Dr. Manuel de Jesús Linares Jiménez

Obras
Completas

Nuevo Tomo 116

Trigonometría. Primer resultado proyecto de investigación en el campo matemático.

TRIGONOMETRÍA. PRIMER RESULTADO PROYECTO DE INVESTIGACIÓN EN EL CAMPO MATEMÁTICO

Autor: Dr. Manuel de Jesús Linares Jiménez
829-637-9303

Este primer resultado del proyecto de investigación en el campo matemático fue concluido en el mes de septiembre de 2024.

DEDICATORIA ESPECIAL

Deseo dedicar, con distinción y respeto indescriptibles, el tomo 116 de mis Obras Completas, a todos mis profesores y profesoras que en la ciudad de La Romana tuvieron que ver con mi educación, desde la escuelita familiar de Luz, hasta la escuela primario-intermedia "Mercedes Laura Aguiar" (en esta escuela debo mencionar particularmente a Doña Elena), el liceo diurno "Arístides García Mella" y el liceo nocturno "Tiburcio Millán López" que dirigió el inolvidable Dr. Maximilien Espinal, que en el año 1972, en aquellos momentos aciagos, desempeñó un rol clave en la preservación de mi vida. A todos ellos y a todas ellas siempre recordaré con gratitud eterna.

Dr. Manuel de Jesús Linares Jiménez
14/9/2024

ÍNDICE

PRÓLOGO

Estamos ante el nuevo tomo 116 de nuestras Obras Completas, el cual versa sobre la solución de algunos ejercicios trigonométricos que aparecen en el libro que lleva por título Geometría y Trigonometría, de la autoría de Baldor, editado por el GRUPO EDITORIAL PATRIA, quinta reimpresión, México, 2014. Estamos ante el primer resultado del proyecto de investigación en el campo matemático, que he emprendido, pienso, en forma exitosa.

La sección de trigonometría, en dicho libro, comienza en la página 302, en el capítulo XXII que trata sobre TRIGONOMETRÍA, y contiene cinco capítulos más, totalizando seis (6). De estos, estudié los primeros cuatro (4). Los dos últimos capítulos, el XXVI y el XXVII, los traté, pero superficialmente.

Por tanto, este primer informe sobre el proyecto de investigación en el campo matemático, da cuenta de la siguiente solución de problemas trigonométricos que aparecen en los cuatro (4) capítulos estudiados:

Capítulo XXII, problemas propuestos un total de 73; de estos abordamos el 100%.

Capítulo XXIII, problemas propuestos un total de 52; de estos abordamos el 100%.

Capítulo XXIV, problemas propuestos un total de 74; de estos abordamos el 18.9%.

Capítulo XXV, problemas propuestos un total de 70; de estos abordamos el 54.28%.

Resumen. Total de problemas propuestos 269; de estos abordamos 201, es decir, el 74.7%.

¡La incursión realizada en el campo trigonométrico ha sido exitosa; no me puedo quejar, pero estoy seguro que mejorará!

De acuerdo con el plan que hemos trazado, en los años 2024 y 2025 emitiremos tres resultados. El primero sobre trigonometría, el segundo sobre geometría y el tercero sobre álgebra, apoyándome en libros baldorianos, propios de la educación secundaria. Estos, unidos a los trabajos matemáticos que hemos publicado en el terreno de la educación superior, me permitirán estructurar dos nuevas iniciativas matemáticas, mucho más agudas, en el año 2026. Naturalmente, estas dos últimas iniciativas reposarán en la consulta de una cantidad impresionante de libros y artículos matemáticos, acogiéndome estrictamente a la línea que aprendí en el doctorado en el campo económico auspiciado por la correcta Universidad del País Vasco, España.

El proceso que hemos emprendido es de carácter formativo, en el campo matemático, a través de la investigación.

Deseamos aprender, en sus distintas ramas, cómo opera la ciencia matemática, con el fin de convertirnos en un mejor profesional a favor de la CIENCIA y del interés emancipador de los trabajadores dominicanos y de los trabajadores del mundo, por tanto, estamos en el deber de investigarla. Sabemos que su esencia se encuentra plasmada en diversos libros. Nos convertiremos en alumno de sus autores. Volveremos a la infancia después de la ancianidad; es un cometido extremadamente difícil, sin embargo, estoy obligado al mismo, si quisiera avanzar. Es un proyecto cuyo desarrollo ha sido concebido en varias etapas. Una primera etapa dirigida a tratar de erradicar algunas lagunas que arrastramos desde la educación media, a pesar de los magníficos profesores que tuvimos en el campo matemático.

En aquella etapa fuerzas oscurantistas de la nación dominicana, me obstruyeron los estudios propios de la educación media. Persecuciones, prisiones, golpizas y cancelaciones de la matricula estudiantil fueron el pan de cada día. Esta realidad me generó baches que hoy debo continuar superando.

Por eso, el estudio de libros, verbigracia, referidos al álgebra, geometría y trigonometría, orientados hacia la educación media, constituyen la base para iniciar el presente plan formativo.

Precisamente, este nuevo tomo 116 es el primer resultado que estamos rindiendo sobre el particular, arriba comentado, específicamente en el área de la trigonometría; aunque debo decir que mis estudios de la geometría y del álgebra ya también van bien lejos. Pronto estaré entregando resultados concretos sobre geometría y álgebra, claro tomando como base los libros baldorianos.

Como podrá advertir el lector y la lectora no se trata más que de un resultado que da cuenta del esfuerzo realizado por el suscrito para comenzar a llenar las citadas lagunas.

Algo análogo haremos, en una segunda etapa, con textos matemáticos orientados al alumnado de la educación superior; aquí también incluiremos artículos y trabajos de investigación propiamente de la ciencia matemática. En esta etapa el proceso emprendido continuará siendo dominado por el fin formativo. En una tercera etapa emitiremos dos trabajos. El primero, estaría dando respuesta a determinadas interrogantes propias del proceso investigativo matemático; y un segundo trabajo que tendría mayor rigor científico, en el campo matemático. Las tres etapas deseamos ejecutarlas en un período de tiempo no mayor de tres (3) años. Por favor, deséenme suerte. Gracias.

Y para concluir, pido disculpas a mis distinguidos profesores y profesoras de las escuelas de matemáticas de la UASD, PUCMM y de la Universidad del País Vasco, España, por mi intromisión en un campo que no es el mío, pero que es muy importante para el proceso ascensional que experimento como hombre de ciencias, muy especialmente después de mis estudios doctorales en el seno de mi tercera madre nutricia inolvidable, la Universidad del País Vasco, España.

Dr. Manuel de Jesús Linares Jiménez
Profesor Titular Jubilado y ex-Presidente del Consejo Superior de Doctores
de la UASD (2019-2022)

Septiembre 2024.

1

SOLUCIÓN DE LOS EJERCICIOS CORRESPONDIENTES AL CAPÍTULO XXII (TRIGONOMETRÍA) DEL LIBRO GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA DE BALDOR

Introducción

Con el capítulo XXII del libro de Geometría y Trigonometría de Baldor, comienza la parte relacionada con la Trigonometría de dicho libro, y es por esta razón que fue denominado TRIGONOMETRÍA. Comienza en la página 302 y concluye en la 317; es un capítulo clave para entender la esencia de esta rama de la ciencia matemática. Si no lo estudiamos atentamente no es posible dominar la enseñanza de los capítulos restantes y obviamente no podremos resolver los problemas contenidos en el ejercicio que va desde la página 315 hasta la 317. No por casualidad nos empleamos a fondo y resolvimos los 73 problemas que nos propone el citado capítulo. Compartamos nuestras soluciones:

1. REPRESENTAR EN UN SISTEMA DE EJES COORDENADOS LOS SIGUIENTES PUNTOS:

A(0, 0)	F(7, 6)	K(-6, 0)	P(-7, -5)
B(4, 0)	G(0, 5)	L(-4, -3)	Q(2, -2)
C(3, 2)	H(-3, 3)	M(-3, -3)	R(2, -4)
D(7, 2)	I(-3, 1)	N(-1, -3)	S(5, -4)
E(6, 8)	J(-5, 3)	O(0, -3)	T(8, -2)

Mi respuesta:

El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 303, a propósito de los ejes coordenados, dice lo siguiente:

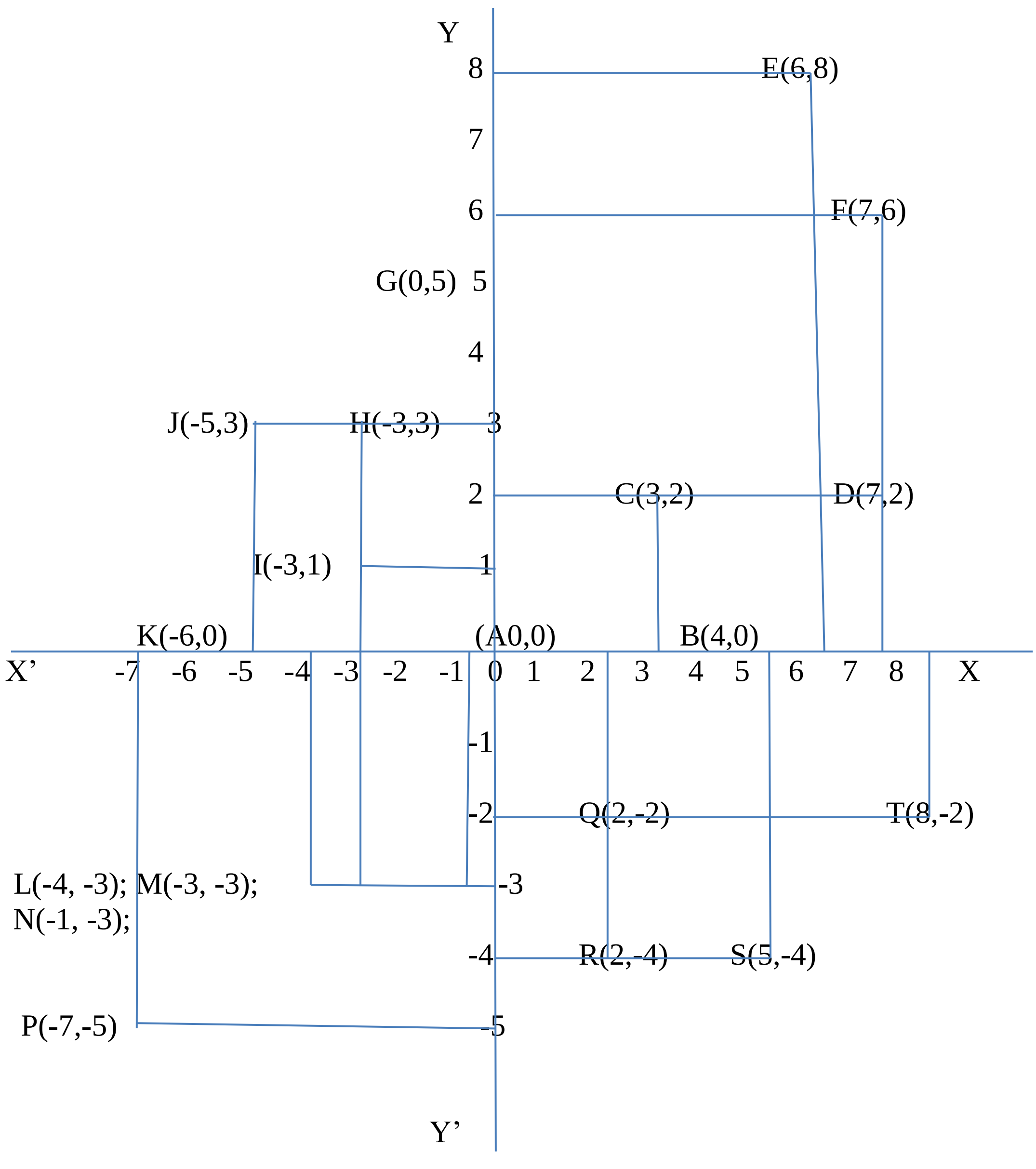
“Los números sobre el eje XX’ miden las distancias en magnitud y signo del origen a los puntos del eje y reciben el nombre de abscisas.

“Los números tomados sobre el eje YY’ miden las distancias del origen a los puntos del eje y reciben el nombre de ordenadas.

“El punto O es la intersección de los dos ejes y se llama origen de coordenadas.

"Los ejes XX' y YY' dividen el plano en cuatro partes llamadas cuadrantes". (Comillas y cursiva son nuestras).

Para dar una respuesta acertada al punto 1, tomaremos como orientación las explicaciones que nos suministra el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en las páginas 303 y 304, específicamente en lo concerniente al sistema de ejes coordenados rectangulares y coordenadas de un punto.



En la respuesta al pedimento 1, como podrá advertir el lector y la lectora, omitimos las líneas punteadas y asumimos las líneas continuas. Esto facilitó el trabajo en los ejes coordenados. También, es muy evidente, no soy un buen dibujante. Disculpen.

2. EN EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO ABC (EL ÁNGULO A= 90º), CALCULAR LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS DE LOS ÁNGULOS B Y C, SI B= 2 CM Y C= 4 CM.

Respuestas del libro:

sen B= cos C= $\sqrt{5}/5$

cos B= sen C= $2\sqrt{5}/5$

tan B= cot C= 1/2

cot B= tan C=2

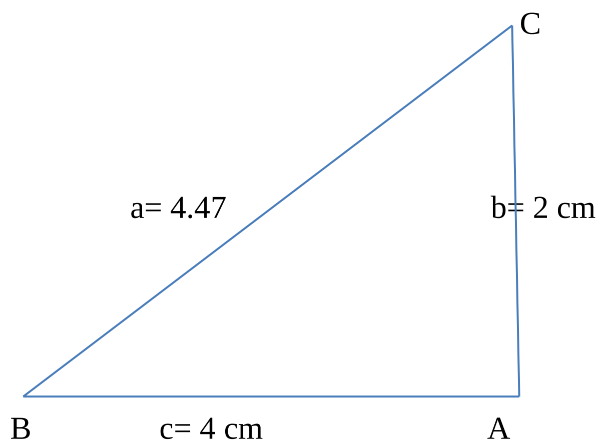
sec B= csc C= $\sqrt{5}/2$

csc B= sec C= $\sqrt{5}$

Mi respuesta:

La respuesta que debemos formular al punto 2, como se ve, debe estar relacionada con las funciones trigonométricas de los ángulos agudos B y C, puesto que el ángulo A mide 90º. Si es así, entonces debemos recurrir a las orientaciones del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, especialmente a las páginas 304 y 305, donde aprenderemos a concretizar en el gráfico las funciones trigonométricas denominadas seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante. Procedamos:

Primero, edifiquemos el triángulo rectángulo que se solicita en el mandato:



Segundo, como los catetos miden 4 y 2 cm, tenemos que determinar cuánto mide la hipotenusa, BC, acudiendo al teorema de Pitágoras, o sea, $(BC)^2= (AB)^2+(AC)^2$.

$(BC)^2= 4^2 + 2^2= 16+4= 20$

$(BC)^2= 20$,

Por tanto, BC= √20= 4.472135955= 4.47

Tercero, ahora podemos trabajar las funciones trigonométricas:

Seno del ángulo B, dice el libro de Baldor que estamos estudiando, en la página 304, sería la razón entre su cateto opuesto y la hipotenusa, es decir, b/a= 2/4.47= 0.447; que es exactamente igual al resultado que tendríamos de dividir √5/5 conforme a la respuesta del libro, por tanto, coincidimos.

Coseno del ángulo B, sería la razón entre su cateto adyacente y la hipotenusa, es decir, c/a= 4/4.47= 0.89, que es exactamente igual al resultado que tendríamos de 2√5/5 conforme a la respuesta del libro, por tanto, coincidimos.

Tangente del ángulo B, sería la razón entre su cateto opuesto y su cateto adyacente, es decir, b/c= 2/4= 1/2, que es exactamente igual al resultado que nos presenta el libro,1/2), por tanto, tenemos coincidencia total.

Cotangente del ángulo B, sería la razón entre su cateto adyacente y su cateto opuesto, es decir, c/b= 4/2= 2, que es exactamente igual al resultado que nos presenta el libro, 2, por tanto, tenemos coincidencia total.

Secante del ángulo B, sería la razón entre la hipotenusa y su cateto adyacente, es decir, a/c= 4.47/4= 1.12, que es exactamente igual al resultado que nos presenta el libro (√5/2), puesto que √5/2= 1.118 por tanto, tenemos coincidencia total.

Cosecante del ángulo B, sería la razón entre la hipotenusa y su cateto opuesto, es decir, a/b= 4.47/2= 2.235, que es exactamente igual al resultado que nos presenta el libro (√5), puesto que √5= 2.236 por tanto, tenemos coincidencia total.

