ocasión ya no estaría técnicamente relacionada la producción de los bienes, debido a que el costo marginal del primer producto es una función exclusiva de Q_1. Asimismo, el costo marginal del segundo producto es una función exclusiva de Q_2. Por consiguiente, desaparece la relación técnica que existía en la producción de ambos bienes de conformidad con la función de coste total postulada en el ejemplo 1.

b) ¿Cuáles serían los nuevos niveles óptimos de Q_1 y Q_2?

Mi respuesta

Observamos cómo el libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de la autoría de Alpha Chiang y Kevin Wainwright, soluciona el ejemplo 2, página 332. Nuestros autores ahora proceden a formular la función de demanda que afronta la empresa. Esto haremos nosotros también:

Ganancia (G)= IT –CT

$= P_{10}(Q_1) + P_{20}(Q_2) - (2Q_1^2 + 2Q_2^2)$

$= P_{10}(Q_1) + P_{20}(Q_2) - 2Q_1^2 - 2Q_2^2$

Procedamos a obtener la derivada parcial de la función de ganancia a partir del cambio en la producción de Q_1:

$G_1 = \partial G/\partial Q_1 = P_{10} + 0 - 4Q_1 - 0$

$= P_{10} - 4Q_1$

Procedamos a obtener la derivada parcial de la función de ganancia a partir del cambio en la producción de Q_2:

$G_2 = \partial G/\partial Q_2 = 0 + P_{20} - 0 - 4Q_2$

$= P_{20} - 4Q_2$

Los resultados obtenidos arriba son igualados a cero con el fin de verificar la condición necesaria de primer orden, conforme a la tabla 11.2 (prueba de los determinantes para el extremo relativo), página 317 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de la autoría de Alpha Chiang y Kevin Wainwright:

$P_{10} - 4Q_1 = 0$

$P_{20} - 4Q_2 = 0$

Determinemos los valores óptimos de Q_1 y Q_2:

$Q^*_1 = P_{10}/4$

$Q^*_2 = P_{20}/4$

2. Una empresa de dos productos enfrenta las siguientes funciones de demanda y costo:

$Q_1 = 40 - 2P_1 - P_2$

$Q_2 = 35 - P_1 - P_2$

$C = Q_1^2 + 2Q_2 + 10$

a) Encuentre los niveles de producción que satisfacen la condición de primer orden para ganancia máxima (usa fracciones).

Mi respuesta

En virtud de que ambos precios aparecen en las dos funciones de demanda, que afronta la empresa, revela que los artículos se relacionan en consumo, pero diferente al ejemplo 2, página 332 del libro que estamos estudiando *Métodos fundamentales de economía matemática* de la autoría de Alpha Chiang y Kevin Wainwright, los bienes aparecen con signos iguales es un indicio de que son productos complementarios, es decir, un incremento en el precio de uno, provocaría que la cantidad demanda del otro disminuya.

Debemos reescribir las funciones dadas arriba, para obtener el ingreso promedio:

$-2P_1 - P_2 = Q_1 - 40$

$-P_1 - P_2 = Q_2 - 35$

Aplicamos regla de Cramer para determinar P_1 y P_2:

$$|A| = \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = 2 - 1 = 1$$

$$|A_1| = \begin{vmatrix} Q_1 - 40 & 1 \\ Q_2 - 35 & -1 \end{vmatrix} = (Q_1 - 40)(-1) - (Q_2 - 35)(1) = (-Q_1 + 40) - (Q_2 - 35) = -Q_1 + 40 - Q_2 +$$

$35 = -Q_1 + 75 - Q_2.$

$$|A_2| = \begin{vmatrix} -2 & Q_1 - 40 \\ -1 & Q_2 - 35 \end{vmatrix} = (-2)(Q_2 - 35) - (-1)(Q_1 - 40) = -2Q_2 + 70 + Q_1 - 40 = -2Q_2 + Q_1 + 30$$

Por tanto, P_1 y P_2, son:

$P_1 = 75 - Q_1 - Q_2$

$P_2 = 30 + Q_1 - 2Q_2$

Ahora tendremos la función de ingreso total:

$IT = P_1(Q_1) + P_2Q_2$

$= (75 - Q_1 - Q_2)(Q_1) + (30 + Q_1 - 2Q_2)(Q_2)$

$= 75Q_1 - Q_1^2 - Q_2Q_1 + 30Q_2 + Q_1Q_2 - 2Q_2^2$

$= 75Q_1 + 30Q_2 - Q_1^2 - 2Q_2^2$

Si tenemos que $C = Q_1^2 + 2Q_2^2 + 10$, la función de ganancia será igual a:

