Dr. Manuel de Jesús Linares Jiménez

Obras
Completas

Nuevo Tomo 117
Geometría. Segundo resultado proyecto de investigación en el campo matemático.

Santo Domingo, República Dominicana
Septiembre 2024

GEOMETRÍA. SEGUNDO RESULTADO DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN EN EL CAMPO MATEMÁTICO

Autor: Dr. Manuel de Jesús Linares Jiménez
829-637-9303

Este segundo resultado del proyecto de investigación en el campo matemático fue concluido en el mes de septiembre 2024.

ÍNDICE

DEDICATORIA ESPECIAL

PRÓLOGO

Ejercicios correspondientes al capítulo I (GENERALIDADES) del libro Geometría y Trigonometría de Baldor

Ejercicio adicional 1

Ejercicio adicional 2

Ejercicio adicional 3

Ejercicio adicional 4

Ejercicio adicional 5

Ejercicio adicional 6

Ejercicios correspondientes al capítulo II (ÁNGULOS) del libro Geometría y Trigonometría de Baldor

Ejercicio adicional 9

Ejercicio adicional 10

Ejercicios correspondientes al capítulo III (PERPENDICULARIDAD Y PARALELISMO)

Ejercicio adicional 11

Ejercicio adicional 12

Ejercicio adicional 13

Ejercicio adicional 15

Ejercicio adicional 16

Ejercicios correspondientes al capítulo IV (ÁNGULOS CON LADOS PARALELOS O PERPENDICULARES) del libro Geometría y Trigonometría de Baldor

Ejercicio adicional 17

Ejercicio adicional 18

Ejercicios correspondientes al capítulo V (TRIÁNGULOS Y GENERALIDADES) del libro Geometría y Trigonometría de Baldor

Ejercicios correspondientes al capítulo VI (CASOS DE IGUALDAD DE TRIÁNGULOS) del libro Geometría y Trigonometría de Baldor

Ejercicios correspondientes al capítulo VII (POLÍGONOS) del libro Geometría y Trigonometría de Baldor

Ejercicios correspondientes al capítulo VIII (CUADRILÁTEROS) del libro Geometría y Trigonometría de Baldor

Ejercicios correspondientes al capítulo IX (SEGMENTOS PROPORCIONALES) del libro Geometría y Trigonometría de Baldor

Ejercicios correspondientes al capítulo XI (RELACIONES MÉTRICAS EN LOS TRIÁNGULOS) del libro Geometría y Trigonometría de Baldor

DEDICATORIA ESPECIAL

A Lurdes y su distinguido esposo, mi extinto querido primo hermano Víctor Linares, que tantas veces me acogieron en su casa, Ciudad de La Romana, en los infausto 12 años, 1966-1978, de barbarie y desolación que vivió el país; me protegieron, a cambio de nada. Para mí, él fue un héroe y ella es una heroína. Deseo que Lurdes viva muchos años más.

Dr. Manuel de Jesús Linares Jiménez
Septiembre 2024

PRÓLOGO

El tomo 117 de mis Obras Completas, constituye el segundo resultado del proyecto de investigación en el campo matemático, que estoy llevando a cabo.

Este segundo resultado se encuentra referido a la Geometría. El primero, en cambio, estuvo relacionado con la Trigonometría.

Y el tercero, sin duda alguna, estará conectado con el Álgebra.

Este segundo resultado, apenas puede reflejar mis estudios de los capítulos: I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX y XI. El capítulo X fue dejado para otra oportunidad. De modo, que de 17 capítulos que contiene la Sección Geometría Plana, del libro Geometría y Trigonometría de Baldor, solamente abordamos 10, es decir, un 59%. No obstante, nos sentimos altamente satisfechos debido a que aprendimos muchas cosas de tan importante rama de la ciencia matemática.

Por cierto, con este segundo resultado damos por terminado el estudio del libro citado arriba, pues alcanzamos plenamente cubrir algunas lagunas que, en Geometría y Trigonometría, heredamos de la educación media. Naturalmente, las lagunas no fueron erradicadas en un 100%, pero avanzamos algo.

Tan pronto el presente segundo resultado esté en manos de la comunidad científica nacional, comenzaremos a depurar el tercer resultado (Álgebra), que será el más importante y el más voluminoso, ya que abarca todos los ejercicios (305) que integran el libro Álgebra de Baldor.

Cada vez que publicamos un resultado, más nos acercamos al inicio de la preparación de la publicación de un estudio matemático de mediana intensidad, e igualmente de la publicación de un estudio matemático de alta intensidad, que me exigirán meterme de cabeza en las principales bibliotecas de la ciudad capital. Espero con ansiedad dicho momento.

Dr. Manuel de Jesús Linares Jiménez
Profesor Titular jubilado y Ex-Presidente del Consejo
Superior de Doctores de la UASD (2019-2022)

Septiembre 2024

EJERCICIOS CORRESPONDIENTES AL CAPÍTULO I (GENERALIDADES) DEL LIBRO GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA DE BALDOR

Introducción

El capítulo I, GENERALIDADES, del libro Geometría y Trigonometría de Baldor, se inicia en la página 7 y concluye en la 21.

Los ejercicios correspondientes a ese primer capítulo comienzan en la página 18 y concluyen en la 21.

Requerimientos y respuestas:

1. SEÑALAR CUÁL ES EL AXIOMA:

a) En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

b) La suma de las partes es igual al todo.

c) En todo triángulo isósceles, los ángulos de la base son iguales.

Respuesta del libro: b).

Mi respuesta:

Coincidimos con el libro, la respuesta es la b), puesto que si estamos buscando un axioma, tenemos que recordar que el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, dice en la página 7, que axioma *"Es una proposición tan sencilla y evidente que se admite sin demostración"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

En efecto, la proposición la suma de las partes es igual al todo es extremadamente evidente, no necesita demostración.

No así, las otras alternativas que aparecen allí. La alternativa a) debe ser demostrada pues no es un axioma, es un teorema pitagórico. La alternativa c), debe ser demostrada pues no es un axioma, es un teorema. En Google encuentro que *"Por el teorema de ángulos base, conocemos que ángulos opuestos a lados congruentes en un triángulo isósceles son congruentes. Entonces, si los tres lados del triángulo son congruentes, entonces todos los ángulos son congruentes también"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

2. SEÑALAR CUÁL ES EL POSTULADO:

a) El todo es mayor que cualquiera de las partes.

b) Todo punto en la bisectriz de un ángulo equidista de los lados del ángulo.

c) Hay infinitos puntos.

Respuesta del libro: c).

Mi respuesta:

Para responder correctamente debemos tener bien claro el concepto de postulado. El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 8, dice que el postulado *"Es una proposición no tan evidente como un axioma, pero que también se admite sin demostración"*. (Comillas y cursiva son nuestras). La alternativa a) no es un postulado, es un axioma, porque es muy evidente que el todo es mayor que cualquiera de las partes. La alternativa b), sin duda, es un teorema. Por decantación, la alternativa c) es la respuesta correcta; constituye un postulado; precisamente en la página 10, del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, leemos:

"Ya hemos dicho que el punto no se define. La idea de punto esta sugerida por la huella que deja en el papel un lápiz bien afilado.