Cuarto, pasaremos a trabajar las funciones trigonométricas del ángulo C:

Seno del ángulo C, dice el libro de Baldor que estamos estudiando, en la página 304, sería la razón entre su cateto opuesto y la hipotenusa, es decir, c/a= 4/4.47= 0.89; que es exactamente igual al resultado que tendríamos de resolver 2√5/5 conforme a la respuesta del libro, por tanto, coincidimos totalmente.

Coseno del ángulo C, sería la razón entre su cateto adyacente y la hipotenusa, es decir, b/a= 2/4.47= 0.447 que es exactamente igual al resultado que tendríamos de √5/5 que es igual a 0.447 conforme a la respuesta del libro, por tanto, coincidimos totalmente.

Tangente del ángulo C, es la razón entre el cateto opuesto y el cateto adyacente, es decir, c/b= 4/2= 2, que es exactamente igual a la respuesta que arroja el libro.

Cotangente del ángulo C, es la razón entre el cateto adyacente y el cateto opuesto, es decir, b/c= 2/4= 1/2, que es exactamente igual a la respuesta que arroja el libro, por tanto, coincidimos totalmente.

Secante del ángulo C, es la razón entre la hipotenusa y el cateto adyacente, es decir, a/b= 4.47/2= 2.235, que es exactamente igual a la respuesta que arroja el libro, √5= 2.236, por tanto, coincidimos totalmente.

Cosecante del ángulo C, es la razón entre la hipotenusa y el cateto opuesto, es decir, a/b= 4.47/4= 1.12, que es exactamente igual a la respuesta que arroja el libro, √5/2= 2.236/2= 1.12, por tanto, coincidimos totalmente.

Quinto, finalmente ahora expondremos en un campo de igualdad las funciones trigonométricas de los ángulos B y C, que alcanzaron resultados idénticos, como se presentan en el libro.

Sen B= cos C= 0.447

Cos B= sen C= 0.89

Tag B= cot C= 1/2

Cot B= tag C= 2

Sec B= csc C= 1.12

Csc B= sec C= 2.235

3. DADOS LOS PUNTOS A(2, 3) Y B(-1, 4), CALCULAR LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS DEL ÁNGULO XOA Y DEL ÁNGULO XOB

Respuestas del libro:

Ángulo XOA:

Sen ángulo XOA= $3\sqrt{13}/13$

Cos ángulo XOA= $2\sqrt{13}/13$

Tag ángulo XOA= $3/2$

Cot ángulo XOA= $2/3$

Sec ángulo XOA= $\sqrt{13}/2$

Csc ángulo XOA= $\sqrt{13}/3$

Ángulo XOB:

Sen ángulo XOB= $4\sqrt{17}/17$

Cos ángulo XOB= $-\sqrt{17}/17$

Tag ángulo XOB= -4

Cot ángulo XOB= $-1/4$

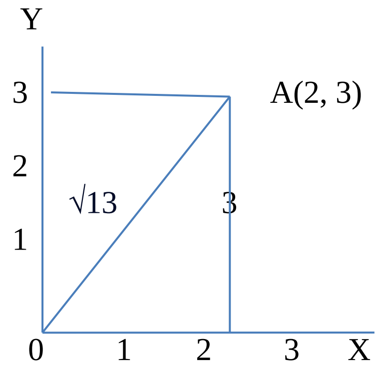
Sec ángulo XOB= $-\sqrt{17}$

csc ángulo XOB= $\sqrt{17}/4$

Mis respuestas:

Para resolver el punto 3, es muy conveniente que nos fijemos en el ejemplo del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, que aparece en la página 305 y que concluye en la página 306; e igualmente el ejemplo que se encuentra en la página 307 y que concluye en la página 308.

Trabajemos primero con las funciones trigonométricas del ángulo X0A, conociendo el punto A(2, 3). Construyamos el gráfico siguiente:



Como tenemos el punto A(2, 3) podemos determinar cuánto mide la hipotenusa:

d= $\sqrt{(2^2 + 3^2)}$= $\sqrt{(4 + 9)}$= $\sqrt{13}$= 3.605551, así pues tenemos:

Seno del ángulo X0A, dice el libro de Baldor que estamos estudiando, en la página 304, sería la razón entre su cateto opuesto y la hipotenusa, es decir, $3/\sqrt{13}$= 3/3.605551= 0.83; que es exactamente igual al resultado que tendríamos de resolver $3\sqrt{13}/13$ conforme a la respuesta del libro, por tanto, coincidimos totalmente.

Coseno del ángulo X0A, sería la razón entre su cateto adyacente y la hipotenusa, es decir, $2/\sqrt{13}$= 2/3.605551= 0.55 que es exactamente igual al resultado que tendríamos de resolver $2\sqrt{13}/13$ que es igual a 0.55 conforme a la respuesta del libro, por tanto, coincidimos totalmente.

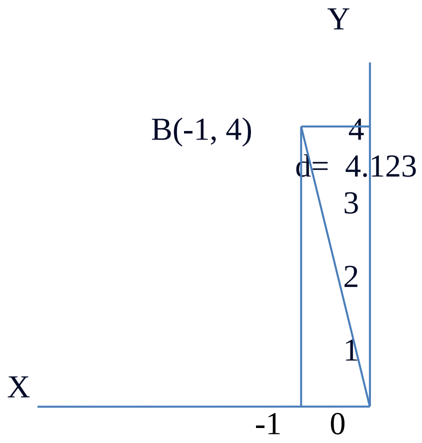
Tangente del ángulo X0A, es la razón entre el cateto opuesto y el cateto adyacente, es decir, 3/2, que es exactamente igual a la respuesta que arroja el libro, por tanto, coincidimos totalmente.

Cotangente del ángulo X0A, es la razón entre el cateto adyacente y el cateto opuesto, es decir, 2/3 que es exactamente igual a la respuesta que arroja el libro, por tanto, coincidimos totalmente.

Secante del ángulo X0A, es la razón entre la hipotenusa y el cateto adyacente, es decir, $\sqrt{13}/2$ que es exactamente igual a la respuesta que arroja el libro, por tanto, coincidimos totalmente.

Cosecante del ángulo X0A, es la razón entre la hipotenusa y el cateto opuesto, es decir, $\sqrt{13}/3$, que es exactamente igual a la respuesta que arroja el libro, por tanto, coincidimos totalmente.

Trabajemos, en segundo lugar, con las funciones trigonométricas del ángulo X0B, conociendo el punto B(-1, 4). Construyamos el gráfico siguiente:



Como tenemos el punto B(-1, 4) podemos determinar cuánto mide la hipotenusa:

$d= \sqrt{-1^2 + 4^2)}= \sqrt{(1 + 16)}= \sqrt{17}= 4.123$, así pues tenemos:

Seno del ángulo X0B, dice el libro de Baldor que estamos estudiando, en la página 304, sería la razón entre su cateto opuesto y la hipotenusa, es decir, 4/4.123= 0.97; que es exactamente igual al resultado que tendríamos de resolver $4\sqrt{17}/17$ que es igual 0.97 conforme a la respuesta del libro, por tanto, coincidimos totalmente.

Coseno del ángulo X0B, sería la razón entre su cateto adyacente y la hipotenusa, es decir, -1/4.123= -0.24 que es exactamente igual al resultado que tendríamos de resolver $-\sqrt{17}/17$ que es igual a -0.24 conforme a la respuesta del libro, por tanto, coincidimos totalmente.

Tangente del ángulo X0B, es la razón entre el cateto opuesto y el cateto adyacente, es decir, 4/-1= -4, que es exactamente igual a la respuesta que arroja el libro, por tanto, coincidimos totalmente.

Cotangente del ángulo X0B, es la razón entre el cateto adyacente y el cateto opuesto, es decir, -1/4 que es exactamente igual a la respuesta que arroja el libro, por tanto, coincidimos totalmente.

Secante del ángulo X0B, es la razón entre la hipotenusa y el cateto adyacente, es decir, 4.123/-1= -4.123 que es exactamente igual a la respuesta que arroja el libro cuando resolvemos $-\sqrt{17}= -4.123$, por tanto, coincidimos totalmente.

Cosecante del ángulo X0B, es la razón entre la hipotenusa y el cateto opuesto, es decir, 4.123/4= 1.03, que es exactamente igual a la respuesta que arroja el libro cuando resolvemos $\sqrt{17}/4= 4.123/4= 1.03$, por tanto, coincidimos totalmente.

4. DECIR SI SON CORRECTOS O NO LOS SIGNOS DE LAS SIGUIENTES FUNCIONES:

a) sen 30°= 1/2

b) cos 45°= -√2/2

c) tan 60° = √3

d) sec 240°= -2

e) cos 225°= √2/2

f) cot 210°= √3

g) csc 135°= -√2

h) cos 150°= -√3/3

i) tan 120°= √3/3

j) sec 300°= -2

Respuesta del libro:

Correcto, a), c), d), f), h)

Mi respuesta:

Para resolver correctamente el punto 4, tenemos que acudir a la página 308 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, y estudiar el tema referente a los signos de las funciones trigonométricas, partiendo de la idea de que *"…la distancia de un punto cualquiera al origen de coordenadas siempre es positiva…"* (Comillas y puntos suspensivos son nuestros). El autor coloca allí la figura 312 y un cuadro que aparece al lado de la citada figura, donde se ve claramente los signos que deben acusar las funciones trigonométricas en cada cuadrante del sistema de ejes coordenados rectangulares. Guiándonos de dicho cuadro, si el ángulo que nos han dado posee una determinada cantidad de grados, determinamos en el cuadrante donde debiera ubicarse y de este modo podemos concluir si el signo que se le ha asignado a la función trigonométrica es correcto o incorrecto. Procedamos:

a) sen 30° = 1/2

Como el primer cuadrante, del sistema de coordenadas, va desde 0° a 90°, podemos decir que la función a) está ubicada en dicho cuadrante correspondiéndole el signo +, conforme al cuadro resumen que aparece en la página 308. Coincidimos totalmente con la respuesta del libro.

b) cos 45°= -√2/2, como la cantidad de grados no excede los 90°, también esta función trigonométrica se encuentra ubicada en el primer cuadrante, correspondiéndole el signo positivo, pero el resultado tiene un signo negativo, podemos decir que es incorrecto. Coincidimos totalmente con la respuesta del libro que concluye en que no es correcto el signo que se ha colocado.

c) tan 60°= √3, como la cantidad de grados no excede los 90°, también esta función trigonométrica se encuentra ubicada en el primer cuadrante, correspondiéndole el signo positivo. Coincidimos totalmente con la respuesta del libro, la cual indica que el signo del resultado es correcto.

d) sec 240°= -2, la cantidad de grados de esta función excede los 180°, pero es menor que 270°, concluimos que la misma se encuentra ubicada en el tercer cuadrante del sistema de coordenadas. El cuadro resumen indica que la secante en el tercer cuadrante alcanza un signo negativo. Coincidimos con la respuesta del libro.

e) cos 225°= √2/2, la cantidad de grados de esta función excede los 180°, pero es menor que 270°, concluimos que la misma se encuentra ubicada en el tercer cuadrante del sistema de coordenadas. El cuadro resumen indica que el coseno en el tercer cuadrante alcanza un signo negativo, sin embargo el resultado que nos están presentando (√2/2) su signo es positivo. Coincidimos con la respuesta del libro. No lo tomó como correcto.

f) cot 210°= √3, la cantidad de grados de esta función excede los 180°, pero es menor que 270°, concluimos que la misma se encuentra ubicada en el tercer cuadrante del sistema de coordenadas. El cuadro resumen indica que la cotangente en el tercer cuadrante alcanza un signo positivo. Coincidimos con la respuesta del libro. Lo tomó como correcto.

g) csc 135°= -√2, la cantidad de grados de esta función excede los 90°, pero es menor que 180°, concluimos que la misma se encuentra ubicada en el segundo cuadrante del sistema de coordenadas. El cuadro resumen indica que la cosecante en el segundo cuadrante alcanza un signo positivo, sin embargo, el signo es negativo. Coincidimos con la respuesta del libro. No lo tomó como correcto.
h) cos 150°= -√3/3, la cantidad de grados de esta función excede los 90°, pero es menor que 180°, concluimos que la misma se encuentra ubicada en el segundo cuadrante del sistema de coordenadas. El cuadro resumen indica que el coseno en el segundo cuadrante alcanza un signo negativo, por tanto, el resultado tiene el signo correcto. Coincidimos con la respuesta del libro.

i) tan 120°= √3/3, la cantidad de grados de esta función excede los 90°, pero es menor que 180°, concluimos que la misma se encuentra ubicada en el segundo cuadrante del sistema de coordenadas. El cuadro resumen indica que la tangente en el segundo cuadrante alcanza un signo negativo, sin embargo, el signo es positivo. Coincidimos con la respuesta del libro. No lo tomó como correcto.

j) sec 300°= -2, la cantidad de grados de esta función excede los 270°, pero es menor que 360°, concluimos que la misma se encuentra ubicada en el cuarto cuadrante del sistema de coordenadas. El cuadro resumen indica que la secante en el cuarto cuadrante alcanza un signo positivo, sin embargo, le pusieron un signo negativo. Coincidimos con la respuesta del libro. No lo tomó como correcto.

5. DECIR SI SON POSIBLES O NO LOS SIGUIENTES VALORES:

a) secante E= -2.18

b) tangente T= 0.02

c) seno X= -1.18

d) cotangente T= -3.21

e) cosecante P= 0.03

f) tangente H= 4.09

g) cosecante F= -5.14

h) coseno B= -0.05

i) coseno Y= -3.14

j) cotangente D= -4.16

Respuesta del libro:

Son posibles: a), b), d) f), g), h), j).

Mi respuesta:

Para dar una respuesta correcta en cada uno de los casos del punto 5, tenemos que guiarnos del cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de los ángulos que limitan los cuadrantes, que se encuentra en la página 310 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. Igualmente debemos tomar en cuenta los primeros cuatro párrafos de la página 311; estas explicaciones son claves.

a) secante E= -2.18

En el caso de la secante tenemos que su variación es relativamente compleja. De 0° a 90°es positiva y varía desde 1 hasta tomar valores tan grandes como se desee. Para 90° no está definida y de 90 a 180° pasa a ser negativa. Para 270° no está definida y de 270 a 360° es positiva. Por tanto, en el tramo de 180 y 270° podría asumir un valor tipo -2.18, es pues un valor posible de asumir por la función trigonométrica secante. Coincidimos con la respuesta del libro.

b) tangente T= 0.02

El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 311 dice: *"…Si analizamos la tangente, concluiremos que su variación es más compleja. De 0 grado a 90 grados es positiva y varia de 0 hasta tomar valores tan grandes como se quiera.*

"Para 90 grados no está definida y de 90 a 180 grados pasa a ser negativa, variando de valores negativos muy grandes en valor absoluto hasta cero. De 180 a 270 grados vuelve a ser positivo variando de cero hasta valores tan grandes como se quiera. Para 270 grados no está definida y de 270 a 360 grados pasa a negativa variando de valores negativos muy grandes hasta un valor absoluto igual a cero…" (Comillas, cursiva y puntos suspensivos son nuestros).

Pienso que T= 0.02 puede ser asumido por la función trigonométrica tangente, puesto que de 0° a 90° es positiva y varia de 0 hasta tomar valores tan grandes como se quiera, incluyendo obviamente el valor 0.02. De 180 a 270° vuelve a ser positivo variando de cero hasta valores tan grandes como se quiera, incluyendo obviamente a 0.02. Coincido con la respuesta del libro.

c) seno X= -1.18

El libro, en la página 311, dice: *"En la tabla anterior vemos que el seno toma los valores 0, 1, 0, -1, 0. Es decir, que su valor máximo es +1 y su valor mínimo es -1".* (Comillas y cursiva son nuestras). Y añade: *"El seno varía entre +1 y -1, no pudiendo tomar valores mayores que +1 ni valores menores que -1".* (Comillas y cursiva son nuestras).

Como -1.18 es un valor menor que -1, entonces seno no lo puede asumir. Es por esta razón que en la respuesta del libro, la opción c) es descartada. Coincido totalmente con la decisión del libro.

d) cotangente T= -3.21

Para 0 grado la cotangente no está definida, por lo que de 90 a 180° pasa a ser negativa, variando de cero hasta valores tan grandes como se quiera, entrando la posibilidad de que pudiera asumir el valor -3.21. Coincido totalmente con la respuesta del libro.

f) tangente H= 4.09

El libro baldoriano en la página 311 dice: *"… Si analizamos la tangente concluiremos que su variación es más compleja. De 0 grado a 90 grados es positiva y varia de 0 hasta tomar valores tan grandes como se quiera. Para 90 grados no está definida y de 90 a 180 grados pasa a ser negativa, variando de cero hasta valores tan grandes como se quiera. Para 270 grados no está definida y de 270 a 360 pasa a negativa variando desde valores negativos muy grandes hasta un valor absoluto igual a cero…"* (Comillas, cursiva y puntos suspensivos son nuestros).