$G = IT - C = 75Q_1 + 30Q_2 - Q_1^2 - 2Q_2^2 - (Q_1^2 + 2Q_2^2 + 10)$

$= 75Q_1 + 30Q_2 - Q_1^2 - 2Q_2^2 - Q_1^2 - 2Q_2^2 - 10$

$= 75Q_1 + 30Q_2 - 2Q_1^2 - 4Q_2^2 - 10$

Derivadas parciales primera y segunda de la función de ganancia:

$G_1 = 75 + 0 - 4Q_1 - 0 - 0$

$G_1 = 75 - 4Q_1$

$G_2 = 0 + 30 - 0 - 8Q_2 - 0$

$G_2 = 30 - 8Q_2$

$G_{11} = 0 - 4$

$G_{11} = -4$

$G_{12} = 0 - 0$

$G_{12}= 0$

$G_{21}= 0 -0$

$G_{21}= 0$

$G_{22}= 0 -8$

$G_{22}= -8$

A fin de satisfacer la condición de primer orden para un máximo de la ganancia, debemos comprobar que $G_1= G_2= 0$. Trabajemos con las siguientes ecuaciones:

$G_1= 75 -4Q_1$

$G_2= 30 -8Q_2$

$75 -4Q_1= 0$

$30 -8Q_2= 0$

$Q_1= 75/4 = 18.75$

$Q_2= 30/8= 3.75$

Los niveles de producción óptimos son 18.75 y 3.75.

b) Compruebe la condición suficiente de segundo orden, ¿Se puede concluir que este problema posee un máximo absoluto único?

Mi respuesta

Comencemos sustituyendo los niveles óptimos de producción, arriba calculados, en nuestras funciones de precios que obtuvimos arriba después de aplicar la regla de Cramer y también hacemos la sustitución en la función de beneficios:

$P_1= 75 –Q_1 –Q_2$

$P_2= 30 +Q_1 -2Q_2$

P_1= 75 –(18.75) –(3.75)

P_1= 52.50

P_2= 30 -(18.75) -2(3.75)=

30 -(18.75) -7.5

P_2= 3.75

c) ¿Cuál es la ganancia máxima?

Mi respuesta

Cuantifiquemos ahora la función de ganancia:

$G = 75Q_1 + 30Q_2 - Q_1^2 - 2Q_2^2 - Q_1^2 - 2Q_2^2 - 10$

$G = 75(18.75) + 30(3.75) - (18.75)^2 - 2(3.75)^2 - (18.75)^2 - 2(3.75)^2 - 10$

= 1,406.25 +112.5 +351.56 -28.12 +351.56 -28.12 -10

= 2,155.63

El hessiano es igual a:

$$|H| = \begin{vmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{vmatrix}$$

$|H_1| = G_{11} = -4 < 0$

$$|H_2| = \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -8 \end{vmatrix} = (-4)(-8) - (0)(0) = 32 > 0$$

De esta manera, podemos afirmar que G= 2,155.63, constituye una ganancia máxima.

4. Si la función de costo del ejemplo 4 se cambia a $C= 20 +15Q +Q^2$

a) Encuentre la nueva función de costo marginal

Mi respuesta

Simplemente calculamos la derivada de la función de costo:

$C= 20 +15Q +Q^2$

$C'= 0 +15 +2Q$

$= 15 +2Q$

b) Encuentre las nuevas cantidades de equilibrio (use fracciones).

Mi respuesta

Ingreso promedio:

$P_1= 63 -4Q_1$

$P_2= 105 -5Q_2$

$P_3= 75 -6Q_3$

Ingreso total (multiplicamos el ingreso promedio por Q).

$R_1= P_1Q_1= 63Q_1 -4Q_1^2$

$R_2= P_2Q_2= 105Q_2 -5Q_2^2$

$R_3= P_3Q_3= 75Q_3 -6Q_3^2$

Coste marginal e ingresos marginales

$C'= 15 +2Q$

$R_1'= 63 -8Q_1$

$R_2' = 105 - 10Q_2$

$R_3' = 75 - 12Q_3$

Igualamos cada ingreso marginal con el coste marginal de la producción para obtener las cantidades de equilibrio.