"Un punto geométrico es imaginario tan pequeño que carece de dimensión.

"Admitamos el siguiente postulado:

"Hay infinitos puntos". (Comillas y cursiva son nuestras).

3. SEÑALAR CUÁL ES EL TEOREMA

a) Las diagonales de un rectángulo se cortan en su punto medio.

b) Dos cantidades iguales a una tercera, son iguales entre sí.

c) La parte es menor que el todo.

Respuesta del libro, a).

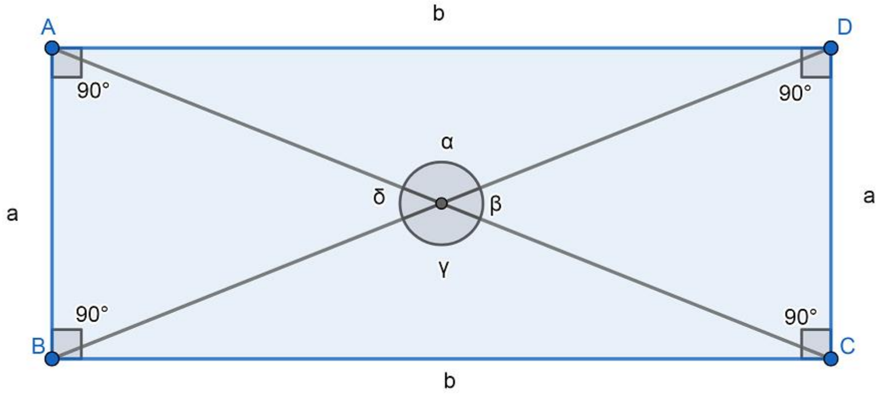
Mi respuesta:

Ciertamente la alternativa a) constituye la respuesta correcta. No puede ser la alternativa c), debido a que encierra una proposición muy evidente que no necesita demostración, es un axioma. No puede ser la alternativa b), porque si bien no es tan evidente como un axioma, en verdad no necesita demostración, es un postulado. Luego, la respuesta es la alternativa a).

En Google, encontramos esta explicación:

"La diagonal de un rectángulo es aquel segmento que une dos aristas no consecutivas de la figura. De ese modo, todo rectángulo tiene dos diagonales.

"Para explicarlo de otra forma, las diagonales son líneas inclinadas que unen dos ***vértices*** *opuestos de la figura. En la imagen inferior, las diagonales son AC y DB.*



"Al cruzarse, las diagonales del rectángulo forman dos pares de ángulos iguales. Así, los ángulos que son iguales son aquellos opuestos por el vértice. Es decir, α es igual a γ β es igual a δ.

"Recordemos que el rectángulo es un ***cuadrilátero*** *que se caracteriza porque sus lados opuestos miden lo mismo. Como observamos en la imagen superior, AD tiene la misma longitud que BC, mientras que AB y CD también son iguales, y su longitud es menor que la de los otros dos lados.*

"Para ser más específico, un rectángulo es un tipo de paralelogramo, que es un tipo de cuadrilátero donde los opuestos son paralelos, es decir, no se cruzan ni en su prolongación.

"Además, es importante recordar que todos los ***ángulos interiores*** *del rectángulo son rectos, es decir, miden 90º".* (Comillas y cursiva son nuestras).

4. REPRESENTAR LOS SEGMENTOS Y SUMARLOS GRÁFICAMENTE

a) $\overline{AB}$= 1.5 cm.

b) $\overline{CD}$= 2 cm.

c) $\overline{EF}$= 3 cm.

Mis respuestas:

A B

C D

E ———— F

Ahora procedemos a sumar los segmentos AB, CD y EF, siguiendo la orientación del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, y que se encuentra en la página 15. Veamos:

P C D

M ——+——+——+——+—— N

A B E F

¿Qué hicimos? Lo que indica el libro, en la página 15: *"Sobre una recta indefinida MN y a partir de un punto cualquiera P, se llevan los segmentos que se van a sumar, en un sentido determinado, uno a continuación de otro, haciendo que el extremo de cada sumando coincida con el origen del siguiente. El segmento AF, que tiene por origen el origen del primero y por extremo el extremo del último, representa la suma: AB+CD+EF= AF"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

5. REPRESENTAR LOS SEGMENTOS Y RESTARLOS GRÁFICAMENTE

a) $\overline{MN}$= 8 cm.

b) $\overline{PQ}$= 3 cm.

Mis respuestas:

Supongamos que el segmento MN sea de 8 cm.; y que el segmento PQ sea de 3 cm.

M ———————— N

P ———— Q

Ahora procedemos a restar los segmentos MN y PQ, siguiendo la orientación del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, y que se encuentra en la página 15. Veamos:

M ———————— N

P ———— Q

M ————+———— N

P Q

Sobre el segmento minuendo $\overline{MN}$ se lleva el segmento sustraendo $\overline{PQ}$, de manera tal que coincidan M y P. El segmento resultante $\overline{QN}$ representa la diferencia, es decir, $\overline{MN}$-$\overline{PQ}$= $\overline{QN}$.

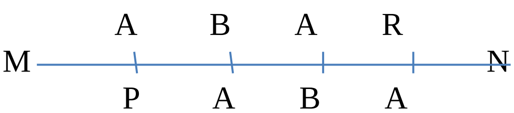
6. MULTIPLICAR DE MANERA GRÁFICA EL SEGMENTO AB= 2 CM POR 3.

Mi respuesta:

Supongamos que el segmento de 2 cm es el siguiente:

A———B= AB= 2cm.

¿Cómo multiplicamos ese segmento por un número real? El libro Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 16 orienta sobre el procedimiento que debemos emplear para hacer la multiplicación. Dice: El producto del segmento AB por un número natural, 3, se obtiene llevando sobre una recta cualquiera MN y a partir de un punto cualquiera de ella, P, el segmento AB, tantas veces como indica el número, 3, por el cual se va a multiplicar. Así: PR= 3AB. Veamos el gráfico:

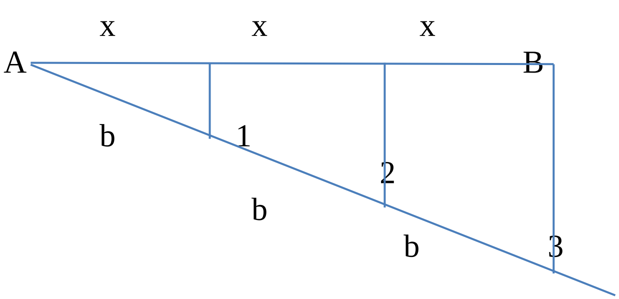


7. DIVIDIR DE MANERA GRÁFICA EL SEGMENTO AB= 9 CM EN TRES PARTES IGUALES.

Mi respuesta:

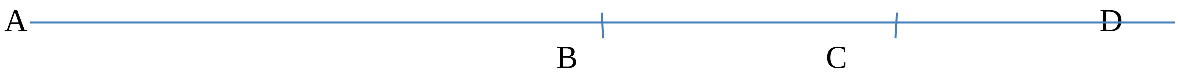
En la página 16 de Geometría y Trigonometría de Baldor, tenemos la orientación para efectuar la división del segmento AB. Aquí leemos: "A partir de uno de los extremos del segmento AB, se traza una semirrecta AC, con cualquier inclinación. Sobre AC y a partir de A, se lleva un segmento de cualquier longitud b, tantas veces (3 en nuestro caso) como indica el divisor. El extremo del último segmento b, se une con B y se trazan paralelas al segmento B8 por los puntos 1, 2, 3, etc. Tendremos:

X= AB/3= 9/3= 3



8. SI B ES EL PUNTO MEDIO DE AD, C ES EL PUNTO MEDIO DE BD Y AD= 20 CM; HALLAR AB, BC Y CD.

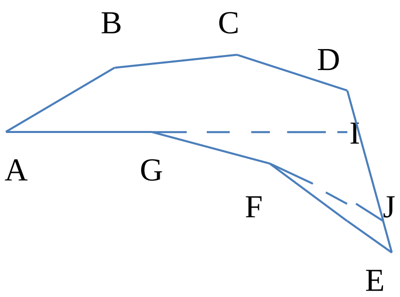
El libro tiene las siguientes respuestas: AB= 10cm; DC=BC= 5 cm.



Mi respuesta:

Si AD= 20 cm, y B es el punto medio de AD, entonces AB= 10 cm. Igualmente BD= 10 cm, y siendo C el punto medio de BD, entonces BC= 5 cm e igualmente CD= 5 cm. Por tanto, las respuestas dadas por el libro son correctas.

9. DEMOSTRAR QUE AB+BC+CD+DE >AG+GF+FE



Mi respuesta:

Teorema:
En dos poligonales convexas, de extremos comunes, la envolvente es mayor que la envuelta.

Hipótesis:
ABCDE poligonal envolvente.
AGFE poligonal envuelta.
A y E extremos comunes.

Tesis:
La sumatoria de los segmentos AB+BC+CD+DE es mayor que la sumatoria de los segmentos AG+GF+FE, es decir, AB+BC+CD+DE > AG+GF+FE.

Construcción auxiliar:
Prolonguemos AG hasta cortar a DE en I.
Prolonguemos GF hasta cortar a DE e J.

Demostración:
Podemos iniciar la demostración usando el postulado de la menor distancia entre dos puntos.

En ABCDIG:
AB+BC+CD+DI > AG+GI (1)

En GIJF:
GI+IJ > GF+FJ (2)

En FJE:
FJ+JE > FE (3)

Sumando (1)+(2)+(3), tendremos:

(AB+BC+CD+DI)+(GI+IJ)+(FJ+JE) > (AG+GI)+(GF+FJ)+(FE) (4)

Acudimos a la suma de segmentos:

DI+IJ+JE= DE (5)

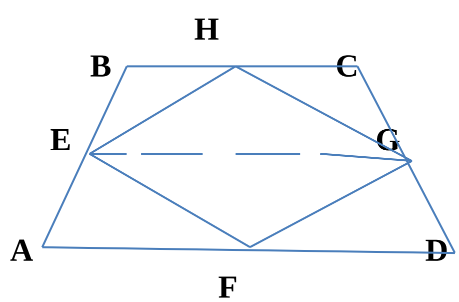
Sustituyendo (5) en (4), tenemos:

AB+BC+CD+DE+GI+FJ > AG+GI+GF+FJ+FE

Simplificando quedan suprimidos los segmentos GI y FJ, que aparecen en ambos lados de la desigualdad y tenemos:

AB+BC+CD+DE > AG+GF+FE como se quería demostrar.

11. DEMOSTRAR: AB+BC+CD+DA > EF+FG+GH+HE



Mi respuesta:

Teorema 1:
En dos poligonales convexas, la envolvente es mayor que la envuelta.

Hipótesis:
ABCD poligonal envolvente.
EFGH poligonal envuelta.

Tesis:
AB+BC+CD+DA > EF+FG++GH+HE

Construcción auxiliar:
Trazamos el segmento EG, desde el punto E hasta el punto G, dividiendo la figura dada en dos partes, superior e inferior, respecto al segmento EG.

Demostración, tomando como base el postulado de la menor distancia entre dos puntos:
EB+BC+CG > EH+HG (1)
EA+AD+DG > EF+FG (2)

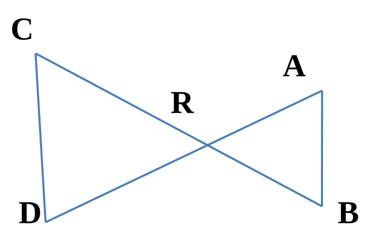
Sumando (1) y (2):
(EB+BC+CG)+(EA+AD+DG) > (EH+HG)+(EF+FG) (3)

Suma de segmentos:
EB+EA= AB (4)
CG+DG= CD (5)

Sustituyendo (4) y (5) en (3), tenemos:

AB+BC+CD+DA > EF+FG+GH+HE lo cual quería demostrar.

13. DEMOSTRAR QUE LA SUMA DE DOS SEGMENTOS QUE SE CORTAN ES MAYOR QUE LA SUMA DE LOS SEGMENTOS QUE UNEN SUS EXTREMOS.



Mi respuesta**:**

Teorema:
La suma de dos segmentos que se cortan es mayor que la suma de los segmentos que unen sus extremos.

Hipótesis:
Los segmentos que se cortan, en el punto R, son BC y AD.
Los segmentos que unen los extremos son AB y CD.

Tesis:
BC+AD > AB+CD.

Demostración:

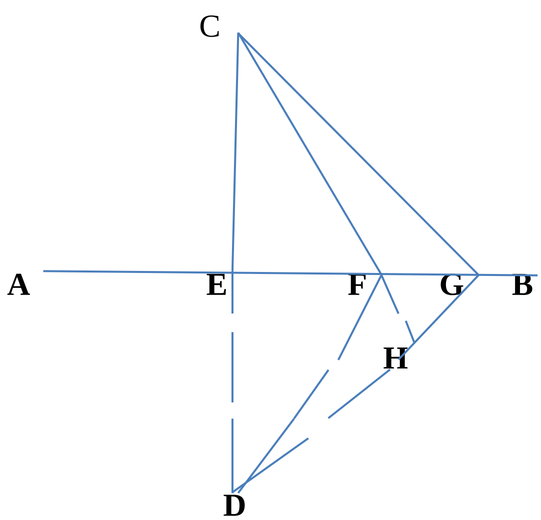
CR+RD > CD (1)
AR+BR > AB (2)

Sumando (1) y (2):
(CR+RD)+ (AR+BR) > (CD)+(AB)

Luego, usando simetría de extremos y suma de segmentos, tenemos:

(CR+BR)+(AR+RD) > (CD)+(AB) lo cual queríamos demostrar.