A partir de esas consideraciones, pienso que la función tangente es posible que pueda asumir el valor 4.09. Coincido totalmente con la respuesta del libro.

g) cosecante F= -5.14

Para cero grado esta función no está definida, pero de 90 a 180° podría variar desde 1 hasta tomar valores tan grandes como se quiera, incluyendo valores negativos, por tanto, podría estar el valor -5.14. Coincido totalmente con la respuesta del libro.

h) coseno B= -0.05

El libro baldoriano, en la página 311, dice: *"Al observar el coseno, nos percatamos que también varía entre +1 y -1…"* (Comillas, cursiva y el punto suspensivo son nuestros).

Como -0.05 es mayor que -1, entonces coseno lo puede asumir. Es por esta razón que en la respuesta del libro, la opción h) es asumida por el libro. Coincido totalmente con la decisión del libro.

i) coseno Y= -3.14

El libro baldoriano, en la página 311, dice: *"Al observar el coseno, nos percatamos que también varía entre +1 y -1…"* (Comillas, cursiva y el punto suspensivo son nuestros).

Como -3.14 es menor que -1, entonces coseno no lo puede asumir. Es por esta razón que en la respuesta del libro, la opción i) no es asumida por el libro. Coincido totalmente con la decisión del libro.

j) cotangente D= -4.16

Para 0 grado la cotangente no está definida, por lo que de 90 a 180° pasa a ser negativa, variando de cero hasta valores tan grandes como se quiera, entrando la posibilidad de que pudiera asumir el valor -4.16. Coincido totalmente con la respuesta del libro.

6. CALCULAR LOS VALORES DE LAS EXPRESIONES SIGUIENTES:

a) 5 sen^2 45° +8 cos^2 30°

Respuesta del libro: 8.5

Mi respuesta:

Para dar una respuesta correcta debemos apoyarnos en el cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30°, 45° y 60°, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. En dicho cuadro vemos que el seno de 45° es igual a √2/2 y comenzamos a sustituir en la expresión dada:

Sen 45°= √2/2

5 sen^2 45°= $5(\sqrt{2}/2)^2$

√2= 1.4142

1.4142/2= 0.7071

$(0.7071)^2$= 0.5

0.5(5)= 2.5

Por tanto,

5 sen^2 45°= 2.5

Ahora, pasemos a calcular 8 cos^2 30°.

Volvemos al cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30°, 45° y 60°, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. En dicho cuadro vemos que el coseno de 30° es igual a √3/2 y comenzamos a sustituir en la expresión dada:

Cos 30°= √3/2

8 cos^2 30°= $8(\sqrt{3}/2)^2$

√3= 1.732

1.732/2= 0.866

$(0.866)^2$= 0.75

$0.75(8)= 6$

Por lo tanto,

$8 \cos^2 30° = 6$

Finalmente,

$5 \text{ sen}^2 45° + 8 \cos^2 30° = 2.5+6 = 8.5$

Mi respuesta coincide totalmente con la respuesta del libro.

b) $3 \text{ sen } 30° + 6 \cos^2 45°$

Respuesta del libro: 4.5

Mi respuesta:

Para dar una respuesta correcta debemos apoyarnos en el cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30°, 45° y 60°, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. En dicho cuadro vemos que el seno de 30° es igual a 1/2 y comenzamos a sustituir en la expresión dada:

$\text{Sen } 30° = 1/2$

$3 \text{ sen } 30° = 3(1/2) = 3/2$

Ahora, pasemos a calcular $6 \cos^2 45°$

Volvemos al cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30 grados, 45 grados y 60 grados, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando Geometría y Trigonometría de Baldor. En dicho cuadro vemos que el coseno de 45 grados es igual a $\sqrt{2}/2$ y comenzamos a sustituir en la expresión dada:

$\text{Cos } 45° = \sqrt{2}/2$

$6 \cos^2 45° = 6(\sqrt{2}/2)^2$

$\sqrt{2} = 1.4142$

$1.4142/2 = 0.7071$

$(0.7071)^2 = 0.5$

$0.5(6) = 3$

Por lo tanto,

$6 \cos^2 45° = 3$

Finalmente, $3 \text{ sen } 30° + 6 \cos^2 45° = 3/2 + 3 = 9/2 = 4.5$

Mi respuesta coincide totalmente con la respuesta del libro.

c) $5 \tan^2 45° + 2 \sec^2 45°$

Respuesta del libro: 9.

Mi respuesta:

Para dar una respuesta correcta debemos apoyarnos en el cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30°, 45° y 60°, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. En dicho cuadro vemos que la tangente de 45° es igual a 1 y comenzamos a sustituir en la expresión dada:

$\text{Tan } 45° = 1$

$5 \tan^2 45° = 5(1)^2 = 5$

Ahora, pasemos a calcular $2 \sec^2 45°$

Volvemos al cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30°, 45° y 60°, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. En dicho cuadro vemos que la secante de 45° es igual a $\sqrt{2}$ y comenzamos a sustituir en la expresión dada:

$\text{Sec } 45° = \sqrt{2}$

$2 \sec^2 45° = (2)(\sqrt{2})^2$

$\sqrt{2} = 1.4142$

$(1.4142)^2 = 2$

$(2)(2) = 4$

Por lo tanto,

$2 \sec^2 45° = 4$

Finalmente,

$5 \tan^2 45° + 2 \sec^2 45° = 5+4 = 9$

Mi respuesta coincide totalmente con la respuesta del libro.

d) 4 cos 60° + 5 csc 30°

Respuesta del libro: 12

Mi respuesta:

Para dar una respuesta correcta debemos apoyarnos en el cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30°, 45° y 60°, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando Geometría y Trigonometría de Baldor. En dicho cuadro vemos que el coseno de 60° es igual a 1/2 y comenzamos a sustituir en la expresión dada:

Cos 60°= 1/2

4 cos 60°= 4(1/2)= 2

Ahora, pasemos a calcular 5 csc 30°:

Volvemos al cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30°, 45° y 60°, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. En dicho cuadro vemos que el coseno de 45° es igual a 2 y comenzamos a sustituir en la expresión dada:

Csc 30°= 2

5 csc 30° = 5(2)= 10

Por lo tanto,

5 csc 30°= 10

Finalmente,

4 cos 60° + 5 csc 30°= 2+10= 12

Mi respuesta coincide totalmente con la respuesta del libro.

e) 4 cos 30° + 6 sen 45°

Respuesta del libro: $2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}$

Mi respuesta:

Para dar una respuesta correcta debemos apoyarnos en el cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30°, 45° y 60°, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. En dicho cuadro vemos que el coseno de 30° es igual a √3/2 y comenzamos a sustituir en la expresión dada:
Cos 30°= √3/2

4 cos 30°= 4(√3/2)= 3.464

Ahora, pasemos a calcular 6 sen 45°

Volvemos al cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30°, 45° y 60°, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. En dicho cuadro vemos que el seno de 45 grados es igual a √2/2 y comenzamos a sustituir en la expresión dada:

sen 45°= √2/2

6 sen 45°= (6)(√2/2)= 6(0.7071)= 4,2426

Finalmente,

4 cos 30° + 6 sen 45°= 3.464+4.2426= 7.7066

Mi respuesta coincide totalmente con la respuesta del libro, puesto que 2√3 + 3√2= 7.7066

f) 6 tan 30° +2 csc 45°

Respuesta del libro: 2√3 +2√2

Mi respuesta:

Para dar una respuesta correcta debemos apoyarnos en el cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30°, 45° y 60°, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. En dicho cuadro vemos que la tangente de 30° es igual a √3/3 y la cosecante de 45° es igual a √2, por tanto, sustituimos en la expresión dada:

6 tan 30° +2 csc 45°= 6(√3/3) +2(√2)= 2√3 +2(√2).

Mi respuesta coincide con la respuesta del libro.

g) sen^2 30° +3$\sec^2$ 45°

Para dar una respuesta correcta debemos apoyarnos en el cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30 grados, 45 grados y 60 grados, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando Geometría y Trigonometría de Baldor. En dicho cuadro vemos que el seno de 30 grados es igual a 1/2 y la secante de 45 grados es igual a √2, por tanto, sustituimos en la expresión dada:

$sen^2\ 30° + sec^2\ 45° = (1/2)^2 + (\sqrt{2})^2 = 1/4+2 = (2)(1/4)$

Mi respuesta coincide con la respuesta del libro.
h) $cos^2\ 60° + sen^2\ 45°$

Respuesta del libro: 3/4

Mi respuesta:

Para dar una respuesta correcta debemos apoyarnos en el cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30 grados, 45 grados y 60 grados, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando Geometría y Trigonometría de Baldor. En dicho cuadro vemos que el coseno de 60 grados es igual a 1/2 y el seno de 45 grados es igual a √2/2, por tanto, sustituimos en la expresión dada:

$cos^2\ 60° + sen^2\ 45° = (1/2)^2 + (\sqrt{2}/2)^2 = 1/4 + 2/4 = 3/4$

Mi respuesta coincide con la respuesta del libro.

i) $csc^2\ 45° + cos^2\ 30°$

Respuesta del libro: (2)(3/4)

Mi respuesta:

Para dar una respuesta correcta debemos apoyarnos en el cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30 grados, 45 grados y 60 grados, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando Geometría y Trigonometría de Baldor. En dicho cuadro vemos que la cosecante de 45 grados es igual a √2 y el coseno de 30 grados es igual a √3/2, por tanto, sustituimos en la expresión dada:

$csc^2\ 45° + cos^2\ 30° = (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3}/2)^2 = 2 + 3/4 = (2)(3/4)$

Mi respuesta coincide con la respuesta del libro.

j) cosecante^2 30 grados + tangente^2 45 grados

Respuesta del libro: 5.

Mi respuesta:

j) cosecante^2 30 grados + tangente^2 45 grados

Para dar una respuesta correcta debemos apoyarnos en el cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30 grados, 45 grados y 60 grados, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando Geometría y Trigonometría de Baldor. En dicho cuadro vemos que la cosecante de 30 grados es igual a 2 y comenzamos a sustituir en la expresión dada:

Cosecante 30°= 2

Cosecante^2 30°= $(2)^2$= 4

Ahora, pasemos a calcular tangente^2 45°.

Volvemos al cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30 grados, 45 grados y 60 grados, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando Geometría y Trigonometría de Baldor. En dicho cuadro vemos que la tangente de 45 grados es igual a 1 y comenzamos a sustituir en la expresión dada:

Tangente^2 45°= $(1)^2$= 1.

Finalmente,

Cosecante^2 30° + tangente^2 45°= 4+1= 5

Mi respuesta coincide totalmente con la respuesta del libro.

k) (sen 30° +csc 30°)/sen^2 30° +cos^2 60°)

Respuesta del libro: 5

Mi respuesta:

Para dar una respuesta correcta debemos apoyarnos en el cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30 grados, 45 grados y 60 grados, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando Geometría y Trigonometría de Baldor. En dicho cuadro vemos que el seno de 30° es igual a ½, la cosecante 30° es igual a 2 y coseno 60° es igual a 1/2. Ya podemos comenzar a sustituir en la expresión dada:

(sen 30° +csc 30°)/sen^2 30° +cos^2 60°)= (1/2 +2/$(1/2)^2$ +$(1/2)^2$)= (5/2)/(1/2)= 5

Mi respuesta coincide con la respuesta del libro.

l) (sen^2 45° +sen^2 30°)/(cos^2 45° +sec^2 45°)

Respuesta del libro: 3/10

Mi respuesta:

Para dar una respuesta correcta debemos apoyarnos en el cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30°, 45° y 60°, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. En dicho cuadro vemos que el seno de 45° es igual a √2/2, el seno de 30° es igual a 1/2, el coseno de 45° es igual a √2/2 y la secante de 45° es igual a √2. Ya podemos comenzar a sustituir en la expresión dada:

$(sen^2\ 45° + sen^2\ 30°)/(cos^2\ 45° + sec^2\ 45°) = (\sqrt{2}/2)^2 + (1/2)^2)/(\sqrt{2}/2)^2 + (\sqrt{2})^2 = (1/2 + 1/4)/(1/2 + 2) = (3/4)/(5/2) = 3/10$

Mi respuesta coincide con la respuesta del libro.

m) $(cos^2$ 30 grados $+tan^2$ 30 grados$)/(sen^2$ 45 grados $+cos^2$ 60 grados$)$

Respuesta del libro: 13/9

Mi respuesta:

Para dar una respuesta correcta debemos apoyarnos en el cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30°, 45° y 60°, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. En dicho cuadro vemos que el coseno de 30° es igual a √3/2, la tangente de 30° es igual a √3/3, el seno de 45° es igual a √2/2 y el coseno de 60° es igual a 1/2. Ya podemos comenzar a sustituir en la expresión dada:

$(cos^2$ 30 grados $+tan^2$ 30 grados$)/(sen^2$ 45 grados $+cos^2$ 60 grados$) = (\sqrt{3}/2)^2 + (\sqrt{3}/3)^2)/(\sqrt{2}/2)^2 + (1/2)^2 = (3/4) + (3/9)/(2/4) + (1/4) = 39/36 = 13/12$

Mi respuesta difiere de la respuesta del libro. Tengo que revisar.

n) $(tan^2\ 30° + sen^2\ 30°)/(csc^2\ 45° + csc^2\ 30°)$

Respuesta del libro: 7/72

Mi respuesta:

Para dar una respuesta correcta debemos apoyarnos en el cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30°, 45° y 60°, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. En dicho cuadro vemos que el la tangente de 30° es igual a √3/3, el seno de 30° es igual a 1/2, la cosecante de 45° es igual a √2 y la cosecante de 30° es igual a 2. Ya podemos comenzar a sustituir en la expresión dada:

$(tan^2\ 30° + sen^2\ 30°)/(csc^2\ 45° + csc^2\ 30°) = (\sqrt{3}/3)^2 + (1/2)/(\sqrt{2}) + (2) = 3/9 + 1/2/\sqrt{2} + 2 = 0.14$

Mi respuesta, 0.14, expresada en la forma de decimal, difiere de la respuesta del libro, 0.10. expresada en la forma de decimal. Tengo que revisar.

ñ) $\cos 60° + \cos 30° / (\csc^2 30° + \operatorname{sen}^2 45°)$

Respuesta del libro: $(1 + \sqrt{3})/9$

Mi respuesta:

Para dar una respuesta correcta debemos apoyarnos en el cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30°, 45° y 60°, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. En dicho cuadro vemos que el coseno de 60° es igual a 1/2, el coseno de 30° es igual a √3/2, cosecante de 30° es igual a 2 y el seno de 45° es igual √2/2. Ya podemos comenzar a sustituir en la expresión dada:

$\cos 60° + \cos 30° / (\csc^2 30° + \operatorname{sen}^2 45°) = (1/2) + (\sqrt{3}/2) / (2)^2 + (\sqrt{2}/2)^2 = (1 + \sqrt{3})/2/(4 + 2/4) =$
$(1 + \sqrt{3})^2/2^2/9/2 = (1 + 3)/4/9/2 = 1/9/2 = 2/9 = 0.3$

Mi respuesta, en forma de decimal, 0.3, equivale a la respuesta del libro $(1 + \sqrt{3})/9 = 0.3$.

2

SOLUCIÓN DE LOS EJERCICIOS CORRESPONDIENTES AL CAPÍTULO XXIII (FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS, SUPLEMENTARIOS, ETC.) DEL LIBRO GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA DE BALDOR

Introducción

Ahora nos toca abordar los problemas propuestos del ejercicio correspondiente al capítulo XXIII del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor.

Ese capítulo tiene su inicio en la página 318 y concluye en la 326; es un capítulo muy corto. A pesar de esto presenta una importancia crucial, al menos así lo vi yo, puesto que aprendí a examinar las funciones trigonométricas del ángulo (90° -a), funciones trigonométricas del ángulo (180° -a), funciones trigonométricas del ángulo (180° +a), funciones trigonométricas del ángulo (360° -a) y funciones trigonométricas del ángulo –a. Comencemos a trabajar:

1. EN UN CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO SEÑALAR LAS LÍNEAS TRIGONOMÉTRICAS DE CADA UNO DE LOS SIGUIENTES ÁNGULOS:

a) 30 grados.

Mi respuesta:

El libro que estamos estudiando, Geometría y trigonometría de Baldor, en la página 318, inicia el capítulo XXIII que lleva por título FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS, SUPLEMENTARIOS, ETC.