$63 - 8Q_1 = 15 + 2Q$

$63 - 15 = 2Q + 8Q_1$

$48 = 10Q_1$

$Q_1 = 48/10 = 4.8$

$105 - 10Q_2 = 15 + 2Q$

$105 - 15 = 2Q + 10Q$

$90 = 12Q$

$Q = 90/12 = 7.5$

$75 - 12Q_3 = 15 + 2Q$

$75 - 15 = 2Q + 12Q3$

$60 = 14Q$

$Q = 60/14 = 4.286$

Por lo tanto:

$$Q^* = \sum_{i=1}^{3} Q_i = 4.8 + 7.5 + 4.286 = 16.586$$

c) Encuentre los nuevos precios de equilibrio

Mi respuesta

P_1= 63 -4Q_1

= 63 -4(4.8)

= 43.8

P_2= 105 -5Q_2= 105 -5(7.5)= 67.5

P_3= 75 -6Q_3= 75 -6(4.286)= 49.284

d) Compruebe que se satisface la condición suficiente de segundo orden

Mi respuesta

Calculamos R_1'', R_2'', R_3'', y C''

R_1'= 63 -8Q_1

R_1''= 0 -8= -8

R_2'= 105 -10Q_2

R_2''= 0 -10= -10

R_3'= 75 -12Q_3

R_3''= 0 -12= -12

C'= 15 +2Q

C''= 0

=2= 2

La condición suficiente de segundo orden exige:

1. $|H_1|$= R_1'' –C''< 0

= -8 –(2)

$= -8 -2$

$= -10 < 0.$

También implica:

$R_2'' - C'' < 0$ y $R_3'' - C'' < 0$

$-10 \quad -2 < 0$ y $-12 \quad -2 < 0$

$-12 < 0$ y $-14 < 0$

2. $|H_2| = (R_1'' - C'')(R_2'' - C'') - (C'')^2 > 0;$

$= (-8 -2)(-10 -2) - (2)^2 > 0$

$= (-10)(-12) -4 > 0$

$= 120 -4 > 0$

$= 116 > 0$

O bien,

$R_1'' R_2'' - (R_1'' + R_2'') C'' > 0$

$(-8)(-10) - (-8 -10)(2) > 0$

$80 + 36 > 0$

$116 > 0$

3. $|H_3| = (R1'') (R_2'') (R_3'') - (R_1'' R_2'' + R_1''R_3'' + R_3''R_3'')(C'') < 0$

$= (-8)(-10)(-12) - [(R_1'', R_2'') + (R_1''R_3'') + (R_2''R_3'')(C'')$

$= (-8) (-10) (-12) - (-8(-10) + (-8) (-12) + (-10) (-12) (-2) = -960 - (80 + 96 + 120)(-2) = -960 + 592 = -368 < 0.$

Que lamentable la situación moral de la sociedad burguesa dominicana. Se está cayendo a pedazos. No la salva nadie. ¡Empujémosla!

.

EJERCICIO 14.2

El ejercicio 14.2, que versa sobre el tema de las integrales indefinidas, se inicia en la página 453 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática*, de la autoría de Chiang y Wainwright. Pero desde la página 447 hasta la 453 los autores desarrollan 17 ejemplos que son muy útiles para introducirnos en el tema. Comencemos:

1. Encuentre lo siguiente:

a) $\int 16x^{-3}dx$

Mi respuesta

Para resolver el problema que nos han propuesto tenemos que aplicar la regla I de la potencia y la regla V de la integral de un múltiplo, que Chiang y Wainwright explican en la página 447 y en la 450, respectivamente. Obsérvelas: $\int x^n dx = (1/n+1)(x^{n+1})$; $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$. En el caso que nos ocupa n= -3, mientras que el múltiplo es 16. Tendremos:

$\int 16x^{-3}dx = 16\int x^{-3}dx$

$= (16)(1/-3+1)(x^{-3+1}) + c$

$= (16)(1/-2)(x^{-2}) + c$

$= -8x^{-2} + c$

Comprobación:

En la página 447 el libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática*, Chiang y Wainwright afirman: *“Observe que los resultados de la integración pueden verificarse siempre mediante la diferenciación; si el* *proceso de integración es correcto, la derivada de la integral debe ser igual al integrando".* (Comillas y cursiva son nuestras).