15. SI E ES LA INTERSECCIÓN DE CD CON AB Y CG= GD, CF= FD, CE= ED. DEMOSTRAR QUE: CG >CF > CE.



Teorema 1:

De hecho estamos nuevamente ante el teorema de dos poligonales convexas, donde la envolvente es mayor que la envuelta.

Hipótesis:

E es la intersección de CD con AB, y CG= GD, CF=FD, CE= ED.

Tesis:

CG > CF > CE.

Construcción auxiliar:

Prolonguemos CF hasta cortar GD en H.

Usando el postulado de la menor distancia entre dos puntos, tenemos:

CG+GH > CF+FH (1)

FH+HD > DF (2)

CF+FD > CE+ED (3)

Procedemos a sumar (1), (2) y (3):

(CG+GH)+(FH+HD)+(CF+FD) > (CF+FH)+(DF)+(CE+ED)

(CG+GH)+HD>CE

Al usar las hipótesis, tenemos:

(GD+GH)+(FH+HD)+(CF+CF) > (CF+FH)+(CF)+(CE+CE)

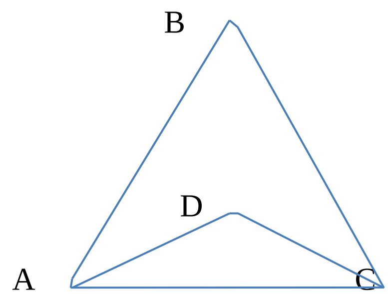
(GD+GH)+(FH+HD)+2CF > 2CF+FH+2CE

GD+GH+HD > 2CE

CG+GH+HD

Como CG= GD, CF=FD, CE= ED.

17. DEMOSTRAR QUE EL PERÍMETRO DEL TRIÁNGULO ABC ES MAYOR QUE EL PERÍMETRO DEL TRIÁNGULO ADC.



Mi respuesta:

Teorema 1:

De hecho estamos nuevamente ante el teorema de dos poligonales convexas, de extremos comunes, donde la envolvente es mayor que la envuelta.

Hipótesis:

La hipótesis para resolver este problema es: los triángulos ABC y ADC comparten como base el segmento AC; tienen como extremos comunes A y C; de hecho la poligonal envolvente es ABC y la poligonal envuelta es ADC.

Tesis:

AB+BC+AC> AD+DC+AC

Demostración:

Como el segmento AC se repite en ambos miembros de la desigualdad, con signo positivo, al pasarlo al primer miembro o al segundo miembro cambia de signo y se puede simplificar, quedando: AB+BC> AD+DC, lo cual queríamos demostrar.

EJERCICIO ADICIONAL 1
(Breve reseña histórica, pp. 1-6)

“Breve reseña histórica” del libro Geometría y Trigonometría Baldor, va desde la página tres (3) hasta la seis (6).

Introducción

Curiosamente comenzamos a desarrollar el primer ejercicio adicional que presenta el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página E-5, debido a que se fundamenta en sus primeras seis (6) páginas, las cuales están relacionadas con una “Breve reseña histórica”. Estas páginas las leímos atentamente para responder correctamente las preguntas que nos plantearon.

Preguntas y respuestas:

El libro, en la página expuesta arriba, cita estos tópicos:

Babilonia, Egipto, Grecia
Tales de Mileto
Pitágoras de Samos
Euclides *(Elementos)*
Platón
Arquímedes de Siracusa
Apolonio de Perga
Herón de Alejandría
Geometrías no euclidianas
Lobatchevsky
Riemann

Y luego formula dos preguntas:

A) ¿CÓMO CONTRIBUYERON ESTOS CIENTÍFICOS EN LA FORMACIÓN DE LA GEOMETRÍA?

B) EJEMPLOS SOBRE LA APLICACIÓN DE LA GEOMETRÍA EN LOS PROBLEMAS PRÁCTICOS.

Mi respuesta a la pregunta a):

Al leer las páginas citadas arriba, de los elementos introductorios que hace el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, aprendí que los babilonios contribuyeron de manera notable al surgimiento de la Geometría como ciencia; insistieron en descubrir las propiedades de la circunferencia; postularon que la relación entre la longitud de la circunferencia y su diámetro era igual a 3; obtuvieron el grado sexagesimal y conocieron una fórmula para hallar el área del trapecio rectángulo.

Por su parte los egipcios, aportaron a la formación de la Geometría, que significa medición de la tierra, precisamente en la problemática agrícola, referida a la ocupación del río Nilo a la ocupación de tierra cultivable; para ellos era importante medir la tierra, para tener idea de pago de impuestos; igualmente los egipcios necesitaban de la Geometría para el impulso de la construcción. Asimismo, contribuyeron al estudio científico del área del triángulo isósceles, área del trapecio isósceles y del área del círculo.

Los griegos efectuaron un aporte grandioso al desarrollo de la Geometría, pues impulsaron la Geometría deductiva.

Tales de Mileto, representa los comienzos de la Geometría como ciencia racional; Pitágoras, funda la escuela pitagórica; Euclides, pasó a la historia a partir de su magnífico libro denominado *Elementos*. Euclides construyó la Geometría partiendo de definiciones, postulados y axiomas; Platón, dividió la Geometría en elemental y superior; Arquímedes de Siracusa, fue una especie de genio técnico, sus descubrimientos los puso al servicio de la técnica; finalmente, la Geometría no euclidiana, se fundamentó en algunas críticas que les hicieron a los fundamentos de la Geometría euclidiana.

Mi respuesta al punto b):

La Geometría permitió que los egipcios pudieran incidir para resolver el problema de la división de la tierra y su cultivo; igualmente, a través de la Geometría, los egipcios pudieron incidir sobre la construcción de monumentos.

El libro, más adelante va hacia los ejercicios adicionales.

1. ¿A QUIÉN SE DEBE EL DESCUBRIMIENTO Y LA DEMOSTRACIÓN DE LA RELACIÓN $A^2= B^2+C^2$ PARA CUALQUIER TRIÁNGULO RECTÁNGULO?

Mi respuesta:

En la página 4 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, aprendimos que ese descubrimiento se debe a Pitágoras. Por cierto, en dicha página, parece que hay un error, en el epígrafe referido a Pitágoras, colocaron la siguiente fórmula: $a^2= b^2+c^1$, cuando debieron poner $a^2= b^2+c^2$.

2. SEÑALAR, DICE EL LIBRO, QUÉ APORTACIONES DIO EUCLIDES A LA GEOMETRÍA.

Mi respuesta:

El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página cuatro (4), nos dice que Euclides *“Escribió una de las obras más famosas de todos los tiempos, llamada Elementos, que consta de 13 capítulos titulados libros”*. (Comillas y cursiva son nuestras).