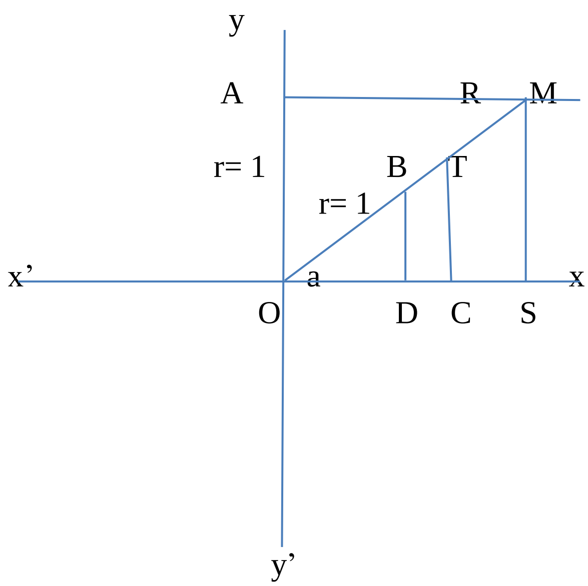
El primer punto que nos expone es del circulo trigonométrico y líneas trigonométricas; es por esta razón, probablemente que el primer ejercicio que aparece al final del capítulo versa sobre circulo trigonométrico y líneas trigonométricas.

Obviamente, para responder correctamente la primera pregunta del ejercicio citado, el cual se encuentra en la página 325, debemos guiarnos de las instrucciones que están en las páginas 318-319. Advertimos con el libro, página 318, que se llama “círculo trigonométrico a aquel cuyo radio es igual a la unidad”.

Daremos los siguientes pasos:

- Sistema de coordenadas.
- Circulo trigonométrico.

- Trazar las demás líneas trigonométricas del ejemplo página 319.
- Definir funciones trigonométricas.



Supongamos que en la figura 1 (disculpen la ausencia del círculo, no pude confeccionarlo) que estampamos arriba tenemos un ángulo a, de 30 grados, en el primer cuadrante. Tracemos el lado BD perpendicular al lado OX, TC perpendicular al lado OX, el lado AM paralelo al lado OX y RS perpendicular al lado OX.

Apliquemos ahora las funciones trigonométricas aprendidas:

Seno del ángulo de 30 grados= BD/OB= BD/r= BD/1= BD.

Coseno del ángulo de 30 grados= OD/OB= OD/r= OD/1= OD.

Tangente del ángulo de 30 grados= BD/ OB= TC/OC= TC/r= TC/1= TC.

Cotangente del ángulo de 30 grados= OD/BD= OS/RS= AR/OA= AR/r= AR/1= AR.

Secante del ángulo de 30 grados= OB/OD= OT/OC= OT/r= OT/1= OT.

Cosecante del ángulo de 30 grados= OB/BD= OR/RS=OR/OA= OR/r= OR/1= OR.

2. REDUCIR LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS SIGUIENTES, A OTRAS EQUIVALENTES, DE ÁNGULOS MENORES QUE 45 GRADOS.

Introducción

En este segundo pedimento del ejercicio que se inicia en la página 325 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, se distinguen dos elementos importantes, a saber: funciones trigonométricas (seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante) y ángulos menores que 45°; por consiguiente, al concluir cada problema el resultado consistirá en una igualdad, en la que el primer miembro será igual al segundo miembro.

Se supone que los problemas contentivos del ejercicio reflejarán las siguientes cinco problemáticas: 1) Funciones trigonométricas del ángulo (90° -a); 2) Funciones trigonométricas del ángulo (180° -a); 3) Funciones trigonométricas del ángulo (180° +a); 4) Funciones trigonométricas del ángulo (360° -a); y, 5) Funciones trigonométricas del ángulo –a.

Esos son los cinco temas que pudimos ver que el autor desarrolla en el capítulo XXIII del libro Geometría y Trigonometría de Baldor. Cada tema es ilustrado con dos ejemplos.

Pero resulta que el EJERCICIO que le corresponde a dicho capítulo, particularmente los problemas contenidos en la parte 2), desborda lo enseñado. Ejemplos relacionados con el tercer cuadrante que tiene como límite los 270° son inexistentes; ejemplos con el signo menos (-) antes de la función trigonométrica, que nos generan una enorme confusión, tampoco fueron desarrollados. En fin, la parte 2) es un verdadero tormento para el alumno. Hicimos lo que pudimos y perdimos un tiempo precioso interpretando el mandato. Estamos acostumbrados al ÁLGEBRA DE BALDOR, un libro donde los mandatos están bien claros y los problemas propuestos se ciñen estrictamente a los ejemplos presentados. Las emboscadas son inexistentes. El ÁLGEBRA DE BALDOR es un libro único en el mundo. Los alumnos debiéramos dedicarle un monumento majestuoso de respeto y admiración.

De todos modos, enfrentamos el citado EJERCICIO y pienso que fue vencido. Comencemos.

<u>SEN 64°</u>

Respuesta del libro: cos 26°.

Mi respuesta:

El problema que nos han planteado se enmarca en la "reducción al primer cuadrante", tratado en la página 320 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. Dice: *"La conversión de una función trigonométrica de un ángulo cualquiera en otra función equivalente de un ángulo del primer cuadrante se llama reducción al primer cuadrante"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

La respuesta que otorga el libro es correcta, porque es una "reducción al primer cuadrante" del sistema de coordenadas, donde la medición máxima a que puede aspirar un ángulo es 90°, por tanto, decimos 90° -64°= 26°. Estos 26 grados son asignados a la cofunción coseno, atendiendo al precepto dictado por el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 321: *“Las funciones trigonométricas de un ángulo son iguales, en valor absoluto y en signo, a las cofunciones del ángulo complementario por defecto”.* (Comillas y cursiva son nuestras). La parte última del precepto citado quiere decir que cuando sumamos las dos medidas de los ángulos envueltos en el problema de la reducción al primer cuadrante, tiene que ser igual a 90°. Así, pues, 64 grados más 26 grados es igual a 90 grados.

Siempre y cuando el problema que tengamos que resolver sea del tipo reducción al primer cuadrante, debemos utilizar una de seis equivalentes trigonométricas que se encuentran al inicio de la página 321. En el caso que nos ocupa sería:

sen (90° –a)= cos a

sen (90° -26°)= cos 26°

sen 64°= cos 26°

0.899= 0.899

Mi respuesta, cos 26°, coincide con la respuesta del libro, Geometría y Trigonometría de Baldor, cos 26°. Este resultado también respetó la condición de que el ángulo obtenido tiene que ser menor que 45°. Perfecto.

<u>TAN 65</u>°

Respuesta del libro: cot 25°.

Mi respuesta:

El problema que nos han planteado se enmarca en la “reducción al primer cuadrante”, tratado en la página 320 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. Dice: *“La conversión de una función trigonométrica de un ángulo cualquiera en otra función equivalente de un ángulo del primer cuadrante se llama reducción al primer cuadrante”*. (Comillas y cursiva son nuestras).

La respuesta que otorga el libro es correcta, porque es una “reducción al primer cuadrante” del sistema de coordenada, donde la medición máxima a que puede aspirar un ángulo es 90°, por tanto, decimos 90° -65°= 25°. Estos 25 grados son asignados a la función trigonométrica cotangente que en este problema actúa como la cofunción de la tangente, atendiendo al precepto dictado por el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 321: “*Las funciones trigonométricas de un ángulo son iguales, en valor absoluto y en signo, a las cofunciones del ángulo complementario por defecto”.* (Comillas y cursiva son nuestras). La parte última del precepto citado quiere decir que cuando sumamos las dos medidas de los ángulos envueltos en el problema de la reducción al primer cuadrante, tiene que ser igual a 90°. Así, pues, 65 grados más 25 grados es igual a 90 grados.

Siempre y cuando el problema que tengamos que resolver sea del tipo reducción al primer cuadrante, debemos utilizar una de seis equivalentes trigonométricas que se encuentran al inicio de la página 321. En el caso que nos ocupa sería:

tan (90° –a)= cot a

tan (90° -25°)= cot 25°

tan (65°)= cot 25°

2.14= 2.14

Mi respuesta, cot 25°, coincide con la respuesta del libro, Geometría y Trigonometría de Baldor, cot 25°. También cumplimos con la condición de que el ángulo obtenido tiene que ser menor que 45°.

<u>SEC 70°</u>

Respuesta del libro: csc 20°.

Mi respuesta:

El problema que nos han planteado se enmarca en la "reducción al primer cuadrante", tratado en la página 320 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. Dice: *"La conversión de una función trigonométrica de un ángulo cualquiera en otra función equivalente de un ángulo del primer cuadrante se llama reducción al primer cuadrante"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

La respuesta que otorga el libro es correcta, porque es una "reducción al primer cuadrante" del sistema de coordenada, donde la medición máxima a que puede aspirar un ángulo es 90°, por tanto, decimos 90° -70°= 20°. Estos 20 grados son asignados a la función trigonométrica cosecante que en este problema actúa como la cofunción de la secante, atendiendo al precepto dictado por el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 321: "*Las funciones trigonométricas de un ángulo son iguales, en valor absoluto y en signo, a las cofunciones del ángulo complementario por defecto".* (Comillas y cursiva son nuestras). La parte última del precepto citado quiere decir que cuando sumamos las dos medidas de los ángulos envueltos en el problema de la reducción al primer cuadrante, tiene que ser igual a 90°. Así, pues, 70 grados más 20 grados es igual a 90 grados.

Siempre y cuando el problema que tengamos que resolver sea del tipo reducción al primer cuadrante, debemos utilizar una de seis equivalentes trigonométricas que se encuentran al inicio de la página 321. En el caso que nos ocupa sería:

sec (90° –a)= csc a

sec (90° -20°)= csc 20°

sec (70°)= csc 20°

2.924= 2.924

Mi respuesta, csc 20°, coincide con la respuesta del libro, Geometría y Trigonometría de Baldor, csc 20°. También cumplimos con la condición de que el ángulo obtenido debía medir una determinada cantidad de grados inferior a 45.

COS 80° 30’ 10’’

Respuesta del libro: sen 9° 29’ 50’’.

Mi respuesta:

El problema que nos han planteado se enmarca en la “reducción al primer cuadrante”, tratado en la página 320 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. Dice: *“La conversión de una función trigonométrica de un ángulo cualquiera en otra función equivalente de un ángulo del primer cuadrante se llama reducción al primer cuadrante”*. (Comillas y cursiva son nuestras).

La respuesta que otorga el libro es correcta, porque es una “reducción al primer cuadrante” del sistema de coordenadas, donde la medición máxima a que puede aspirar un ángulo es 90°; pero también ahora vemos que el ángulo que nos han dado, su medición se expresa en grados, minutos y segundos, por tanto, cabe preguntarse, ¿con un ángulo de este tipo qué queda de 90°? Ahora debemos tomar un grado de los 90 para convertirlo en minutos y segundos. Tendremos (89° 59’ 60’’) – (80° 30’ 10’’)= 9° 29’ 50’’. Este resultado es asignado a la función trigonométrica seno que en este problema actúa como la cofunción del coseno, atendiendo al precepto dictado por el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 321: “*Las funciones trigonométricas de un ángulo son iguales, en valor absoluto y en signo, a las cofunciones del ángulo complementario por defecto”.* (Comillas y cursiva son nuestras). La parte última del precepto citado quiere decir que cuando sumamos las dos medidas de los ángulos envueltos en el problema de la reducción al primer cuadrante, tiene que ser igual a 90°. Así, pues, (80° 30’ 10’’) + (9° 29’ 50’’)= 90 grados.

Finalmente, siempre y cuando el problema que tengamos que resolver sea del tipo reducción al primer cuadrante, debemos utilizar una de seis equivalentes trigonométricas que se encuentran al inicio de la página 321. En el caso que nos ocupa sería:

cos (90° –a)= sen a

cos (90° -80° 30’ 10’’)= sen 9° 29’ 50’’

Mi respuesta, sen 9° 29’ 50’’, coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría, sen 9° 29’ 50’’. También cumplimos con el hecho de que el ángulo obtenido tiene que ser menor que 45°.

<u>COT 50°</u>

Respuesta del libro: tan 40°.

Mi respuesta:

El problema que nos han planteado se enmarca en la "reducción al primer cuadrante", tratado en la página 320 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. Dice: *"La conversión de una función trigonométrica de un ángulo cualquiera en otra función equivalente de un ángulo del primer cuadrante se llama reducción al primer cuadrante"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

La respuesta que otorga el libro Geometría y Trigonometría de Baldor es correcta, porque es una "reducción al primer cuadrante" del sistema de coordenada, donde la medición máxima a que puede aspirar un ángulo es 90°, por tanto, decimos 90° -50°= 40°. Estos 40 grados son asignados a la función trigonométrica tangente que en este problema actúa como la cofunción de la cotangente, atendiendo al precepto dictado por el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 321: "*Las funciones trigonométricas de un ángulo son iguales, en valor absoluto y en signo, a las cofunciones del ángulo complementario por defecto".* (Comillas y cursiva son nuestras). La parte última del precepto citado quiere decir que cuando sumamos las dos medidas de los ángulos envueltos en el problema de la reducción al primer cuadrante, tiene que ser igual a 90°. Así, pues, 50 grados más 40 grados es igual a 90 grados.

Siempre y cuando el problema que tengamos que resolver sea del tipo reducción al primer cuadrante, debemos utilizar una de seis equivalentes trigonométricas que se encuentran al inicio de la página 321. En el caso que nos ocupa sería:

cot (90° –a)= tan a

cot (90° -40°)= tan 40°

cot (50°)= tan 40°

0.8391= 0.8391

Mi respuesta, tan 40°, coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor, tan 40°. Igualmente pudimos cumplir con la restricción consistente en que el ángulo obtenido su medición tiene que ser menor a 45 grados.

<u>COS 85°</u>

Respuesta del libro: sen 5°.

Mi respuesta:

El problema que nos han planteado se enmarca en la “reducción al primer cuadrante”, tratado en la página 320 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, el cual dice: *“La conversión de una función trigonométrica de un ángulo cualquiera en otra función equivalente de un ángulo del primer cuadrante se llama reducción al primer cuadrante”*. (Comillas y cursiva son nuestras).

La respuesta que otorga el libro es correcta, porque es una “reducción al primer cuadrante” del sistema de coordenada, donde la medición máxima a que puede aspirar un ángulo es 90°, por tanto, decimos 90° -85°= 5°. Estos 5 grados son asignados a la función trigonométrica seno que en este problema actúa como la cofunción del coseno, atendiendo al precepto dictado por el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 321: “*Las funciones trigonométricas de un ángulo son iguales, en valor absoluto y en signo, a las cofunciones del ángulo complementario por defecto”.* (Comillas y cursiva son nuestras). La parte última del precepto citado quiere decir que cuando sumamos las dos medidas de los ángulos envueltos en el problema de la reducción al primer cuadrante, tiene que ser igual a 90°. Así, pues, 85 grados más 5 grados es igual a 90 grados.

Siempre y cuando el problema que tengamos que resolver sea del tipo reducción al primer cuadrante, debemos utilizar una de seis equivalentes trigonométricas que se encuentran al inicio de la página 321. En el caso que nos ocupa sería:

cos (90° –a)= sen a

cos (90° -5°)= sen 5°

cos (85°)= sen 5°

0.0872= 0.0872

Mi respuesta, sen 5°, coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor, sen 5°. También cumplimos con la restricción angular por debajo de 45°.

<u>CSC 45° 20’</u>.

Respuesta del libro: sec 44° 40’

Mi respuesta:

El problema que nos han planteado se enmarca en la “reducción al primer cuadrante”, tratado en la página 320 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. Dice: *“La conversión de una función trigonométrica de un ángulo cualquiera en otra función equivalente de un ángulo del primer cuadrante se llama reducción al primer cuadrante”*. (Comillas y cursiva son nuestras).

La respuesta que otorga el libro es correcta, porque es una “reducción al primer cuadrante” del sistema de coordenada, donde la medición máxima a que puede aspirar un ángulo es 90°; pero también ahora vemos que el ángulo que nos han dado, su medición se expresa en grados y minutos, por tanto, cabe preguntarse, ¿con un ángulo de este tipo qué queda de 90°? Ahora debemos tomar un grado de los 90 para convertirlo en minutos. Tendremos (89° 60’) – (45° 20’)= 44° 40’. Este resultado es asignado a la función trigonométrica secante que en este problema actúa como la cofunción de cosecante, atendiendo al precepto dictado por el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 321: “*Las funciones trigonométricas de un ángulo son iguales, en valor absoluto y en signo, a las cofunciones del ángulo complementario por defecto”.* (Comillas y cursiva son nuestras). La parte última del precepto citado quiere decir que cuando sumamos las dos medidas de los ángulos envueltos en el problema de la reducción al primer cuadrante, tiene que ser igual a 90°. Así, pues, (45° 20’) + (44° 40’)= 90 grados.