El resultado, que obtuvimos fue $-8x^{-2}+c$; aquí aplicaremos la regla de la función potencia. Procedamos:

$d/dx= -8x^{-2} +c= (-2)(-8)x^{-2-1} +0= 16x^{-3}$. Este resultado es igual al integrando que nos dieron en el problema. Por tanto, es correcta la operación de integración que efectuamos.

b) $\int 9x^8dx$

Mi respuesta

Para resolver el problema que nos han propuesto tenemos que aplicar la regla I de la potencia y la regla V de la integral de un múltiplo, que Chiang y Wainwright explican en la página 447 y en la 450 respectivamente. Obsérvelas: $\int x^n dx= (1/n+1)(x^{n+1})$; $\int kf(x)dx= k\int f(x)dx$. En el caso que nos ocupa n= 8, mientras que el múltiplo es 9. Tendremos:

$\int 9x^8dx= 9\int x^8dx$

$= (9)(1/8+1)(x^{8+1}) +c$

$= (9)(1/9)(x^9) +c$

$= x^9 +c$

Comprobación:

En la página 447 el libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática*, Chiang y Wainwright afirman: *"Observe que los resultados de la integración pueden verificarse siempre mediante la diferenciación; si el proceso de integración es correcto, la derivada de la integral debe ser igual al integrando".* (Comillas y cursiva son nuestras).

El resultado, que obtuvimos fue $x^9 +c$; aquí aplicaremos dos reglas de diferenciación. Regla de la suma o de la diferencia de dos funciones; y la regla de la función potencia y la regla de la función constante. Procedamos:

d/dx= x^9 +c= $9x^8$ +0= $9x^8$. Este resultado es igual al integrando que nos dieron en el problema. Por tanto, es correcta la operación de integración que efectuamos.

c) $\int(x^5 - 3x)dx$

Mi respuesta

Para resolver el problema que nos han propuesto tenemos que aplicar la regla I de la potencia, la regla IV de la integral de una suma y la regla V de la integral de un múltiplo que Chiang y Wainwright explican en la página 447, en la 449 y en la 450. Obsérvelas: $\int x^n dx= (1/n+1)(x^{n+1})$; $\int[(x)+g(x)]dx= \int f(x)dx +\int g(x)dx$; $\int kf(x)dx= k\int f(x)dx$. En el caso que nos ocupa tenemos dos términos; en el primero aplicamos la regla de la integral de una potencia y la regla de la integral de un múltiplo, donde n= 5, y el múltiplo es 1; en el segundo término debemos aplicar la regla de la integral de un múltiplo y la regla de la integral de una potencia, donde n= 1, mientras que el múltiplo es -3. Por tanto, tendremos:

$\int(x^5 -3x)dx= (\int x^5dx -\int 3xdx)$

$= (1/(5+1)x^{5+1}+c_1)-(3)(1/1+1)x^{1+1}+c_2$

$= 1/6x^6 +c_1 -3/2x^2 +c_2$

$= 1/6x^6 -3/2x^2 +c$

Comprobación:

En la página 447 el libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática,* Chiang y Wainwright afirman: *"Observe que los resultados de la integración pueden verificarse siempre mediante la diferenciación; si el proceso de integración es correcto, la derivada de la integral debe ser igual al integrando".* (Comillas y cursiva son nuestras).

El resultado, que obtuvimos fue $1/6x^6$ $-3/2x^2$ +c; aquí aplicaremos tres reglas de diferenciación. Regla de la suma o de la diferencia de dos funciones; la regla generalizada de la función potencia y la regla de la función constante. Procedamos:

d/dx= x^5 -3x +0= x^5 -3x. Este resultado es igual al integrando que nos dieron en el problema. Por tanto, es correcta la operación de integración que efectuamos.

d) $\int 2e^{-2x}dx$

Mi respuesta

Para resolver el problema que nos han propuesto tenemos que aplicar la regla V de la integral de un múltiplo y la regla VI que da cuenta de la regla de sustitución, que Chiang y Wainwright explican en la página 450 y en la 451, respectivamente. Obsérvelas: $\int kf(x)dx= k\int f(x)dx$ y $\int f(u)(du/dx)(dx)= \int f(u)du= F(u) +c$. Comencemos:

$\int 2e^{-2x}dx$

Sea u= -2x

du/dx= -2

du= (-2)dx

dx= du/-2

Procedemos a realizar las sustituciones y cancelaciones de lugar:

$\int 2e^{-2x}dx$

$= \int 2e^{u}du/-2$

$= -e^{u}du$

$= -e^{u} \ +c$

$= -e^{-2x} \ +c$

Comprobación:

En la página 447 el libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática,* Chiang y Wainwright afirman: *“Observe que los resultados de la integración pueden verificarse siempre mediante la diferenciación; si el proceso de integración es correcto, la derivada de la integral debe ser igual al integrando”.* (Comillas y cursiva son nuestras).