3. PREGUNTA EL LIBRO: ¿QUIÉN DEMOSTRÓ LA FÓRMULA PARA HALLAR EL ÁREA DE UN TRIÁNGULO EN FUNCIÓN DE SUS LADOS?

Mi respuesta:

El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página seis (6), nos dice lo siguiente: *"Herón de Alejandría (Siglo II d. C.). Demostró la conocida fórmula que lleva su nombre, para hallar el área de un triángulo en función de sus lados"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

4. PREGUNTA EL LIBRO: ¿EN DÓNDE COMIENZA A FORMARSE LA GEOMETRÍA COMO CIENCIA DEDUCTIVA?

Mi respuesta:

El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página cuatro (4), nos dice lo siguiente: *"En Grecia comienza la Geometría como ciencia deductiva"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

5. PREGUNTA EL LIBRO: ¿EN QUÉ PRINCIPIOS SE BASA LA GEOMETRÍA EUCLIDIANA?

Mi respuesta:

El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página cinco (5), nos dice lo siguiente: *"Euclides construyó la Geometría partiendo de definiciones, postulados y axiomas con los cuales demostró teoremas que, a su vez, le sirvieron para demostrar otros teoremas"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

EJERCICIO ADICIONAL 2
(Generalidades, pp. 7-10)

Introducción

Las generalidades constituyen el capítulo I del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor.

Esas generalidades van desde la página 7 hasta la 21, pero el segundo ejercicio adicional, que versa precisamente sobre generalidades, solamente abarca desde la página 7 hasta la 10. En efecto, estas páginas las leí muy bien para poder responder las preguntas que integran el segundo ejercicio adicional.

El contenido del segundo ejercicio adicional se encuentra la página E-6. Aquí, precisamente en la página E-6, el libro indica las secciones principales plasmadas en las páginas 7-10, a saber: Método deductivo, Axioma, Postulado, Teorema, Corolario, Teorema reciproco, Lema, Nota y Problema.

Preguntas y respuestas

De inmediato el libro señala que esos son puntos importantes y al respecto formula dos mandatos:

A) DIFERENCIA FUNDAMENTAL ENTRE LOS CONCEPTOS CITADOS ARRIBA

B) APLICACIÓN DE LOS CONCEPTOS CITADOS ARRIBA POR MEDIO DE EJEMPLOS

Mi respuesta al mandato a):

Axioma y postulado tienen un gran parecido. El primero, dice el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría Baldor, en la página 7, que *"Es una proposición tan sencilla y evidente que se admite sin demostración"*. (Comillas y cursiva son nuestras). Igualmente, sobre el postulado, en la página 8, dice: *"Es una proposición no tan evidente como un axioma, pero que también se admite sin demostración"*. (Comillas y cursiva son nuestras). ¿Dónde radica la diferencia? Simplemente en que el postulado es un poco menos evidente que el axioma.

El teorema, en cambio, difiere del axioma y del postulado en el hecho de que se amerita demostrar su veracidad. El corolario, a su vez, derívase del teorema, es una consecuencia del teorema. Éste es lo primario, el corolario es una consecuencia del teorema. Asimismo, el teorema recíproco depende del teorema primario, sin éste es imposible que existiera el recíproco. El lema mantiene una relación estrecha con el teorema, es como si fuera su avanzada, para ir tras la demostración del teorema. Mientras que nota o escolio es una especie de observación a un teorema que previamente ha sido demostrado. (Véase Geometría y Trigonometría de Baldor, pp.7-9).

Mi respuesta al mandato b):

a) Ejemplo de un axioma: El todo es mayor que cualquiera de sus partes; b) ejemplo de postulado: Hay infinitos puntos; c) ejemplo de un teorema: La suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a dos ángulos rectos; d) ejemplo de un corolario: La suma de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo es igual a un ángulo recto; e) ejemplo de un teorema recíproco: el recíproco del teorema, "La suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a dos ángulos rectos", es el siguiente: Si la suma de los ángulos interiores de un polígono es igual a dos ángulos rectos, el polígono es un triángulo; f) ejemplo de un lema: Un prisma triangular se puede descomponer en tres tetraedros equivalentes; g) ejemplo de una nota: Después de demostrar el teorema que dice: en una misma circunferencia o en circunferencias iguales, a mayor arco corresponde mayor cuerda, se podría añadir como nota, lo siguiente: Si no se consideran arcos menores a una semicircunferencia, a mayor arco corresponde menor cuerda. (Véase Geometría y Trigonometría de Baldor, pp.7-9).

El libro, más adelante, va hacia lo que se denomina ejercicios adicionales.

Exige:

1. EXPLICAR EN QUÉ CONSISTE EL MÉTODO DEDUCTIVO

Mi respuesta:

Se fundamenta en proposiciones anteriores para deducir nuevas proposiciones.

2. DECIR SI TODO TEOREMA RECÍPROCO ES VERDADERO. DAR UN EJEMPLO DE ACUERDO CON SU RESPUESTA.

Mi respuesta:

Algunos no son verdaderos. Las diagonales de un cuadrado son iguales. Recíproco: si las diagonales de un paralelogramo son iguales, la figura es un cuadrado.

3. ¿ES POSIBLE QUE DE UN COROLARIO SE DEDUZCA UN TEOREMA? DAR RAZONES.

Mi respuesta:

El Corolario depende del teorema. Es una proposición que se deduce del teorema. Luego, el teorema no se puede deducir del Corolario.

4. DE LOS SIGUIENTES ENUNCIADOS, SEÑALAR CUÁL ES TEOREMA, AXIOMA, POSTULADO O PROBLEMA:

a) Construir la circunferencia que pasa por tres puntos dados.

Mi respuesta:

Es un problema.

b) El todo es mayor que sus partes.

Mi respuesta:

Es un axioma.

c) Hay infinitos puntos.

Mi respuesta:

Es un postulado.

d) La suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a dos ángulos rectos.

Mi respuesta:

Es un teorema.

5. ¿QUÉ ENTIENDE POR LEMA Y POR ESCOLIO?

Mi respuesta:

Lema: es una proposición que sirve a la demostración de un teorema.

Escolio: es una observación que se le hace a un teorema previamente demostrado.

EJERCICIO ADICIONAL 3
(Generalidades, pp. 10-12)

Introducción

Las generalidades constituyen el capítulo I del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría Baldor.

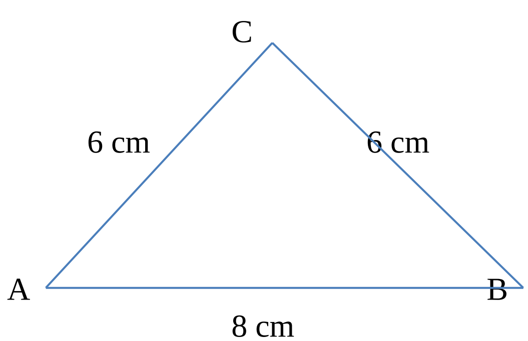
Esas generalidades van desde la página 7 hasta la 21, pero el tercer ejercicio, que versa precisamente sobre generalidades, solamente abarca desde la página 10 hasta la 12. En efecto, estas páginas las leí muy bien para poder responder las preguntas que integran el tercer ejercicio adicional.