Finalmente, siempre y cuando el problema que tengamos que resolver sea del tipo reducción al primer cuadrante, debemos utilizar una de seis equivalentes trigonométricas que se encuentran al inicio de la página 321. En el caso que nos ocupa sería:

csc (90° –a)= sec a

csc (90° -44° 40’)= sec 44° 40’

Mi respuesta, sec 44° 40’, coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor, sec 44° 40’. También cumplimos con la restricción angular menor a los 45°.

<u>TAN 120°</u>

Respuesta del libro: -cot 30°.

Mi respuesta:

Una aclaración necesaria. Hasta este momento los problemas que hemos resuelto son del tipo de reducción al primer cuadrante del sistema de coordenadas de ángulos complementarios por defecto, es decir, cuando su suma es igual a 90°. Ahora trataremos de enfrentar problemas de ángulos complementarios por exceso, es decir, cuando su diferencia es igual a 90°. (Véase el libro, que estamos estudiando, de Geometría y Trigonometría de Baldor, página 320). Además debemos recordar que por mandato del punto 2 del ejercicio que estamos afrontando, la reducción de las funciones trigonométricas que nos dan hacia otras equivalentes, los ángulos deben ser menores a 45°.

La respuesta que otorga el libro es correcta, porque es una “reducción al primer cuadrante” del sistema de coordenada, donde la medición máxima a que puede aspirar un ángulo es 90°, por tanto, decimos 120° -90°= 30°. No olvidemos la siguiente orientación: *“Dos ángulos son complementarios…por exceso cuando su diferencia es igual a 90°”.* (Comillas y cursiva son nuestras). Estos 30 grados son asignados a la función trigonométrica cotangente que en este problema actúa como la cofunción de la tangente. Igualmente, 120°- 30°= 90°, comprobado, son complementarios por exceso.

Siempre y cuando el problema que tengamos que resolver sea del tipo reducción al primer cuadrante, debemos utilizar una de seis equivalentes trigonométricas que se encuentran al inicio de la página 321. En el caso que nos ocupa sería:
tan (90° +a)= -cot a

tan (120°)= -cot 30°

-1.732= -1.732

Mi respuesta, -cot 30°, coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor, -cot 30°. También cumplimos con la restricción angular consistente en lograr un ángulo que mida menos de 45°.

<u>SEN 105°</u>

Respuesta del libro: cos 15°.

Mi respuesta:

Una aclaración necesaria. Hasta este momento los problemas que hemos resuelto son del tipo de reducción al primer cuadrante del sistema de coordenadas de ángulos complementarios por defecto, es decir, cuando su suma es igual a 90°. Ahora trataremos de enfrentar problemas de ángulos complementarios por exceso, es decir, cuando su diferencia es igual a 90°. (Véase el libro, que estamos estudiando, de Geometría y Trigonometría de Baldor, página 320). Además debemos recordar que por mandato del punto 2 del ejercicio que estamos afrontando, la reducción de las funciones trigonométricas que nos dan hacia otras equivalentes, los ángulos tienen que medir menos de 45°.

La respuesta que otorga el libro es correcta, porque es una “reducción al primer cuadrante” del sistema de coordenada, donde la medición máxima a que puede aspirar un ángulo es 90°, por tanto, decimos 105° -90°= 15°. No olvidemos la siguiente orientación: *“Dos ángulos son complementarios…por exceso cuando su diferencia es igual a 90°”.* (Comillas y cursiva son nuestras). Estos 15 grados son asignados a la función trigonométrica coseno que en este problema actúa como la cofunción de seno.

Siempre y cuando el problema que tengamos que resolver sea del tipo reducción al primer cuadrante, debemos utilizar una de seis fórmulas que se encuentran al inicio de la página 321. En el caso que nos ocupa sería:

sen (90° +a)= cos a

sen (105° +15°)= cos 15°
0.9659= 0.9659

Mi respuesta, cos 15°, coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor, cos 15°. También cumplimos con la restricción angular (un ángulo menor a 45°).

COS 135°

Respuesta del libro: -cos 45°

Mi respuesta:

En este problema ya no funciona lo de reducción al primer cuadrante del sistema de coordenadas, porque 135°- 90°= 45°, lo que viola la condición establecida por el ejercicio 2, que estamos afrontando (página 325), que reza del modo siguiente: "Reducir las funciones trigonométricas siguientes, a otras equivalentes, de ángulos menores que 45°"; en consecuencia, tendremos que acudir a los ángulos suplementarios. El libro que estamos estudiando, en la página 320 dice: *"Dos ángulos son suplementarios por defecto cuando su suma es 180° y suplementarios por exceso cuando su diferencia es 180°".* (Comillas y cursiva son nuestras).

Cos (180° –a)= -cos a

Cos (180° -45°)= -cos 45°

Cos 135°= -cos 45°

-0.7071= -0.7071

El signo negativo de esa función trigonométrica, tiene su base en el precepto siguiente que aparece en el libro Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 322: *"Las funciones trigonométricas de un ángulo son iguales en valor absoluto a las funciones trigonométricas del ángulo suplementario por defecto, pero de signo contrario, con excepción del seno y de la cosecante que son del mismo signo".* (Comillas y cursiva son nuestras). Hay que añadir, además, que estamos en el terreno de las funciones trigonométricas del ángulo (180° -a), cuyo desarrollo parte de la página 321 y concluye en la 322; precisamente en esta última página encontramos las funciones trigonométricas equivalentes en el marco del ángulo (180° -a); en el caso del coseno tenemos: cos (180° -a)= -cos a. El asunto se encuentra extremadamente claro. Por tanto:

Mi respuesta, -cos 45°, coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor, -cos 45°. Pero tuvimos un inconveniente, puesto que el ángulo obtenido mide exactamente 45 grados, cuando debía ser menor.

TAN 170°

Respuesta del libro: -tan 10°.

Mi respuesta:

En este problema ya no funciona lo de reducción al primer cuadrante del sistema de coordenadas, porque 170°- 90°= 80°, lo que viola la condición establecida por la parte 2) del ejercicio que estamos afrontando (página 325), que reza del modo siguiente: "Reducir las funciones trigonométricas siguientes, a otras equivalentes, de ángulos menores que 45°"; en consecuencia, tendremos que acudir a los ángulos suplementarios. El libro que estamos estudiando, en la página 320 dice: *"Dos ángulos son suplementarios por defecto cuando su suma es 180° y suplementarios por exceso cuando su diferencia es 180°".* (Comillas y cursiva son nuestras). Obviamente estamos ante el primer caso, donde 180° -170°= 10°. Veamos ahora:

Tan 170°= tan (180° -10°)

= -tan 10°

El signo negativo de esa función trigonométrica, tiene su base en el precepto siguiente que aparece en el libro Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 322: *"Las funciones trigonométricas de un ángulo son iguales en valor absoluto a las funciones trigonométricas del ángulo suplementario por defecto, pero de signo contrario, con excepción del seno y de la cosecante que son del mismo signo".* (Comillas y cursiva son nuestras). Hay que añadir, además, que estamos en el terreno de las funciones trigonométricas del ángulo (180° -a), cuyo desarrollo parte de la página 321 y concluye en la 322; precisamente en esta última página encontramos las funciones trigonométricas equivalentes en el marco del ángulo (180° -a); en el caso de la tangente tenemos: tan (180° -a)= -tan a. El asunto se encuentra extremadamente claro. Por tanto:

Tan 170°= -tan 10°

-0.1763= -0.1763

Mi respuesta, -tan 10°, coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor, -tan 10°. Igualmente el ángulo obtenido apenas alcanzó los 10°, obviamente menor a los 45°.

<u>COT 225°</u>

Respuesta del libro: cot 45°.

Mi respuesta:

Ahora, en este caso tenemos dos ángulos suplementarios por exceso ya que su diferencia es igual a 180°. En efecto, 225° -45°= 180°; es así como entramos en las funciones trigonométricas del ángulo (180° +a), donde rige el precepto que se encuentra en la página 323 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor: *"Las funciones trigonométricas de un ángulo son iguales en valor absoluto a las funciones del ángulo suplementario por exceso, pero de signo contrario excepto la tangente y la cotangente que son del mismo signo".* (Comillas y cursiva son nuestras).

La equivalencia trigonométrica sería la siguiente:

cot (180° +a)= cot a

cot (180° +45°)= cot 45°

cot 225°= cot 45°

1=1

Mi respuesta, cot 45°, coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor, cot 45°.

<u>COS 210</u>

Respuesta del libro: -cos 30°.

Mi respuesta:

Ahora, en este caso tenemos dos ángulos suplementarios por exceso ya que su diferencia es igual a 180°. En efecto, 210° -30°= 180°; es así como entramos en las funciones trigonométricas del ángulo (180° +a), donde rige el precepto que se encuentra en la página 323 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor: *"Las funciones trigonométricas de un ángulo son iguales en valor absoluto a las funciones del ángulo suplementario por exceso, pero de signo contrario excepto la tangente y la cotangente que son del mismo signo".* (Comillas y cursiva son nuestras).

La equivalencia trigonométrica sería la siguiente:

cos (180° +a)= -cos a

cos (180° +30°)= -cos 30°

cos 210°= -cos 30°

-0.866= -0.866

Mi respuesta, -cos 30°, coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor, -cos 30°; y el ángulo obtenido es menor que 45°.

<u>SEN 200</u>°

Respuesta del libro: -sen 20°.

Mi respuesta:

Ahora, en este caso tenemos dos ángulos suplementarios por exceso ya que su diferencia es igual a 180°. En efecto, 200° -20°= 180°; es así como entramos en las funciones trigonométricas del ángulo (180° +a), donde rige el precepto que se encuentra en la página 323 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor: *"Las funciones trigonométricas de un ángulo son iguales en valor absoluto a las funciones del ángulo suplementario por exceso, pero de signo* *contrario excepto la tangente y la cotangente que son del mismo signo".* (Comillas y cursiva son nuestras).

La equivalencia trigonométrica seria la siguiente:

Sen (180° +a)= -sen a

Sen (180° +20°)= -sen 20°

Sen 200°= -sen 20°

-0.342= -0.342

Mi respuesta, -sen 20°, coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor, -sen 20°. Igualmente cumplimos con un ángulo que mide menos de 45°.

<u>SEC 330°</u>

Respuesta del libro: sec 30°.

Mi respuesta:

Ahora entramos a las funciones trigonométricas del ángulo (360° –a). Dice el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 324: *"Las funciones trigonométricas de un ángulo son iguales en valor absoluto a las funciones del ángulo explementario, pero de signo contrario, excepto el coseno y la secante, que son del mismo signo"*. (Comillas y cursiva son nuestras). Y antes de esta regla, nos coloca las seis funciones trigonométricas equivalentes del ángulo (360° -a). Seleccionemos la de la secante:

Sec (360° -a)= sec a

Sec (360° -30°)= sec 30°

Sec 330°= sec 30°

1.155= 1.155

Mi respuesta, sec 30°, coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor, sec 30°. También cumplimos con un ángulo cuya medida es inferior a 45 grados.
<u>-CSC 50° 20'</u>

Respuesta del libro: -sec 39° 40'.

Mi respuesta:

Supongamos que el signo menos (-) que tiene la función trigonométrica no implica que hay un ángulo negativo, entonces el problema quedaría en el marco de la reducción al primer cuadrante de ángulos complementarios por defecto, entonces tendríamos el siguiente desarrollo del problema:

El problema que nos han planteado se enmarca en la "reducción al primer cuadrante", tratado en la página 320 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. Dice: *"La conversión de una función trigonométrica de un ángulo cualquiera en otra función equivalente de un ángulo del primer cuadrante se llama reducción al primer cuadrante"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

La respuesta que otorga el libro es correcta, porque es una "reducción al primer cuadrante" del sistema de coordenadas, donde la medición máxima a que puede aspirar un ángulo es 90°; pero también ahora vemos que el ángulo que nos han dado, su medición se expresa en grados y minutos, por tanto, cabe preguntarse, ¿con un ángulo de este tipo qué queda de 90°? Ahora debemos tomar un grado de los 90 para convertirlo en minutos. Tendremos (89° 60') – (50° 20')= 39° 40'. Este resultado es asignado a la función trigonométrica secante que en este problema actúa como la cofunción de cosecante, atendiendo al precepto dictado por el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 321: "*Las funciones trigonométricas de un ángulo son iguales, en valor absoluto y en signo, a las cofunciones del ángulo complementario por defecto".* (Comillas y cursiva son nuestras). La parte última del precepto citado quiere decir que cuando sumamos las dos medidas de los ángulos envueltos en el problema de la reducción al primer cuadrante, tiene que ser igual a 90°. Así, pues, (50° 20') + (39° 40')= 89 grados y 60 minutos, que es igual, finalmente, a 90°.

Siempre y cuando el problema que tengamos que resolver sea del tipo reducción al primer cuadrante, debemos utilizar una de seis fórmulas que se encuentran al inicio de la página 321. En el caso que nos ocupa sería:

-csc (90° –a)= -sec a

-csc (90 -39° 40')= -sec 39° 40'

Mi respuesta, -sec 39° 40', coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor, -sec 39° 40'.

<u>-TAN 75° 15' 20''</u>

Respuesta del libro: -cot 14° 44' 40''.

Mi respuesta;

Supongamos que el signo menos (-) que tiene la función trigonométrica no implica que hay un ángulo negativo, entonces el problema quedaría en el marco de la reducción al primer cuadrante de ángulos complementarios por defecto, entonces tendríamos el siguiente desarrollo del problema:

Acudimos a la página 320 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. Aquí leemos: *"La conversión de una función trigonométrica de un ángulo cualquiera en otra función equivalente de un ángulo del primer cuadrante se llama reducción al primer cuadrante"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

La respuesta que otorga el libro es correcta, porque es una "reducción al primer cuadrante" del sistema de coordenada, donde la medición máxima a que puede aspirar un ángulo es 90°; pero también ahora vemos que el ángulo que nos han dado, su medición se expresa en grados, minutos y segundos, por tanto, cabe preguntarse, ¿con un ángulo de este tipo qué queda de 90°? Ahora debemos tomar un grado de los 90 para convertirlo en minutos y un minuto para convertirlo en segundos. Tendremos (89° 59' 60'') – (75° 15' 20'')= 14° 44' 40''. Este resultado es asignado a la función trigonométrica cotangente que en este problema actúa como la cofunción de la tangente, atendiendo al precepto dictado por el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 321: "*Las funciones trigonométricas de un ángulo son iguales, en valor absoluto y en signo, a las cofunciones del ángulo complementario por defecto".* (Comillas y cursiva son nuestras). La parte última del precepto citado quiere decir que cuando sumamos las dos medidas de los ángulos envueltos en el problema de la reducción al primer cuadrante, tiene que ser igual a 90°. Así, pues, (75° 15' 20'') + (14° 44' 40'')= 90°.

Siempre y cuando el problema que tengamos que resolver sea del tipo reducción al primer cuadrante, debemos utilizar una de seis fórmulas que se encuentran al inicio de la página 321. En el caso que nos ocupa sería:

-tan (90° –a)= cot a

-tan (90 -14° 44' 40'')= -cot 14° 44' 40''

Mi respuesta, -cot 14° 44' 40'', coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor, -cot 14° 44' 40''.

<u>-SEN 50°</u>

Respuesta del libro: -cos 40°.

Mi respuesta:

Supongamos que el signo menos (-) que tiene la función trigonométrica no implica que hay un ángulo negativo, entonces el problema quedaría en el marco de la reducción al primer cuadrante de ángulos complementarios por defecto, entonces tendríamos el siguiente desarrollo del problema:

Acudamos a la página 320 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. Aquí leemos: *"La conversión de una función trigonométrica de un ángulo cualquiera en otra función equivalente de un ángulo del primer cuadrante se llama reducción al primer cuadrante"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

La respuesta que otorga el libro es correcta, porque es una "reducción al primer cuadrante" del sistema de coordenadas, donde la medición máxima a que puede aspirar un ángulo es 90°; por tanto, 90 grados menos 50 grados es igual a 40 grados. Este resultado es asignado a la función trigonométrica coseno que en este problema actúa como la cofunción del seno, atendiendo al precepto dictado por el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 321: "*Las funciones trigonométricas de un ángulo son iguales, en valor absoluto y en signo, a las cofunciones del ángulo complementario por defecto".* (Comillas y cursiva son nuestras). La parte última del precepto citado quiere decir que cuando sumamos las dos medidas de los ángulos envueltos en el problema de la reducción al primer cuadrante, tiene que ser igual a 90°. Así, pues, 50° + 40°= 90°.

Finalmente, siempre y cuando el problema que tengamos que resolver sea del tipo reducción al primer cuadrante, debemos utilizar una de seis fórmulas que se encuentran al inicio de la página 321. En el caso que nos ocupa sería:

sen (90° –a)= cos a

sen (90 -40°)= cos 40°

sen 50°= cos 40°

0.766= 0.766

Mi respuesta, cos 40°, coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor. Y también cumplimos con la restricción angular de encontrar una medición inferior a 45 grados.