El resultado, que obtuvimos fue $-e^{-2x}$ +c; aquí aplicaremos tres reglas de diferenciación. Regla de la suma o de la diferencia de dos funciones; la regla generalizada de la función potencia y la regla de la función constante. Procedamos: $d/dx= (-2)(-e^{-2x}) +0= 2e^{-2x}$. Este resultado es igual al integrando que nos dieron en el problema. Por tanto, es correcta la operación de integración que efectuamos.

2. Encuentre:

a) $\int 13e^x\,dx$ (x no es igual a 0)

Mi respuesta

Para resolver el problema que nos han propuesto tenemos que aplicar la regla II, que es la regla exponencial y la regla V de la integral de un múltiplo, que Chiang y Wainwright explican en la página 448 y en la 450, respectivamente. Obsérvelas: $\int e^x dx= e^x +c)$; y, $\int kf(x)dx= k\int f(x)dx$. En el caso que nos ocupa el múltiplo es 13. Tendremos:

$\int 13e^x dx= 13\int e^x dx= 13e^x +c$

Comprobación:

En la página 447 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática*, Chiang y Wainwright afirman: *"Observe que los resultados de la integración pueden verificarse siempre mediante la diferenciación; si el proceso de integración es correcto, la derivada de la integral debe ser igual al integrando"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

El resultado, que obtuvimos fue $13e^x +c$; aquí aplicaremos tres reglas de diferenciación. Regla de la suma o de la diferencia de dos funciones; la regla exponencial generalizada y la regla de la función constante. Procedamos:

$d/dx= (1)(13)e^x +0= 13e^x$. Este resultado es igual al integrando que nos dieron en el problema. Por tanto, es correcta la operación de integración que efectuamos.

b) $\int(3e^x +4/x)dx$

Mi respuesta

Para resolver el problema que nos han propuesto tenemos que aplicar las siguientes reglas de integración: la regla III relacionada con la regla logarítmica; la regla IV que versa sobre la integral de una suma de funciones; la regla V que es la integral de un múltiplo. La III, Chiang y Wainwright la explican en la página 448; la IV la explican en la página 449 y la V la explican en la página 450. Obsérvelas: $\int(1/x)dx= (\ln x +c)dx$; $\int[f(x) +g(x)]dx= \int f(x)dx +\int g(x)dx$; y $\int kf(x)dx= k\int f(x)dx$. Procedamos:

$\int(3e^x + 4/x)dx$

$= 3\int e^x dx + \int(4/x)dx$

$= 3e^x + c_1 + 4 \ln x + c_2$

$= 3e^x + 4 \ln x + c.$

Comprobación:

En la página 447 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática,* Chiang y Wainwright afirman: *“Observe que los resultados de la integración pueden verificarse siempre mediante la diferenciación; si el proceso de integración es correcto, la derivada de la integral debe ser igual al integrando”.* (Comillas y cursiva son nuestras).

El resultado, que obtuvimos fue $3e^x + \ln x + c$; aquí aplicaremos tres reglas de diferenciación. Regla de la suma o de la diferencia de dos funciones; la regla exponencial generalizada y la regla de la función logarítmica. Procedamos:

$d/dx = 3e^x + 4 \ln x + c. = (1)(3e^x) + (4)\ln(1/x) = 3e^x + 4/x)$. Este resultado es igual al integrando que nos dieron en el problema. Por tanto, es correcta la operación de integración que efectuamos.

c) $\int(5e^x + 3/x^2)dx$

Mi respuesta

Para resolver el problema que nos han propuesto tenemos que aplicar las siguientes reglas de integración: la regla III relacionada con la regla logarítmica; la regla IV que versa sobre la integral de una suma; la regla V que es la integral de un múltiplo. La III, Chiang y Wainwright la explican en la página 448; la IV la explican en la página 449 y la V la explican en la página 450. Obsérvelas: $\int(1/x)dx = (\ln x + c)dx$; $\int[f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$; y $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$.