El contenido del tercer ejercicio adicional se encuentra la página E-8. Aquí, precisamente en la página E-8, el libro indica las secciones principales plasmadas en las páginas 10-12, a saber: Punto, Línea, Cuerpos físicos y cuerpos geométricos y Superficies; en cambio, los puntos importantes serían: a) Concepto de punto y línea; b) Ejemplos de línea recta, curva, quebrada y cerrada; c) Dimensiones de punto y línea; d) Cuerpos geométricos. Sus dimensiones; e) Superficies de los cuerpos. Sus dimensiones.

Ejercicios adicionales:

1. TRAZAR DOS PUNTOS A 8 CM DE DISTANCIA UNO DEL OTRO. TRAZAR UN TERCER PUNTO QUE DISTE 6 CM DE CADA UNO DE LOS DOS PUNTOS ANTERIORES. ¿QUÉ OBSERVAS?

Mi respuesta:



Observo las siguientes características: a) Un segmento de recta AB, que mide 8 cm; b) Un segmento de recta AC, que mide 6 cm; c) Un segmento de recta BC, que mide 6 cm; d) De hecho estamos ante un triángulo isósceles, que tiene dos lados con la misma longitud. Asimismo, los dos ángulos que están frente a los lados iguales también deben medir lo mismo.

2. TRAZAR DOS PUNTOS SOBRE EL PAPEL. TRAZAR UNA LÍNEA RECTA QUE PASE POR ELLOS. ¿PUEDE TRAZARSE OTRA LÍNEA RECTA QUE PASE POR DICHOS PUNTOS, DIFERENTE DE LA ANTERIOR?

Mi respuesta:

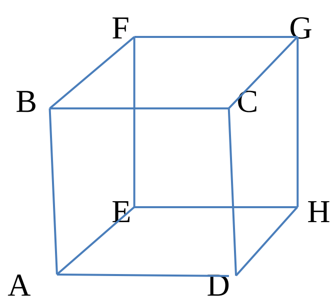
¿Puede trazarse otra línea recta que pase por dichos puntos, diferente de la anterior? No. En el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 10, leemos el postulado siguiente: *"Por dos puntos pasa una recta y solamente una".* (Comillas y cursiva son nuestras).

3. TRAZAR UN PUNTO EN UNA HOJA DE PAPEL. TRAZAR UNA LÍNEA RECTA QUE PASE POR EL PUNTO. ¿CUÁNTAS LÍNEAS RECTAS SE PUEDEN TRAZAR QUE PASEN POR DICHO PUNTO?

Mi respuesta:

Tenemos el punto A por donde pasa la línea recta MN. Indiscutiblemente por el punto A se pueden trazar infinitas rectas.

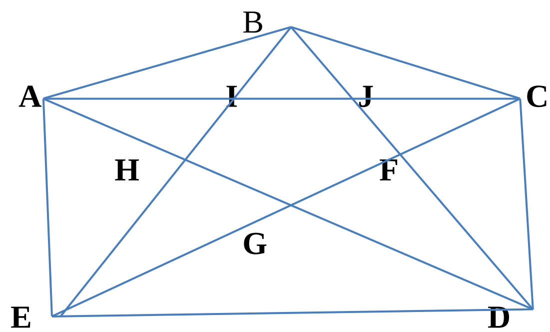
4. ¿CUÁNTAS SUPERFICIES TIENE EL SIGUIENTE CUERPO GEOMÉTRICO? SEÑALE POR MEDIO DE LETRAS DICHAS SUPERFICIES?



Mi respuesta:

En la página 12, el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, leemos que la *"Superficies son los límites que separan a los cuerpos del espacio que los rodea".* (Comillas y cursiva son nuestras). Y añade: *"Las superficies tienen dos dimensiones: largo y ancho".* (Comillas y cursiva son nuestras). Por tanto, las superficies que presenta el cuerpo geométrico presentado arriba son las siguientes: ABCD, AEHD, EFGH, ABFE y CDHG.

5. ¿Cuántas líneas rectas tiene la siguiente figura geométrica? ¿Es correcto decir que la figura es un cuerpo geométrico? ¿Por qué?



Esa figura geométrica tiene 20 líneas rectas, que son: AB, BC, CD, DE, AE, AH, HG, GD, BI, IH, HE, CJ, JI, IA, CF, FG, GE, DF, FJ y JB.

Evidentemente es correcto afirmar que dicha figura es un cuerpo geométrico. El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en su página 11 dice: *"Hay esquemas ideales de ciertos cuerpos físicos de los cuales la Geometría considera solamente su forma y tamaño. Son los cuerpos geométricos o sólidos… Son los prismas, conos, esferas, etcétera".* (Comillas y cursiva son nuestras).

EJERCICIO ADICIONAL 4
(Generalidades, pp. 12-14)

Introducción

El ejercicio adicional 4 se encuentra en la página E-10 y comprende las páginas 12-14 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor.

Los ejercicios adicionales propuestos por el libro son los siguientes:

Preguntas y respuestas

1. ¿ES POSIBLE QUE POR TRES PUNTOS DIFERENTES PASEN DOS PLANOS DIFERENTES?

Mi respuesta:

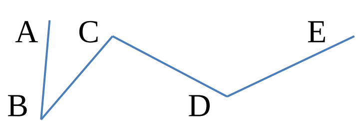
La respuesta a la pregunta 1 es no, puesto que como nos indica el postulado que aparece en la página 13 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor: *"Por tres puntos no alineados pasa un plano y solamente uno".* (Las comillas y cursiva son nuestras).

2. ¿EN CUÁNTAS FORMAS SE PODRÍA REPRESENTAR UN PLANO?

Mi respuesta:

El plano se suele representar por intermedio de un paralelogramo; de extensión podría el plano ser ilimitado, particularmente desde el punto de vista matemático. (Ver página 13 de Geometría y Trigonometría de Baldor).

4. Medir la poligonal siguiente y dar su longitud total en centímetros.



Mis respuestas:

AB= 1 cm

BC= 1.7 cm

CD= 2 cm

DE= 1.8 cm

Longitud total= 1+1.7+2+1.8= 6.5 cm.

Nota: La medición de los segmentos no fue en función de la figura dibujada por mí en la página de arriba. Fue en función de la figura que aparece en el libro en la página E-10.

5. ¿Cuántos lados tiene la poligonal anterior? ¿Cuántos vértices?

Mis respuestas:

Tiene cuatro lados (AB, BC, CD y DE); además tiene tres vértices (B, C y D). El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, nos orienta al respecto en la página 14: *"A las líneas quebradas se les llama también poligonales y, en este caso, los segmentos que las forman reciben el nombre de lados y a los puntos comunes de los lados se les nombran vértices"*. (Comillas, cursiva y el subrayado son nuestros).

EJERCICIO ADICIONAL 5
(Generalidades, pp. 14-17)

Introducción

El ejercicio adicional 5 se encuentra en la página E-11 y comprende las páginas 14-17 del capítulo I del libro.