-SEC 170°

Respuesta del libro: sec 10°.

Mi respuesta:

Supongamos que el signo menos (-) que tiene la función trigonométrica no implica que hay un ángulo negativo, entonces el problema quedaría en el marco de las funciones trigonométricas del ángulo (180° -a). Acudamos a la página 322 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. Aquí leemos: *"Las funciones trigonométricas de un ángulo son iguales en valor absoluto a las funciones trigonométricas del ángulo suplementario por defecto, pero de signo contrario, con excepción del seno y de la cosecante que son del mismo signo".* (Comillas y cursiva son nuestras).

Hagamos este cálculo: 180 grados menos 170 grados, es igual a 10°. Estamos ante una función trigonométrica de un ángulo suplementario por defecto, por tanto, tenemos que acudir a una de las equivalencias trigonométricas que está en la página 322. Hela aquí:

Sec (180° -a)= -sec a

Sec (180° -10°)= -sec 10°

Sec 170°= -sec 10°

Mi respuesta, -sec 10°, difiere de la respuesta del libro Geometría y trigonometría de Baldor, sec 10°.

<u>-SEC 135°</u>

Respuesta del libro: sec 45°.

Mi respuesta:

Digamos que estamos ante un problema de dos ángulos suplementarios por defecto ya que su suma es 180°, o sea, tenemos 135° +45°= 180°. En consecuencia se trata de un problema enmarcado en el tema funciones trigonométricas del ángulo (180° -a), que es analizado en el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, pagina 321. Por tanto, debemos acudir a las equivalencias trigonométricas de la página 322. Hela aquí:

-Sec (180° -a)= -sec a

-Sec (180° -45°)= -sec 45°

-Sec 135°= -sec 45°

Como se ve, mi respuesta difiere, en el signo, de la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor.

<u>-COT 155°</u>

Respuesta del libro: cot 25.

Mi respuesta:

Digamos que estamos ante un problema de dos ángulos suplementarios por defecto ya que su suma es 180°, o sea, tenemos 155° +25°= 180°. En consecuencia se trata de un problema enmarcado en el tema funciones trigonométricas del ángulo (180° -a), que es analizado en el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, pagina 321. Por tanto, debemos acudir a las equivalencias trigonométricas de la página 322. Hela aquí:

-Cot (180° -a)= -cot a

-Cot (180° -25°)= -cot 25°

-Cot 155°= -cot 25°

<u>-SEN 320°</u>

Respuesta del libro: sen 40°

Mi respuesta:

De hecho estamos ante un problema de funciones trigonométricas del ángulo (360° -a), de dos ángulos explementarios por defecto, en virtud de que su suma es 360°, es decir, 320° +40°= 360°.

El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 320 dice: *"Dos ángulos son explementarios por defecto cuando su suma es 360°".* (Comillas y cursiva son nuestras). También en la página 324 dice: *"Las funciones trigonométricas de un ángulo son iguales en valor absoluto a las funciones del ángulo explementario, pero de signo contrario, excepto el coseno y la secante, que son del mismo signo".* (Comillas y cursiva son nuestras).

Acudamos a las equivalencias trigonométricas que se encuentran en la página 324 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. Hela aquí:

Sen (360° -a)= -sen a

Sen (360° -40°)= -sen 40°

Mi respuesta, -sen 40°, difiere en el signo de la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor, sen 40°.

<u>COS 350° 30'</u>

Respuesta del libro: cos 9° 30'.

Mi respuesta:

Estamos ante ángulos explementarios. Recordemos lo que nos dice el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la pagina 320: *"Dos ángulos son explementarios por defecto cuando su suma es 360°".* (Comillas y cursiva son nuestras). Es lo que ha ocurrido en el caso que nos ocupa.

Sin duda, este problema se ubica en las funciones trigonométricas del ángulo (360° -a). El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 324 postula la regla: *"Las funciones trigonométricas de un ángulo son iguales en valor absoluto a las funciones del ángulo explementario, pero de signo contrario, excepto el coseno y la secante, que son del mismo signo".* (Comillas y cursiva son nuestras).

Hagamos un cálculo necesario:

359°   60’

-350°   -30’

9°   30’

Ahora acudamos a las funciones trigonométricas equivalentes en el campo del ángulo (360° -a), página 324:

Cos (360° -a)= cos a

Cos (360° -(9° 30’)= cos 9° 30’.

Mi respuesta, cos 9° 30’, coincide con la respuesta del libro, cos 9° 30’.

<u>SEN 110°</u>

Mi respuesta:

El problema que nos han planteado se enmarca en la “reducción al primer cuadrante”, tratado en la página 320 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. Dice: *“La conversión de una función trigonométrica de un ángulo cualquiera en otra función equivalente de un ángulo del primer cuadrante se llama reducción al primer cuadrante”*. (Comillas y cursiva son nuestras).

La respuesta que otorga el libro Geometría y Trigonometría de Baldor es correcta, porque es una “reducción al primer cuadrante” del sistema de coordenada, donde la medición máxima a que puede aspirar un ángulo es 90°, por tanto, decimos 110° -90°= 20°. Estamos ante un problema de ángulos complementarios por exceso, puesto que la diferencia entre ambos ángulos es igual a 90°, es decir, 110° -20°= 90°.

Naturalmente, los 20 grados son asignados a la función trigonométrica coseno que en este problema actúa como la cofunción del seno, atendiendo al precepto dictado por el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 321: “*Las funciones trigonométricas de un ángulo son iguales, en valor absoluto y en signo, a las cofunciones del ángulo complementario por defecto”.* (Comillas y cursiva son nuestras).

Siempre y cuando el problema que tengamos que resolver sea del tipo reducción al primer cuadrante, debemos utilizar una de seis equivalencias trigonométricas que se encuentran al inicio de la página 321. En el caso que nos ocupa sería:

Sen (90° +a)= cos a

Sen (90° +20°)= cos 20°

Sen 110°= cos 20°

0.94= 0.94

Mi respuesta, cos 20°, coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor, cos 20°. Igualmente pudimos cumplir con la restricción consistente en que el ángulo obtenido su medición tiene que ser menor a 45 grados.

3. REDUCIR LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS SIGUIENTES A LAS DE UN ÁNGULO POSITIVO MENOR QUE 45°

a) SEN (-350° 45')

Respuesta del libro: sen 9° 15'.

Mi respuesta:

Claramente estamos ante un ángulo negativo. De hecho entonces estamos en el campo de las funciones trigonométricas del ángulo –a, tema que es desarrollado por el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en las páginas 324 y 325; en esta última página leemos: *"Las funciones trigonométricas de un ángulo negativo son iguales en valor absoluto a las funciones del mismo ángulo positivo, pero de signo contrario, excepto el coseno y la secante, que son del mismo signo".* (Comillas y cursiva son nuestras). Y como en el problema que nos han planteado se trata de la función trigonométrica seno, en la página 325 del libro que estamos estudiando, tenemos la siguiente equivalencia trigonométrica: Sen (-a)= -sen a.

Con esa caracterización del problema ya podemos proceder:

359° 60'

-350° -45'

9° 15'

Desde la perspectiva del ángulo negativo tendríamos:

Sen (-a)= -sen a

Sen (-350° 45')= -sen 9° 15'

Y como "las funciones trigonométricas de un ángulo son iguales en valor absoluto a las funciones del mismo ángulo positivo", podríamos expresar el resultado con signo positivo, es decir, sen 9° 15'.

Mi respuesta coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor.

b) COS (-315°)

Respuesta del libro: cos 45°.

Mi respuesta:

Con esas caracterizaciones del problema ya podemos proceder:

Claramente estamos ante un ángulo negativo. De hecho entonces estamos en el campo de las funciones trigonométricas del ángulo –a, tema que es desarrollado por el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en las páginas 324 y 325; en esta última página leemos: *"Las funciones trigonométricas de un ángulo negativo son iguales en valor absoluto a las funciones del mismo ángulo positivo, pero de signo contrario, excepto el coseno y la secante, que son del mismo signo".* (Comillas y cursiva son nuestras). Y como en el problema que nos han planteado se trata de la función trigonométrica coseno, en la página 325 del libro que estamos estudiando, tenemos la siguiente equivalencia trigonométrica:

cos (-a)= cos a.

360° -315°= 45°

Cos (-a)= cos a

Sustitución:

Cos (360° -45°)= cos 45°

Cos (315°)= cos 45°

0.7071= 0.7071

Mi respuesta, cos 45°, coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor, cos 45°.

<u>c) TAN (-220°)</u>

Respuesta del libro: -tan 40°.

Mi respuesta:

Claramente estamos ante un ángulo negativo. De hecho entonces estamos en el campo de las funciones trigonométricas del ángulo –a, tema que es desarrollado por el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en las páginas 324 y 325; en esta última página leemos: *"Las funciones trigonométricas de un ángulo negativo son iguales en valor absoluto a las funciones del mismo ángulo positivo, pero de signo contrario, excepto el coseno y la secante, que son del mismo signo".* (Comillas y cursiva son nuestras). Y como en el problema que nos han planteado se trata de la función trigonométrica tangente, en la página 325 del libro que estamos estudiando, tenemos la siguiente equivalencia trigonométrica:

Tan (-a)= -tan a

Con esas caracterizaciones del problema ya podemos proceder:

220° -180°= 40°

Tan (-a)= -tan a

Sustitución:

Tan (-220°)= -tan 40°

-0.839= -0.839

Mi respuesta, -tan 40°, coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor, -tan 40°.

d) SEN (-190°)

Respuesta del libro: sen 10°.

Mi respuesta:

Claramente estamos ante un ángulo negativo. De hecho entonces estamos en el campo de las funciones trigonométricas del ángulo –a, tema que es desarrollado por el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en las páginas 324 y 325; en esta última página leemos: *"Las funciones trigonométricas de un ángulo negativo son iguales en valor absoluto a las funciones del mismo ángulo positivo, pero de signo contrario, excepto el coseno y la secante, que son del mismo signo".* (Comillas y cursiva son nuestras). Y como en el problema que nos han planteado se trata de la función trigonométrica seno, en la página 325 del libro que estamos estudiando, tenemos la siguiente equivalencia trigonométrica de lugar.

Con esa caracterización del problema ya podemos proceder:

190° -180°= 10°

Sen (+a)= -sen a

Sustitución:

Sen (-190°)= -sen 10°

-0.1736= -0.1736

e) SEC (-85° 15')

Respuesta del libro: csc 4° 45'.

Mi respuesta:

Claramente estamos ante un ángulo negativo. De hecho entonces estamos en el campo de las funciones trigonométricas del ángulo –a, tema que es desarrollado por el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en las páginas 324 y 325; en esta última página leemos: *"Las funciones trigonométricas de un ángulo negativo son iguales en valor absoluto a las funciones del mismo ángulo positivo, pero de signo contrario, excepto el coseno y la secante, que son del mismo signo".* (Comillas y cursiva son nuestras). Y como en el problema que nos han planteado se trata de la función trigonométrica secante, en la página 325 del libro que estamos estudiando, tenemos la equivalencia trigonométrica de lugar.

Con esa caracterización del problema ya podemos proceder:

89° 60'

-85° -15'

4° 45'

sec (-a)= sec a

Sustitución:

Sec (-85° 15')= sec 4° 45'

3

SOLUCIÓN DE LOS EJERCICIOS CORRESPONDIENTES AL CAPÍTULO XXIV (RELACIONES ENTRE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS, IDENTIDADES Y ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS) DEL LIBRO GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA DE BALDOR

Introducción

El capítulo XXIV del libro Geometría y Trigonometría de Baldor, lleva por título RELACIONES ENTRE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS, IDENTIDADES Y ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS, comienza en la página 327 y concluye en la 344; en particular, el ejercicio que le atañe va desde la página 340 hasta la 344. Comencemos a resolver los problemas del ejercicio en cuestión:

NOS PIDE EL LIBRO QUE CALCULEMOS LAS OTRAS FUNCIONES, SABIENDO:

1. sen x= 1/2.

Respuesta del libro: cos x= √3/2; tan x= √3/3; cot x= √3; sec x= 2√3/3; csc x= 2.

Mi respuesta:

El primer problema del ejercicio correspondiente al capítulo XXIV, deberá ser resuelto con las orientaciones que traza el libro en el tema que toca en la página 330, a saber: “Dada una función trigonométrica de un ángulo calcular las restantes”. En efecto, nos han dado la función sen x= 1/2, ahora calcularemos las funciones cos, tan, cot, sec y csc, pero tomando como base la función que nos han dado.

a) Coseno

Vamos a la página 330 y encontramos que la fórmula que debemos usar para calcular el coseno en función del seno es la siguiente:

$\cos x = \sqrt{(1 - \text{sen}^2 x)}$

Sustitución y solución:

$\cos x = \sqrt{[1-(1/2)^2]}$

$\cos x = \sqrt{[1-(1/4)]}$

cos x= $\sqrt{(3/4)}$

cos x= $\sqrt{3}/2$.

Mi respuesta, cos x= $\sqrt{3}/2$, coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría, cos x= $\sqrt{3}/2$.

b) Tangente

Vamos a la página 330 y encontramos que la fórmula que debemos usar para calcular la tangente en función del seno es la siguiente:

tan x= sen x/$\sqrt{(1 - sen^2 x)}$

Sustitución y solución:

tan x= 1/2/$\sqrt{[1 - (1/2)^2]}$

tan x= 1/2/$\sqrt{(1 - (1/4)}$

tan x= 1/2/$\sqrt{(3/4)}$

tan x= 1/2/($\sqrt{3}$)/2

tan x= (1/2)(2)/$\sqrt{3}$

tan x= 1/$\sqrt{3}$

Mi respuesta coincide con la respuesta del libro, puesto que 1/$\sqrt{3}$= 0.58, que es mi respuesta, mientras que la respuesta del libro es $\sqrt{3}/3$= 0.58, son iguales.

c) Cotangente

Vamos a la página 330 y encontramos que la fórmula que debemos usar para calcular la cotangente en función del seno es la siguiente:

cot x= ($\sqrt{1} - sen^2$ x)/sen x

Sustitución y solución:

cot x= [$\sqrt{1} - (1/2)^2$]/1/2

cot x= ($\sqrt{1}$ –(1/4)/1/2

cot x= ($\sqrt{3/4}$)/1/2

cot x= ($\sqrt{3}/2$)/1/2

cot x= $(2\sqrt{3}/2)/2$

cot x= $\sqrt{3}$

Mi respuesta, $\sqrt{3}$, coincide totalmente con la respuesta del libro Geometría y trigonometría de Baldor.

d) Secante.

Vamos a la página 331 y encontramos que la fórmula que debemos usar para calcular la secante en función del seno es la siguiente:

sec x= $1/\sqrt{(1 - sen^2 x)}$

Sustitución y solución:

sec x= $1/\sqrt{(1 - (1/2)^2}$

sec x= $1/\sqrt{(1 - (1/4)}$

sec x= $1/\sqrt{(3/4)}$

sec x= $1/\sqrt{3}/2$

sec x= $2/\sqrt{3}$.

Mi respuesta es exactamente igual a la respuesta del libro Geometría y trigonometría de Baldor, tanto $2/\sqrt{3}$ como $2\sqrt{3}/3$ equivalen a 1.15.

e) Cosecante

Vamos a la página 331 y encontramos que la fórmula que debemos usar para calcular la cosecante en función del seno es la siguiente:

csc x= 1/sen x

Sustitución y solución:

csc x= 1/1/2= 2

Calcular las otras funciones, sabiendo:

2. cos x= 1/5

Respuesta del libro: sen x= 2(√6)/5; tan x= 2√6; cot x= √6/12; sec x= 5; csc x= 5√6/12.