$\int(5e^x + 3/x^2)dx$

$= \int 5e^x dx + \int 3/x^2 dx$

$= 5\int e^x + c_1 + 3\int 1/x_2 + c_2$

$= 5e^x + c_1 + 3\int x^{-2} + c_2$

$= 5e^x + c_1 + 3(1/-2+1)x^{-1} + c_2$

$= 5e^x + c_1 + 3(1/-1)x^{-1} + c_2$

$= 5e^x - 3x^{-1} + c$

Comprobación:

En la página 447 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática,* Chiang y Wainwright afirman: *"Observe que los resultados de la integración pueden verificarse siempre mediante la diferenciación; si el proceso de integración es correcto, la derivada de la integral debe ser igual al integrando".* (Comillas y cursiva son nuestras).

El resultado, que obtuvimos fue $5e^x - 3x^{-1} + c$; aquí aplicaremos tres reglas de diferenciación. Regla de la suma o de la diferencia de dos funciones; y la regla exponencial generalizada. Procedamos:

$d/dx = 5e^x - 3x^{-1} + c = (1)(5e^x) + (3)x^{-2} + 0 = (1)(5e^x) + (3)x^{-2} = 5e^x + 3x^{-2} = 5e^x + 3/x^2$. Este resultado es igual al integrando que nos dieron en el problema. Por tanto, es correcta la operación de integración que efectuamos.

d) $\int 3e^{-(2x+7)}dx$

Mi respuesta

Para resolver el problema que nos han propuesto tenemos que aplicar las siguientes reglas de integración: La regla V que es la integral de un múltiplo y la regla VI, que es la regla de sustitución. Chiang y Wainwright las explican en la página 450 y en la página 451 respectivamente. Obsérvelas: $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$; $\int f(u)(du/dx(dx) = \int f(u)du = F(u) + c$. Procedamos:

$\int 3e^{-(2x+7)}dx$

$n = -2x - 7$

$u = -2x - 7$

du= -2dx

dx= du/-2

Sustituir:

$\int 3e^{-(2x+7)}dx$

$= \int 3e^{(u)}du/-2$

$= \int 3/-2e^{(u)}du$

$= 3/-2e^{u}+c$

$= 3/-2e^{-2x-7}+c$

Comprobación:

En la página 447 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática*, Chiang y Wainwright afirman: *"Observe que los resultados de la integración pueden verificarse siempre mediante la diferenciación; si el proceso de integración es correcto, la derivada de la integral debe ser igual al integrando".* (Comillas y cursiva son nuestras).

El resultado, que obtuvimos fue $3/-2e^{-2x-7}+c$; aquí aplicaremos las siguientes reglas de diferenciación. Regla de la suma o de la diferencia de dos funciones; la regla exponencial generalizada y la regla de la función logarítmica. Procedamos:

$d/dx= (3/-2)e^{-2x-7}+c= (-2)(3/-2)(e^{-2x-7}) +c= (3)e^{-2x-7} +0= 3e^{-(2x+7)}$. Este resultado es igual al integrando que nos dieron en el problema. Por tanto, es correcta la operación de integración que efectuamos.

e) $\int 4xe^{x2+3}dx$

Mi respuesta

Para resolver el problema que nos han propuesto tenemos que aplicar las siguientes reglas de integración: la regla V, que consiste en la integral de un múltiplo; y la regla VI, que es la regla de sustitución. Chiang y Wainwright las explican en la página 450 y en la página 451 respectivamente. Obsérvelas: $\int kf(x)dx= k\int f(x)dx$; e igualmente $\int f(u)(du/dx(dx)= \int f(u)du= F(u) +c$. Procedamos:

$\int 4xe^{x2+3}dx$

$u= x^2+3$

$du/dx= 2x$

$du= 2xdx$

$dx= du/2x$

$\int 4xe^{x2+3}dx$

$= \int 4xe^u du/2x$

$= 2\int e^u du$

$= 2e^u +c$

$= 2e^{x2+3} +c$

Comprobación:

En la página 447 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática*, Chiang y Wainwright afirman: *"Observe que los resultados de la integración pueden verificarse siempre mediante la diferenciación; si el proceso de integración es correcto, la derivada de la integral debe ser igual al integrando".* (Comillas y cursiva son nuestras).