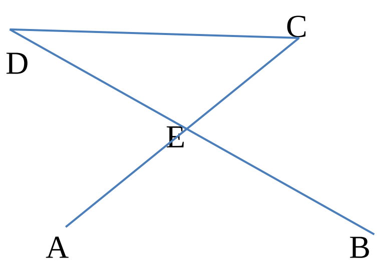
Ejercicios adicionales:

2. CON BASE EN LA FIGURA DE MÁS ABAJO, COMPLETAR LO SIGUIENTE:

BD= DE+

AC= AE+

EB= BD-



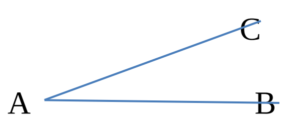
Mi respuesta:

BD= DE+EB

AC= AE+EC

EB= BD-ED

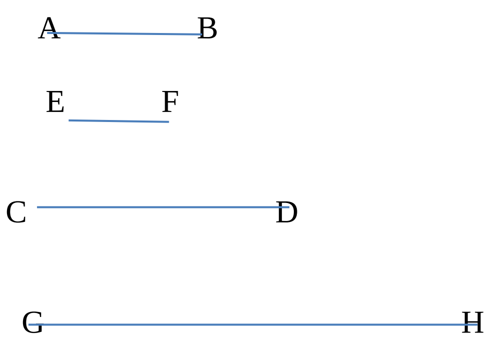
3. EL SEGMENTO AB MIDE 4 CM. DIVIDIR EL SEGMENTO AC EN LAS MISMAS PARTES QUE EL SEGMENTO AB. ¿CUÁNTO MIDE CADA PARTE DE AC?



Mi respuesta**:**

En el libro la figura que estamos discutiendo el segmento AB está dividido en cuatro partes iguales; cada parte mide un centímetro. Si el segmento AC es dividido igualmente en las mismas cuatro partes que el segmento AB, obviamente cada parte de AC medirá un centímetro. En la página 16 del libro Geometría y Trigonometría de Baldor, después de explicar el proceso de división de un segmento en partes iguales, hace la siguiente observación: *"Las operaciones anteriores se pueden efectuar midiendo los segmentos y operando con las medidas obtenidas".* (Comillas y cursiva son nuestras). En efecto, este fue el procedimiento que usamos.

4. DADOS LOS SEGMENTOS SIGUIENTES, COMPLETAR LO QUE A CONTINUACIÓN SE EXPRESA, CON LOS SIGNOS =, < O >:



a) AB<CD

b) AB>EF

c) GH>AB

d) EF<CD

5. ¿EN CUÁNTAS PARTES PODRÍA DIVIDIR UN SEGMENTO DADO?

Mi respuesta:

En Google encontré la siguiente orientación: La división de un segmento en partes iguales, consiste en fraccionar un segmento de longitud conocida en varias de la misma longitud. Para ello se suele utilizar el teorema de Tales que dice *"cuando dos rectas paralelas cortan a dos rectas secantes, determinan en éstas segmentos proporcionales".* (Comillas y cursiva son nuestras).

+-

EJERCICIO ADICIONAL 6
(Generalidades, pp. 17-21)

Introducción

El ejercicio adicional 6 se encuentra en la página E-13 y comprende las páginas 17-21 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor.

Preguntas y respuestas

El libro de inmediato procede a desarrollar los denominados ejercicios adicionales.

2. ¿CÓMO SE LLAMA LA GEOMETRÍA QUE ESTUDIA LOS CUERPOS GEOMÉTRICOS?

Mi respuesta:

El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 17 dice: La Geometría *"Cuando estudia figuras contenidas en un plano (o sea, de dos dimensiones), se llama Geometría plana. Si estudia cuerpos geométricos (de tres dimensiones), se llama Geometría del espacio"*. (Comillas y cursiva son nuestras). Por tanto, la respuesta es Geometría del espacio.

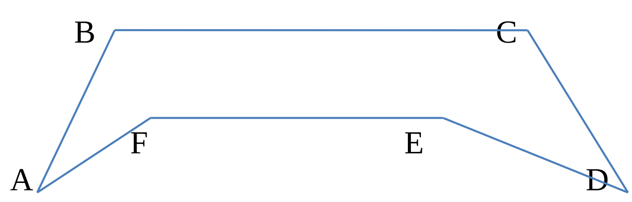
3. CITAR TRES TIPOS DE GEOMETRÍA DIFERENTES QUE SE ESTUDIAN DENTRO DE LAS MATEMÁTICAS.

Mi respuesta:

Geometría analítica, Geometría descriptiva y Geometría proyectiva.

4. DIBUJAR UNA POLIGONAL SEÑALANDO CUÁL ES LA ENVOLVENTE Y CUÁL LA ENVUELTA.

Mi respuesta:



La envolvente es la poligonal ABCD y la envuelta es AFED.

5. ¿POR QUÉ LAS POLIGONALES SON CONVEXAS? SI NO SON CONVEXAS, ¿ES POSIBLE QUE LA ENVUELTA SEA MAYOR QUE LA ENVOLVENTE?

Son convexas porque como dice el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 14, *"…al prolongar en los dos sentidos algunos de sus lados, toda la poligonal queda en un mismo semiplano"*, (comillas y cursiva son nuestras), por tanto, se facilita la demostración de la tesis que se haya formulado. En caso que las poligonales no fueran convexas, lo que podríamos asegurar sin duda es que la demostración de la tesis se dificultaría.

EJERCICIOS CORRESPONDIENTES AL CAPÍTULO II (ÁNGULOS) DEL LIBRO GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA DE BALDOR (pp. 22-31)

Introducción

Estos ejercicios comienzan en la página 29 y concluyen en la 31; y, reflejan el contenido del capítulo II (Ángulos) del libro Geometría y Trigonometría de Baldor. Este capítulo comienza en la página 22 y concluye en la página 31. Comencemos:

Requerimientos y respuestas:

1. EXPRESAR LOS SIGUIENTES ÁNGULOS EN EL SISTEMA SEXAGESIMAL

a) 3.14 rad
b) 9.42 rad

El libro suministra la respuesta a) que es 180º; y la respuesta b) que es 540º.

Mis respuestas:

Ante todo precisemos el concepto de ángulo. En la página 22 del libro que estamos estudiando, es decir, Geometría y Trigonometría de Baldor, leemos: *"Es la abertura formada por dos semirrectas con un mismo origen llamado vértice. Las semirrectas se llaman lados. El ángulo se designa por una letra mayúscula situada en el vértice…"* (Comillas, cursiva y puntos suspensivos son nuestros). En la página 24 de Geometría y Trigonometría de Baldor, advertimos la fórmula que debemos usar para expresar en grados sexagesimales un ángulo cuyas medidas aparecen en radianes. Esta es la fórmula: S/180º= R/π, donde S= medida de un ángulo en grados sexagesimales; R= medida del mismo ángulo en radianes; y, $\pi = 3.1416$. Procedamos:

S/180º= R/π

Sustitución:

S/180º= 3.14/3.14

= S/180º= 1

Despejamos:

$S = 1(180^\circ) = 180^\circ$

Nuestra respuesta coincide con la del libro.