Mi respuesta:

a) Seno

Vamos a la página 331 y encontramos que la fórmula que debemos usar para calcular la función trigonométrica seno, en función del coseno es la siguiente:

$\text{sen } x = \sqrt{(1 - \cos^2 x)}$

Sustitución y solución:

$\text{sen } x = \sqrt{[1 - (1/5)^2]}$

$\text{sen } x = \sqrt{(1 - (1/25)} =$

$\text{sen } x = \sqrt{(24/25)}$

$\text{sen } x = (\sqrt{4})(\sqrt{6})/5$

$\text{sen } x = 2\sqrt{6}/5$

Mi respuesta coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor.

b) tangente

Vamos a la página 331 y encontramos que la fórmula que debemos usar para calcular la función trigonométrica tangente, en función del coseno es la siguiente:

$\tan x = (\sqrt{1 - \cos^2 x})/\cos x$

Sustitución y solución:

$\tan x = [\sqrt{1 - (1/5)^2}]/1/5$

$\tan x = (\sqrt{1 - (1/25)})/1/5$

$\tan x = (\sqrt{24/25})/1/5$

$\tan x = \sqrt{4}\sqrt{6}/5/1/5$

$\tan x = 2\sqrt{6}/5)(5/1)$

tan x= 2√6

Mi respuesta coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor.

c) Cotangente

Vamos a la página 331 y encontramos que la fórmula que debemos usar para calcular la función trigonométrica cotangente, en función del coseno es la siguiente:

cot x= cos x/(√1 –cos^2 x)

Sustitución y solución:

cot x= (1/5)/(√1 –(1/5)^2

cot x= (1/5)/(√1 –1/25)

cot x= (1/5)/(√24/25)

cot x= (1/5)/(√4)(√6)/5

cot x= (1/5)/2√6/5

cot x= (1/5)(5)/2√6

cot x= 1/2√6

Mi respuesta, 1/2(√6), coincide con la respuesta del libro Geometria y Trigonometria de Baldor, √6/12, ambas son iguales a 0.2.

d) Secante

Vamos a la página 331 y encontramos que la fórmula que debemos usar para calcular la función trigonométrica secante, en función del coseno es la siguiente:

sec x= 1/cos x

Sustitución y solución:

sec x= 1/1/5= 5

Mi respuesta coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor.

e) Cosecante

Vamos a la página 331 y encontramos que la fórmula que debemos usar para calcular la función trigonométrica cosecante, en función del coseno es la siguiente:

$\csc x = 1/\mathrm{sen}\ x$

Sustitución y solución:

$\csc x = 1/(2\sqrt{6}/5)$

$\csc x = 1/(2\sqrt{6}/5)$

Mi respuesta, $1/(2\sqrt{6}/5)$, coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor, $5\sqrt{6}/12$, ambas son iguales a 1.02.

Calcular las otras funciones, sabiendo:

3. $\tan x = 3/4$

Respuestas del libro: sex $x = 3/5$; $\cos x = 4/5$; $\cot x = 4/3$; $\sec x = 5/4$; $\csc x = 5/3$.

a) Seno

Vamos a la página 332 y encontramos que la fórmula que debemos usar para calcular la función trigonométrica seno, en función de la tangente es la siguiente:

$\mathrm{sen}\ x = \tan x/\sqrt{1} + \tan^2 x$

Sustitución y solución:

$\mathrm{sen}\ x = (3/4)/[\sqrt{1} + (3/4)^2]$

$\mathrm{sen}\ x = (3/4)/[\sqrt{1} + (9/16)]$

$\mathrm{sen}\ x = (3/4)/(\sqrt{25/16})$

$\mathrm{sen}\ x = (3/4)/(5/4) = (3/4)(4/5) = 12/20 = 3/5$

Mi respuesta coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor.

b) Coseno

Vamos a la página 332 y encontramos que la fórmula que debemos usar para calcular la función trigonométrica coseno, en función de la tangente es la siguiente:

$\cos x = 1/\sqrt{(1 + \tan^2 x)}$

Sustitución y solución:

cos x= $1/[\sqrt{1} +(3/4)^2]$

cos x= $1/\sqrt{(1 +9/16)}$

cos x= $1/\sqrt{(25/16)}$

cos x= 1/(5/4)= 4/5

Mi respuesta coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor.

c) Cotangente

Vamos a la página 332 y encontramos que la fórmula que debemos usar para calcular la función trigonométrica cotangente, en función de la tangente es la siguiente:

cot x= 1/tan x

Sustitución y solución:

cot x= 1/(3/4)= 4/3.

Mi respuesta coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor.

d) Secante

Vamos a la página 333 y encontramos que la fórmula que debemos usar para calcular la función trigonométrica secante, en función de la tangente es la siguiente:

sec x= $\sqrt{1} +\tan^2 x$

Sustitución y solución:

sec x= $\sqrt{[1 +(3/4)^2]}$

sec x= $\sqrt{1} +(9/16)$

sec x= $\sqrt{25/16}$= 5/4.

Mi respuesta coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor.

e) Cosecante

Vamos a la página 333 y encontramos que la fórmula que debemos usar para calcular la función trigonométrica cosecante, en función de la tangente es la siguiente:

$\csc x = \sqrt{(1 + \tan^2 x)}/\tan x$

Sustitución y solución:

$\csc x = \sqrt{[1 + (3/4)^2]}/3/4$

$\csc x = \sqrt{(1 + 9/16)}/3/4$

$\csc x = \sqrt{(25/16)}/3/4$

$\csc x = (5/4)/(3/4) = 20/12 = 5/3.$

Mi respuesta coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor.

NOS PIDE EL LIBRO PROBAR LAS SIGUIENTES IDENTIDADES:

8. Cos x/cot x= sen x

Tomaremos el primer miembro de la identidad dada, para efectuar la demostración.

Despejamos cot x:

Cos x= (sen x)(cot x)

Cos x/sen x= cot x

Sustituimos a cot x en la identidad dada y Tendremos:

Cos x/(cos x/sen x)= sen x

Hacemos la división:

(Cos x)(sen x)/(cos x)= sen x

Tachamos términos semejantes y queda:

Sen x= sen x, lo cual quería demostrar.

10. tan x/sen x= sec x

Tomaremos el primer miembro de la identidad dada, para efectuar la demostración.

Despejemos a sen x del primer miembro:

Tan x= (sec x)(sen x)

Tan x/sec x= sen x

Sustituimos a sen x en la identidad dada:

Tan x/tan x/sec x= sec x

Hacemos la división:

(tan x)(sec x)/tan x= sec x

Tachamos terminos semejantes y queda:

Sec x= sec x, lo cual queríamos demostrar.

11. sec y/(tan y +cot y)= sen y

Trabajamos con el primer miembro de la identidad y hacemos sustituciones por sus iguales. En el caso de sec y acudiremos a la identidad recíproca sec y = 1/cos y; para las demás acudiremos a identidades del cociente y tendremos: tan y= sen y/cos y; cot y= cos y/sen y.

1/cos y/(sen y/cos y +cos y/sen y)= sen y

Ahora realizamos la suma del denominador:

(Sen y/cos y) +(cos y/sen y)= (sen^2y +cos^2y)/(sen y.cos y)

Hagamos la división ahora:

(1/cos y) (sen y.cos y)/ (sen^2y +cos^2y)= sen y

En el numerador suprimimos términos semejantes y queda sen y. En el denominador sustituimos sen^2 y +cos^2 y= 1, tomando como base la identidad pitagórica, y tendremos:

Sen y/ 1= sen y, es decir,

Sen y= sen y, lo cual queríamos demostrar.

12. csc x/cot x= sec x

Csc x= (cot x)(sec x)

Csc x/sec x= cot x

Csc x/csc x/sec x= sec x

Csc x(sec x)/csc x= sec x

Tachamos terminos semejantes y queda:

Sec x= sec x

21. csc x/(tan x +cot x)= cos x

Trabajamos con el primer miembro de la identidad y hacemos sustituciones por sus iguales. En el caso de csc x acudiremos a la identidad recíproca csc x= 1/sen x; para las demás acudiremos a identidades del cociente y tendremos: tan x= sen x/cos x; cot x= cos x/sen x.

1/cos x/(sen x/cos x +cos x/sen x)= sen x

Ahora realizamos la suma del denominador:

(Sen x/cos x) +(cos x/sen x)= (sen^2 x +cos^2 x)/(sen x.cos x)

Hagamos la división ahora:

(1/cos x) (sen x.cos x)/ (sen^2 x +cos^2 x)= sen x

En el numerador suprimimos términos semejantes y queda sen x. En el denominador sustituimos sen^2 x +cos^2 x= 1, tomando como base la identidad pitagórica, y tendremos:

Sen x/ 1= sen x, es decir, sen x= sen x, lo cual quería demostrar.

41. sen x. sec x. cot x= 1

Trabajaremos con el primer miembro de la identidad dada, tomando como base las identidades recíprocas.

Sen x= 1/csc x

Sec x= 1/cos x

Cot x= 1/tan x

Tendremos, entonces:

(1/csc x)(1/cos x)(1/tan x)= 1

Pero esas expresiones también las podemos presentar del modo siguiente:

[(sen x)(csc x)= 1][(sec x)(cos x)= 1][(cot x)(tan x)= 1]= 1

Sustituyendo, finalmente, tendremos:

(1)(1)(1)= 1

1= 1, lo cual queríamos demostrar.

4

SOLUCIÓN DE LOS EJERCICIOS CORRESPONDIENTES AL CAPÍTULO XXV (FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS DE LA SUMA Y DIFERENCIA DE DOS ÁNGULOS) DEL LIBRO GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA DE BALDOR

Introducción

El capítulo XXV examina las FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS DE LA SUMA Y DIFERENCIA DE DOS ÁNGULOS. Comienza en la página 345 y concluye en la 355.

El ejercicio correspondiente a dicho capítulo, comienza en la página 352 y concluye en la 355. Comencemos:

PRIMERA PARTE

Calcular los valores de las funciones trigonométricas de los ángulos notables (30, 45 y 60 grados), aplicando las fórmulas de las funciones trigonométricas de la suma y diferencia de ángulos, de los ángulos siguientes:

1. 105 grados.

a) Cálculo del seno

Respuesta del libro: sen 105°= 1/4(√2 +√6)

Mi respuesta:

El ángulo de 105°, traducido a la suma de ángulos notables, es 105°= 45° +60°, por tanto, tendremos:

sen 105°= sen (45° +60°)

Fórmula a utilizar:

sen (a+b)= sen a cos b+sen b cos a

Sustitución:

Ahora acudimos al cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30, 45 y 60°, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor:

sen 105°= sen (45° +60°)= sen 45° cos 60° + sen 60° cos 45°

= (√2/2)(1/2) + √3/2)(√2/2)

= √2/4 + √6/4

= (√2 +√6)/4

sen 105°= 1/4(√2 +√6)

Mi respuesta, sen 105°= 1/4(√2 +√6), coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor, sen 105°= 1/4(√2 +√6).

b) Cálculo del coseno

Respuesta del libro: cos 105°= 1/4(√2 -√6)

Mi respuesta:

El ángulo de 105°, traducido a la suma de ángulos notables, es 105°= 45° +60°, por tanto, tendremos:

cos 105°= cos (45° +60°)

Fórmula a utilizar

cos (a+b)= cos a cos b-sen a sen b

Sustitución:

Ahora acudimos al cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30, 45 y 60°, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor:

cos 105°= cos (45° +60°)= cos 45° cos 60° - sen 45° sen 60°

= (√2/2)(1/2) -√2/2)(√3/2)

= √2/4 -√6/4

= (√2 +√6)/4

cos 105°= 1/4(√2 -√6)

Mi respuesta, cos 105°= 1/4(√2 -√6), coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor, cos 105°= 1/4(√2 -√6).

c) Cálculo de la tangente

Respuesta del libro: tan 105°= -(2 +√3),

Mi respuesta:

El ángulo de 105°, traducido a la suma de ángulos notables, es 105°= 45° +60°, por tanto, tendremos:

tan 105°= tan (45° +60°)

Fórmula a utilizar:

tan (a+b):= tan 105°= (tan a +tan b)/1 –(tan a)(tan b)

Ahora acudimos al cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30, 45 y 60°, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor:

Sustitución:

(tan 45° +tan 60°)/1 –(tan 45°)(tan 60°)

(1 +√3)/1 –(1)(√3)= (1 +√3)/1–√3).

Mi respuesta, tan 105°= (1 +√3)/1–√3), coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor, tan 105°= -(2 +√3), pues ambas equivalen a -3.73.

d) Cálculo de la cotangente

Respuesta del libro: cot 105°= √3 -2.

Mi respuesta:

El ángulo de 105°, traducido a la suma de ángulos notables, es 105°= 45° +60°, por tanto, tendremos:

cot 105°= cot (45° +60°)

Fórmula a utilizar:

cot (a+b)= (cot a)(cot b) -1/(cot b +cot a)

Sustitución:

Ahora acudimos al cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30, 45 y 60°, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor:

cot 105°= (cot 45°)(cot 60°) -1/(cot 60° +cot 45°)

cot 105°= (1)(√3/3) -1/(√3/3 +1)= (√3/3) –(1)/(√3/3) +(1).

Mi respuesta, cot 105°= (1)(√3/3) -1/(√3/3 +1), coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría, cot 105°= √3 -2, pues ambas equivalen a -0.27; es muy probable que mi respuesta resista una mayor simplificación. Pero hasta ahí fue que pude llegar.

e) Cálculo de la secante

Respuesta del libro: sec 105°= -(√2 +√6).

Mi respuesta:

El ángulo de 105°, traducido a la suma de ángulos notables, es 105°= 45° +60°, por tanto, tendremos:

sec 105°= sec (45° +60°)

Fórmula a utilizar:

sec (a+b)= 1/cos (a +b)

Sustitución:

Ahora acudimos al cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30, 45 y 60°, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor:

sec 105°= 1/cos (45° +60°)

sec 105°= 1/(√2/2) +(1/2)

Mi respuesta, sec 105°= 1/(√2/2) +(1/2), no coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría, sec 105°= -(√2 +√6). Hay que revisar.

f) Cálculo cosecante

Respuesta del libro: csc= 105°= √6 - √2

Mi respuesta:

El ángulo de 105°, traducido a la suma de ángulos notables, es 105°= 45° +60°, por tanto, tendremos:

csc 105°= csc (45° +60°)

Fórmula a utilizar:

sec (a+b):= 1/sen (a +b)

Sustitución:

Ahora acudimos al cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30, 45 y 60°, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor:

csc 105°= 1/sen (45° +60°)

csc 105°= 1/(√2/2) +(√3/2)

Simplificación en el denominador:

(√2/2) +(√3/2)= (√2 +√3)/2

Luego, 1/(√2 +√3)/2= 2/(√2 +√3)

csc 105°= 2/(√2 +√3).

Mi respuesta, csc 105°= 2/(√2 +√3) difiere de la respuesta del libro. Hay que revisar.

SEGUNDA PARTE:

2. 75°

a) Cálculo del seno

Respuesta del libro: sen 75°= 1/4(√2 +√6)

Mi respuesta:

El ángulo de 75°, traducido a la suma de ángulos notables, es 75°= 30° +45°, por tanto, tendremos:

sen 75°= sen (30° +45°

Fórmula a utilizar:

sen (a+b): sen 75°= sen a cos b+sen b cos a

Sustitución:

Ahora acudimos al cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30, 45 y 60°, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor:

sen 105°= sen (30° +45°)= sen 30° cos 45° + sen 45° cos 30°

= (1/2)(√2/2) +(√2/2)(√3/2)

= √2/4 +√6/4

= (√2 +√6)/4

sen 75°= 1/4(√2 +√6)

Mi respuesta, sen 75°= 1/4(√2 +√6), coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría.

b) Cálculo del coseno

Respuesta del libro: cos 75°= 1/4(√6 -√2).

Mi respuesta:

El ángulo de 75°, traducido a la suma de ángulos notables, es 75°= 30° +45°, por tanto, tendremos:

cos 75°= cos (30° +45°)
Fórmula a utilizar:

cos (a+b): cos 75°= cos a cos b-sen a sen b

Sustitución:

Ahora acudimos al cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30, 45 y 60°, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor:

cos 75°= cos (30° +45°)= cos 30° cos 45° - sen 30° sen 45°

$= (\sqrt{3}/2)(\sqrt{2}/2) - (1/2)(\sqrt{2}/2)$

$= \sqrt{6}/4 - \sqrt{2}/4$

$= (\sqrt{6} - \sqrt{2})/4$

cos 75°= $1/4(\sqrt{6} - \sqrt{2})$

Mi respuesta coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor.

c) Cálculo de la tangente

Respuesta del libro: tan 105°= $-(2 + \sqrt{3})$,

Mi respuesta:

El ángulo de 75°, traducido a la suma de ángulos notables, es 75°= 30° +45°, por tanto, tendremos:

tan 75°= tan (30° +45°)

Fórmula a utilizar:

tan (a+b): tan 75°= (tan a +tan b)/1 –(tan a)(tan b)

Sustitución:

Ahora acudimos al cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30, 45 y 60°, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor:

tan 75°= (tan 30° +tan 45°)/1 –(tan 30°)(tan 45°)

tan 75°= (√3/3 +1)/1 –(√3/3)(1)= (√3/3 +1)/(1–√3/3).
Mi respuesta, tan 75°= (√3/3 +1)/(1–√3/3), coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría, tan 75°= (2 +√3), pues ambas equivalen a 3.73.

d) Cálculo de la cotangente

Respuesta del libro: cot 75°= 2 -√3

Mi respuesta:

El ángulo de 75°, traducido a la suma de ángulos notables, es 75°= 30° +45°, por tanto, tendremos:

cot 75°= cot (30° +45°)

Fórmula a utilizar:

cot (a+b): cot 75°= (cot a)(cot b) -1/(cot b +cot a)

Sustitución:

Ahora acudimos al cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30, 45 y 60°, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor:

cot 75°= (cot 30°)(cot 45°) -1/(cot 45° +cot 30°)

cot 75°= (√3)(1) -1/(1) +√3)= (√3 –1)/(1 +√3).