El resultado, que obtuvimos fue $2e^{x2+3} +c$; aquí aplicaremos la siguiente regla de diferenciación. Regla exponencial generalizada. Procedamos:

$d/dx= 2e^{x2+3} +c= 2x(2)e^{x2+3} +0= 4xe^{x2+3}$. Este resultado es igual al integrando que nos dieron en el problema. Por tanto, es correcta la operación de integración que efectuamos.

f) $\int xe^{x2+9}dx$

Mi respuesta

Para resolver el problema que nos han propuesto tenemos que aplicar las siguientes reglas de integración: la regla V, que consiste en la integral de un múltiplo; y la regla VI, que es la regla de sustitución. Chiang y Wainwright las explican en la página 450 y en la página 451 respectivamente. Obsérvelas: $\int kf(x)dx= k\int f(x)dx$; e igualmente $\int f(u)(du/dx(dx)= \int f(u)du= F(u) +c$. Procedamos:

Sea

$u= x^{2 +9}$

Entonces

$du/dx= 2x$

$du= 2xdx$

$dx=du/2x$

Igualmente:

$\int xe^{x2+9}dx$

$= \int xe^{u}du/2x$

$= \int e^{u}du/2$

$= 1/2\int e^{u}du$

$= 1/2e^{u} +c$

$= 1/2e^{x2 +9}+c$

Comprobación:

En la página 447 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática,* Chiang y Wainwright afirman: *"Observe que los resultados* *de la integración pueden verificarse siempre mediante la diferenciación; si el proceso de integración es correcto, la derivada de la integral debe ser igual al integrando".* (Comillas y cursiva son nuestras).

El resultado que obtuvimos fue $1/2e^{x2+9}$+c; aquí aplicaremos la siguiente regla de diferenciación. Regla exponencial generalizada. Procedamos:

$d/dx = 1/2e^{x2+9}+c = 2x(1/2)\, e^{x2+9} + 0 = xe^{x2+9}$. Este resultado es igual al integrando que nos dieron en el problema. Por tanto, es correcta la operación de integración que efectuamos.

3. Encuentre:

a) ∫3dx/x

Mi respuesta

Para resolver el problema que nos han propuesto tenemos que aplicar las siguientes reglas de integración: La regla III, referida a la integral de una función logarítmica y la regla V, que es la regla de un múltiplo. Chiang y Wainwright las explican en la página 448 y en la página 45 respectivamente. Obsérvelas: ∫1/xdx= ln x +c; y ∫kf(x)dx= k∫f(x)dx.

Procedamos:

∫3dx/x=

3∫(1/x)dx=

3 ln x +c.

Comprobación:

En la página 447 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática,* Chiang y Wainwright afirman: *"Observe que los resultados de la integración pueden verificarse siempre mediante la diferenciación; si el proceso de integración es correcto, la derivada de la integral debe ser igual al integrando".* (Comillas y cursiva son nuestras).

El resultado que obtuvimos fue 3 ln x +c; aquí aplicaremos la siguiente regla de diferenciación. Regla exponencial generalizada. Procedamos:

d/dx 3 ln x +c= (3)(1/x) +0= (3)(1/x). Este resultado es igual al integrando que nos dieron en el problema (3dx/x= (3)(1/x)dx). Por tanto, es correcta la operación de integración que efectuamos.

b) ∫ dx/(x -2)

Mi respuesta

Para resolver el problema que nos han propuesto tenemos que aplicar la siguiente regla de integración: La regla III, referida a la integral de una función logarítmica. Chiang y Wainwright la explican en la página 448. Obsérvela: ∫1/xdx= ln x +c. Procedamos:

∫ dx/(x -2)

= ∫1/(x -2)dx

= ln(x -2) +c

Comprobación:

En la página 447 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática*, Chiang y Wainwright afirman: *"Observe que los resultados de la integración pueden verificarse siempre mediante la diferenciación; si el proceso de integración es correcto, la derivada de la integral debe ser igual al integrando".* (Comillas y cursiva son nuestras).

El resultado que obtuvimos fue ln(x -2) +c; aquí aplicaremos la siguiente regla de diferenciación. Regla logarítmica generalizada. Procedamos:

d/dx ln (x -2)+c= 1/(x -2)dx +0= dx/(x -2). Este resultado es igual al integrando que nos dieron en el problema. Por tanto, es correcta la operación de integración que efectuamos.

c) ∫ (2x/x^2 +3)dx

Mi respuesta

Para resolver el problema que nos han propuesto tenemos que aplicar la siguiente regla de integración: la regla III, referida a la integral de una función logarítmica. Chiang y Wainwright la explican en la página 448. Obsérvelas: ∫1/xdx= ln x +c.