Mi respuesta, cot 75°= (√3 –1)/(1 +√3), coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría, cot 75°= 2 -√3, pues ambas equivalen a 0.27.

e) Cálculo de la secante

Respuesta del libro: sec 75°= √6 +√2

Mi respuesta:

El ángulo de 75°, traducido a la suma de ángulos notables, es 75°= 30° +45°, por tanto, tendremos:

sec 75°= sec (30° +45°)

Fórmula a utilizar:

sec (a+b): sec 75°= 1/cos (a +b)

Sustitución:

Ahora acudimos al cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30, 45 y 60°, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor:

sec 75°= 1/cos (30° +45°)

sec 75°= 1/(√3/2) +(√2/2)

Mi respuesta, sec 75°= 1/(√3/2) +(√2/2), no coincide con la respuesta del libro, sec 75°= (√6 +√2). Hay que revisar.

f) Cálculo de la cosecante

Respuesta del libro: csc 75= √6 -√2

Mi respuesta:

El ángulo de 75°, traducido a la suma de ángulos notables, es 75°= 30° +45°, por tanto, tendremos:

csc 75°= csc (30° +45°)

Fórmula a utilizar:

sec (a+b)= csc 75°= 1/sen (a +b)

Sustitución:

Ahora acudimos al cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30, 45 y 60°, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor:

csc 75°= 1/sen (30° +45°)

csc 75°= 1/(1/2) +(√2/2)

Simplificación en el denominador:

(√2/2) +(√3/2)= (√2 +√3)/2

Luego, 1/(1 +√2)/2= 2/(1 +√2)

csc 75°= 2/(1 +√2)

Mi respuesta, $\csc 75° = 2/(1 + \sqrt{2})$, difiere de la respuesta del libro. Hay que revisar.

TERCERA PARTE

3. 15°

a) Cálculo del seno

Respuesta del libro: sen 15°= $1/4(\sqrt{6} - \sqrt{2})$.

Mi respuesta:

El ángulo de 15°, traducido a la diferencia de ángulos notables, es 15°= 45° -30°, por tanto, tendremos:

sen 15°= sen (45° -30°)

Fórmula a utilizar:

sen (a-b):

sen 15°= sen (45° -30°)= (sen 45°)(cos 30°)-(sen 30°)(cos 45°)

Sustitución:

Ahora acudimos al cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30, 45 y 60°, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor:

sen 15°= sen (45° -30°)= (sen 45°)(cos 30°) – (sen 30°)(cos 45°)

$$= (\sqrt{2}/2)(\sqrt{3}/2) - (1/2)(\sqrt{2}/2)$$

$$= \sqrt{6}/4 - \sqrt{2}/4$$

$$= (\sqrt{6} - \sqrt{2})/4 = 1/4(\sqrt{6} - \sqrt{2})$$

$$\text{sen } 15° = 1/4(\sqrt{6} - \sqrt{2})$$

Mi respuesta, sen 15°= $1/4(\sqrt{6} - \sqrt{2})$, coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría.

b) Cálculo del coseno

Respuesta del libro: cos 15°= $1/4(\sqrt{6} + \sqrt{2})$.

Mi respuesta:

El ángulo de 15°, traducido a la diferencia de ángulos notables, es 15°= 45° -30°, por tanto, tendremos:

cos 15°= cos (45° -30°)

Fórmula a utilizar

cos (a-b): cos 15°= cos a cos b+sen a sen b

Sustitución:

Ahora acudimos al cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30, 45 y 60°, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor:

cos 15°= cos (45° -30°)= cos 45° cos 30° + sen 45° sen 30°

= (√2/2)(√3/2) +(√2/2)(1/2)

= √6/4 +√2/4

= (√6 +√2)/4= 1/4(√6 +√2)

cos 15°= 1/4(√6 +√2).

Mi respuesta coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor.

c) Cálculo de la tangente

Respuesta del libro: tan 15°= 2 -√3

Mi respuesta:

El ángulo de 15°, traducido a la diferencia de ángulos notables, es 15°= 45° -30°, por tanto, tendremos:

tan 15°= tan (45° -30°)

Fórmula a utilizar:

tan (a-b): tan 15°= (tan a -tan b)/1 +(tan a)(tan b)

Sustitución:

Ahora acudimos al cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30, 45 y 60°, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor:

tan 15°= (tan 45° -tan 30°)/1 +(tan 45°)(tan 30°)

tan 15°= (1) -√3/3/1 +(1)(√3/3)= (1 -√3/3)/(1 +√3/3)

Mi respuesta, tan 15°= (1 -√3/3)/(1 +√3/3), coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor, tan 15°= (2 -√3), pues ambas equivalen a 0.27.

d) Cálculo de la cotangente

Respuesta del libro: cot 15= 2 +√3

Mi respuesta:

El ángulo de 15°, traducido a la diferencia de ángulos notables, es 15°= 45° -30°, por tanto, tendremos:

cot 15°= cot (45° -30°)

Fórmula a utilizar:

cot (a-b)= cot 15°= (cot a)(cot b) +1/(cot b -cot a)

Sustitución:

Ahora acudimos al cuadro resumen de los valores de las funciones trigonométricas de 30, 45 y 60°, que se encuentra en la página 315 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor:

cot 15°= (cot 45°)(cot 30°) +1/(cot 30° -cot 45°)

cot 15°= (1)(√3) +1/(√3) -1= (√3 +1)/(√3 -1).

Mi respuesta, cot 15°= (√3 +1)/(√3 -1), coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor, cot 15°= 2 +√3, pues ambas equivalen a 3.73.

CUARTA PARTE

CALCULAR LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS DE LOS ÁNGULOS (A +B), SABIENDO:

4. sen a= 3/5= 0.6 y sen b= 2√13/13= 0.5547.

a) Cálculo de sen (a +b)

Respuesta del libro: sen (a +b)= 17√13/65= 0.94

Mi respuesta:

Con ayuda del teorema pitagórico calcularemos algunas variables que nos hacen falta. Comencemos con el ángulo a.

Tenemos como dato del problema que el seno del ángulo a es igual a 3/5; luego, con este dato si el seno es la razón entre el cateto opuesto y la hipotenusa, podemos inferir que el cateto opuesto mide 3 y la hipotenusa 5. Pero también con dicho dato podemos utilizar el teorema de Pitágoras para calcular el cateto adyacente c= $\sqrt{}(a^2 - b^2 = \sqrt{}25 - 9 = \sqrt{}16 = 4$.

Pasemos ahora al ángulo b. Conocemos el seno del ángulo b, que es igual a 2√13/13= 0.5547, por tanto, si sabemos que el seno de un ángulo es la relación entre el cateto opuesto y la hipotenusa, entonces, el lado opuesto mide 2√13= 7.21, mientras que la hipotenusa mide 13. Pero también con dicho dato podemos utilizar el teorema de Pitágoras para calcular el cateto adyacente c= $\sqrt{}a^2 - b^2 = \sqrt{}(13)^2 - (7.21)^2 = \sqrt{}(169 - 51.98) = \sqrt{}117.0159 = 10.82$ mide el cateto adyacente.

a) Coseno del ángulo a:

cos a= $\sqrt{}(1 - \text{sen}^2\ a) = \sqrt{}(1 - (3/5)^2 = (1 - 3/5) = (5 - 3)/5 = 2/5 = 0.4$

tan a+ sen a/cos a= (3/5)/2/5= (3/5)(5/2)= 15/10= 3/2= 1.5

cot a= cos/sen a= 2/5/3/5= (2/5)(5/3)= 10/15= 2/3= 0.67

sen b= 2√13/13= 0.5547

cos b= 10.82/13= 0.83

tan b= sen b/cos b= 0.5547/0.83= 0.67

cot b= cos b/sen b= 0.83/0.5547= 1.496

Sustituyendo estos valores en las fórmulas, que aparecen en la página 349 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, resulta:

Cálculo se sen (a +b)

Sen (a +b)= sen a.cos b +cos a.sen b

= (0.6)(0.83) +(0.8)(0.5547)

= 0.498 +0.44376 = 0.94

Mi respuesta, sen (a+b)= 0.94, coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor.

Cálculo de cos (a +b)

Cos (a +b)= cos a.cos b –sen a.sen b

= (0.8)(0.83) –(0.6)(0.5547)

= 0.664 -0.33282= 0.33

Mi respuesta, cos (a +b)= 0.33, coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor, cos (a +b)= 0.33.

Cálculo de tan (a +b)

Tan (a +b)= (tan a +tan b)/(1 –tan a. tan b

= (0.75 +0.67)/(1 –(0.75)(0.67)

= (1.42)/(0.4975)= 2.8

Mi respuesta, tan (a +b)= 2.8, coincide con la respuesta del libro Geometría y trigonometría de Baldor, tan (a +b)= 2.8 tan (a +b)= 2.8.

Cálculo de cot (a +b)

Cot (a +b)= (cot a. cot b -1)/cot a +cot b

= (1.33)(1.496) -1)/(1.33+1.496)

= 0.98968/2.826= 0.35

Mi respuesta, cot (a +b)= 0.35, coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor, cot (a +b)= 0.35.

Cálculo de la sec (a +b)

Sec (a +b)= 1/cos (a +b)

= 1/0.33= 3

Mi respuesta, sec (a +b)= 3, coincide con la respuesta del libro, sec (a +b)= 3.

Cálculo de la csc (a +b)

Csc (a +b)= 1/sen (a +b)

= 1/0.94= 1.06

Mi respuesta, csc= (a +b)= 1.06, coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor, csc= (a +b)= 1.06.

Entremos ahora a calcular las funciones trigonométricas de (a –b).

Cálculo de sen (a –b)

Sen (a –b)= sen a. cos b –sen b. cos a

= (0.6)(0.83) –(0.5546)(0.8)

= 0.498 -0.44368= 0.05

Mi respuesta, sen (a -b)= 0.05, coincide con la respuesta del libro Geomentria y Trigonometria de Baldor, sen (a –b)= 0.05.

Calculo cos (a –b)

Cos (a –b)= cos a.cos b +sen a.sen b

= (0.8)(0.83) +(0.6)(0.5546)=

= 0.664 +0.33276= 0.99

Calculo de tan (a –b)

Tan (a –b)= (tan a –tan b)/(1 +tan a. tan b)

= (0.75 -0.87)/(1 +(0.75)(0.87)

= -0.12/1.6525= -0.07

Mi respuesta, tan (a –b)= -0.07, difiere de la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor, tan (a –b)= 0.05.

Cálculo de cot (a –b)

Cot (a –b)= (cot a. cot b +1)/(cot b –cot a

= (1.33)(1.496) +1/(1.496 -1.33)

= 2.98968/0.166= 18

Mi respuesta, cot (a –b)= 18, coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor.

Cálculo sec (a –b)

Sec (a –b)= 1/cos (a –b)

= 1/0.99= 1

Mi respuesta, sec (a-b)= 1, coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor.

Cálculo de csc (a –b)

csc (a –b)= 1/sen (a –b)

= 1/0.05547= 18

Mi respuesta, csc (a- b)= 18, coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor, csc (a –b)= 18.

QUINTA PARTE

5. cos a= 5√41/41= 0.78 y cos b= 5√61/61= 0.64

a) Cálculo de sen (a +b)

Respuesta del libro: sen (a +b)= 50√2,501/2,501= 1

Mi respuesta:

Con la ayuda del teorema pitagórico calcularemos algunas variables que nos hacen falta. Comencemos con el ángulo a.

Tenemos como dato del problema que el coseno del ángulo a es igual a 5√41/41= 0.78; luego, con este dato si el coseno es la razón entre el cateto adyacente y la hipotenusa, podemos inferir que el cateto adyacente mide 5√41= 32 y la hipotenusa 41. Pero también con dicho dato podemos utilizar el teorema de Pitágoras para calcular el cateto opuesto b= $\sqrt{}(a^2 – c^2$= √1,681 - 1,024= √657= 25.63.

Pasemos ahora al ángulo b. Conocemos el coseno del ángulo b, que es igual a 5√61/61= 0.64, por tanto, si sabemos que el coseno de un ángulo es la relación entre el cateto adyacente y la hipotenusa, entonces, el lado adyacente mide 5√61= 39, mientras que la hipotenusa mide 61. Pero también con dicho dato podemos utilizar el teorema de Pitágoras para calcular el cateto opuesto b= $\sqrt{}a^2 – c^2$= $\sqrt{}(61)^2 – (39)^2$= √(3,721- 1,521)= √2,200= 46.9 mide el cateto opuesto.

Como el dato que nos han dado para resolver el problema se encuentra referido a la función trigonométrica coseno, en función de ésta obtendremos las demás funciones trigonométricas, bajo la orientación del tema “Dada una función trigonométrica de un ángulo, calcular las restantes”, que aparece en las paginas 330-337; apoyándonos principalmente en el cuadro resumen se encuentra en la página 337, obviamente en el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. Comencemos:

Sen a= $\sqrt{}(1 – \cos^2 a)$= $\sqrt{}(1 – (0.78)^2$= √1 -0.6084= √0.3916=0.6258.

Cos a= 5√41/41= 0.78

Tan a= $\sqrt{}(1 – \cos^2 a)/\cos a$= $\sqrt{}(1 – (0.78)^2/0.78$=√0.3916/0.78= √0.5020= 0.7085

cot a= cos a/$\sqrt{}1 – \cos^2 a$= 0.78/$\sqrt{}1 – (0.78)^2$= 0.78/√0.3916= 0.78/0.6258= 1.2464

sen b= $\sqrt{}(1 – \cos^2 b)$= $\sqrt{}(1 – (0.64)^2$= √1 -0.4096= √0.5904= 0.7684

cos b= 10.82/13= 0.64

tan b= sen b/cos b= 0.7684/0.64= 1.2

cot b= cos b/sen b= 0.64/0.7684= 0.8329

Sustituyendo estos valores en las fórmulas, que aparecen en la página 349 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, resulta:

Cálculo sen (a +b)

Sen (a +b)= sen a.cos b +cos a.sen b

= (0.6258)(0.64) +(0.78)(0.7684)

= (0.4) +0.599352= 1

Mi respuesta, sen (a+b)= 1, coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor.

Cálculo de cos (a +b)

Cos (a +b)= cos a.cos b –sen a.sen b

= (0.78)(0.64) –(0.6258)(0.7684)

= 0.4992 -0.4808 = 0.02

Mi respuesta, cos (a +b)= 0.02, coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor, cos (a +b)= 0.02.

Cálculo de tan (a +b)

Tan (a +b)= (tan a +tan b)/(1 –tan a. tan b

= (0.7085 +1.2)/(1 –(0.7085)(1.2)

=1.9085/0.1498= 12.74

Mi respuesta, difiere de la respuesta del libro Geometría y trigonometría de Baldor.

Cálculo de cot (a +b)

Cot (a +b)=

Cálculo de la sec (a +b)

Sec (a +b)= 1/cos (a +b)
= 1/0.02= 50

Mi respuesta, sec (a +b)= 50, coincide con la respuesta del libro, sec (a +b)= 50.

Cálculo de la csc (a +b)

Csc (a +b)= 1/sen (a +b)

= 1/0.94= 1.06

Entremos ahora a calcular las funciones trigonométricas de (a –b).

Cálculo de sen (a –b)

Sen (a –b)= sen a. cos b –sen b. cos a

= (0.6258)(0.64) -0.7684)(0.78)

= 0.400512 -0.599352= -0.2

Mi respuesta, sen (a -b)= -0.2, coincide con la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor, sen (a –b)= -0.2.

Cálculo cos (a –b)

Cos (a –b)= cos a.cos b +sen a.sen b

= (0.78)(0.64) +(0.6258)(0.7684)=

= 0.4992 +0.4808= 0.98

Cálculo de tan (a –b)

Tan (a –b)= (tan a –tan b)/(1 +tan a. tan b)

= (0.7085 -1.2)/(1 +(0.7085)(1.2)

= -0.4915/1.8502= -0.2656

Mi respuesta, difiere de la respuesta del libro Geometría y Trigonometría de Baldor.

Cálculo sec (a –b)

Sec (a –b)= 1/cos (a –b)

= 1/0.98= 1

CONCLUSIÓN

1. El libro Geometría y Trigonometría de Baldor, es una magnífica obra. Me ha introducido nuevamente en el mundo trigonométrico, cortando una ausencia de 52 años.

2. Los capítulos que no pude estudiar intentaré más adelante afrontarlos.

3. De los temas estudiados es vital volver sobre “identidad trigonométrica” y “ecuaciones trigonométricas”. No pude entenderlos en su justa dimensión.

4. Resultados finales. Problemas propuestos 269; de estos abordamos 201, es decir, el 74.7%.