Ahora bien, como el término 2x/(x^2 +3), refleja la forma de f'(x)/f(x), con f(x)= (x^2 +3)> 0, se deduce que dada la regla IIIa, la integral será la siguiente:

∫ [2x/(x^2 +3)]dx

= ln (x^2 +3) +c

Comprobación:

En la página 447 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática,* Chiang y Wainwright afirman: *"Observe que los resultados de la integración pueden verificarse siempre mediante la diferenciación; si el proceso de integración es correcto, la derivada de la integral debe ser igual al integrando".* (Comillas y cursiva son nuestras).

El resultado que obtuvimos fue ln (x^2 +3) +c; aquí aplicaremos la siguiente regla de diferenciación. Regla logarítmica generalizada. Procedamos:

d/dx ln(x^2 +3) +c

= 2x/(x^2 +3)

Ese resultado es igual al integrando que nos dieron en el problema (2x/(x^2 +3), por tanto, es correcta la operación de integración que efectuamos.

UASD

14.3

EJERCICIO 14.3

El ejercicio 14.3, que versa sobre el tema de las integrales definidas, se inicia en la página 460 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática*, de la autoría de Chiang y Wainwright. Pero desde la página 454 hasta la 455 los autores desarrollan 4 ejemplos que son muy útiles para introducirnos en el tema. Comencemos:

1. Evalúe lo siguiente:

a) $\int_1^3 1/2x^2dx$

Mi respuesta

Para calcular la integral definida debemos dar los siguientes pasos:

Primero, calculamos la integral indefinida del integrando dado.

$\int 1/2x^2dx$

$= 1/2\int x^2dx$

$= (1/2)(1/3)x^3 +c$

$= 1/6x^3 +c.$

Segundo, calculamos la integral definida.

$\int_1^3 1/2x^2dx$

$= 1/6x^3]^3_1$

$= 1/6(3)^3 -1/6(1)^3$

= 27/6-1/6

= 27-1/6

= 26/6

= 4.333

b) $\int_0^1 x(x^2+6)dx$

Mi respuesta

Para calcular la integral definida debemos dar los siguientes pasos:

Primero, calculamos la integral indefinida del integrando dado.

$\int x(x^2+6)dx= \int (x^3+6x)dx= \int x^3dx+\int 6xdx= 1/4x^4+c +(6)1/2x^2 +c= 1/4x^4 +3x^2 +c$

Segundo, calculamos la integral definida.

$\int_0^1 x(x^2+6)dx$

$=1/4x^4 +3x^2]_0^1$

$= (1/4)(1)^4 +3(1)^2 -1/4(0)^4 -3(0)^2$

= 1/4+3 -0 -0

= 3(1/4)

c) $\int_1^3 3\sqrt{x}\, dx$

Mi respuesta

Para calcular la integral definida debemos dar los siguientes pasos:

Primero, calculamos la integral indefinida del integrando dado.

$\int 3\sqrt{x}\, dx = \int 3x^{1/2}\, dx = 3\int 1/1+1/2x^{1/2+1}+c = (3)1/3/2x^{3/2}+c$

Segundo, calculamos la integral definida.

$\int_1^3 3x^{1/2}\, dx$

$= 2x^{3/2}]_1^3$

$= (2)(3)^{3/2}-(2)(1)^{3/2}$

$= (2)\sqrt{3^3} -2\sqrt{1^3}$

$= 2\sqrt{27} -2(1)$

$= 2(5.196) -2$

$= 8.392.$

d) $\int_2^4 (x^3-6x^2)dx$

Mi respuesta

Para calcular la integral definida debemos dar los siguientes pasos:

Primero, calculamos la integral indefinida del integrando dado.

$\int(x^3-6x^2)dx$

$= \int x^3dx -\int 6x^2dx$

$= \int x^3dx -6\int x^2dx$

$= 1/4x^4+c^1 - (6)1/3x^3+c^2$

$= 1/4x^4+c^1 -2x^3 +c^2$

$= 1/4x^4 -2x^3 +c$

Segundo, calculamos integral definida

$\int^4_2 (x^3-6x^2)dx$

$= 1/4x^4 -2x^3]^4_2$

$= (1/4)(4)^4 -2(4)^3 -(1/4)(2)^4 +(2)(2)^3$

$= 64 -128 -4 +16$

$= -64 +12$

$= -52$