Pasemos a la respuesta b):

$S/180^\circ = R/\pi$

Sustitución:

$S/180^\circ = 9.42/3.14$

$= 3$

Despejamos

$S = 3(180^\circ) = 540^\circ$

Nuestra respuesta coincide con la del libro.

2. EXPRESAR LOS SIGUIENTES ÁNGULOS EN EL SISTEMA CIRCULAR:

a) 45º
b) 135º

El libro Geometría y Trigonometría de Baldor, suministra la respuesta a) que es 0.785 rad; y la respuesta b) que es 2.35 rad.

Mis respuestas:

En las páginas 23-24 de Geometría y Trigonometría de Baldor leemos: *"Sistema circular. En este sistema se usa como unidad el ángulo llamado radian. "Un radian es el ángulo cuyos lados comprenden un arco cuya longitud es igual al radio de la circunferencia. "Como la longitud de una circunferencia es 2π radios, resulta que un ángulo de 360º equivale a 2π radianes, es decir, 6.28 radianes, dándole a π el valor de 3.14"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

Partimos de la fórmula siguiente:

$S/180^\circ = R/\pi$

Sustitución:

$45^\circ/180^\circ = R/\ 3.14$

$R = (3.14)(45/180) = 0.785$ rad.
Nuestra respuesta coincide con la del libro.

Pasemos a la respuesta b):

S/180º= R/π
135º /180º= R/3.14

R= 2.355 Rad.

Nuestra respuesta coincide con la del libro.

5. HALLAR LOS COMPLEMENTOS DE LOS SIGUIENTES ÁNGULOS:

a) 18º

b) 36º52’

c) 48º39’15’’

El libro suministra la respuesta a) que es 72º; la respuesta b) que es 53º8’; y la respuesta c) que es 41º20’45’’.

Mis respuestas

Es conveniente que veamos los conceptos de ángulos complementarios y de complemento de un ángulo. Esta orientación la encontramos en la página 25 del libro Geometría y Trigonometría de Baldor. Leemos: *“Son dos ángulos que sumados valen un ángulo recto, es decir, 90º”*. (Comillas y cursiva son nuestras). Y agrega: *“Se llama complemento de un ángulo a lo que le falta a éste para igualar un ángulo recto”*. (Comillas y cursiva son nuestras). Comencemos a formular las respuestas:

Respuesta a)

90º-18º= 72º

Nuestra respuesta coincide con la del libro.

Vamos a la respuesta b):

90º-36º= 54º

Reducimos un grado de los 54, para convertirlo en minutos y tendremos:

54º-1º= 53º

1º= 60’, por tanto,

60’-52’= 8’

Resultado final: 53º8’.

Nuestra respuesta coincide con la del libro.

Vamos a la respuesta c):

90º-48º= 42º

Reducimos un grado de los 42, para convertirlo en minutos y tendremos:

42º-1º= 41º
1º= 60’

Reducimos un minuto de los 60, para convertirlo en segundos y tendremos:

1’= 60’’, por tanto,

59’-39’= 20’

También tendremos 60’’-15’’= 45’’

Resultado final: 41º20’45’’.

Nuestra respuesta coincide con la del libro.

6. ENCONTRAR LOS SUPLEMENTOS DE LOS SIGUIENTES ÁNGULOS:

a) 78º

b) 92º15’

c) 123º9’16’’

El libro aporta las siguientes respuestas:

a) 102º;

b) 87º45’

c) 56º50’44’’

Mis respuestas:

Para formular respuestas correctas es conveniente que busquemos algunas orientaciones en el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. ¿Qué son ángulos suplementarios? En la página 26 leemos: *"Son los ángulos que sumados valen dos ángulos rectos, es decir, 180º"*. (Comillas y cursiva son nuestras). ¿Qué significa suplemento de un ángulo? El libro responde: *"Es lo que le falta al ángulo para valer dos ángulos rectos"*. (Comillas y cursiva son nuestras). Comencemos, pues:

a) 180º-78º= 102º

b) 180º-92º= 88º

88-1= 87º

1= 60'

60'-15'= 45'

Resultado final: 87º45'.

c) 180º-123= 57º

57º -1º = 56º

1º = 60'

60'-9'= 51'

51'-1'= 50'

50'-1'= 49'

1'= 60''

60''-16''= 44''

56º 50'44''.

Nuestras respuestas coinciden con las del libro.

7. SI EL ÁNGULO ∠AOB ES RECTO Y EL ÁNGULO AOC Y EL ÁNGULO BOC ESTÁN EN LA RELACIÓN 4:5, ¿CUÁNTO VALE CADA ÁNGULO?

El libro Geometría y Trigonometría de Baldor aporta las siguientes respuestas: el ángulo AOC= 40º y el ángulo BOC= 50º.

Mi respuesta:

Como el ángulo AOB es recto, vale 90º; y los otros dos ángulos guardan una relación 4:5, entonces el ángulo AOC vale 40º y el ángulo BOC vale 50º.

Nuestras respuestas coinciden con las del libro.

11. HALLAR EL ÁNGULO QUE ES IGUAL A SU COMPLEMENTO

Mi respuesta:

Es conveniente que veamos los conceptos de ángulos complementarios y de complemento de un ángulo. Esta orientación la encontramos en la página 25 del libro Geometría y Trigonometría de Baldor. Leemos: *"Son dos ángulos que sumados valen un ángulo recto, es decir, 90º"*. (Comillas y cursiva son nuestras). Y agrega: *"Se llama complemento de un ángulo a lo que le falta a éste para igualar un ángulo recto"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

Si estamos hablando de complemento debemos partir de que el total de grados se relaciona con 90 grados, que es lo que mide un ángulo recto. De modo, que encontrar el ángulo que es igual a su complemento, no puede ser otro que mida 45 grados, es decir, ambos deben medir 45 grados.

12. ENCONTRAR EL ÁNGULO QUE ES EL DOBLE DE SU COMPLEMENTO

Mi respuesta:

Ese ángulo es de 60º que es igual al doble de su complemento (30º). Comprobación: 30x2= 60º.

13. HALLAR EL ÁNGULO QUE ES IGUAL A LA MITAD DE SU COMPLEMENTO

Mi respuesta:

Ese ángulo es de 30º que es igual a la mitad de su complemento. El complemento es el ángulo de 60º. Comprobación 60/2= 30º.

14. UN ÁNGULO Y SU COMPLEMENTO ESTÁN EN RELACIÓN 5:4. HALLAR DICHO ÁNGULO Y SU COMPLEMENTO

Mi respuesta:

Aquí estamos hablando de 90º, donde el ángulo y su complemento están en una relación de 5:4, por tanto, el ángulo vale 50º y su complemento 40º, que sumados totalizan 90º.

15. HALLAR EL ÁNGULO QUE ES IGUAL A SU SUPLEMENTO

Para formular respuestas correctas es conveniente que busquemos algunas orientaciones en el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. ¿Qué son ángulos suplementarios? En la página 26 leemos: *"Son los ángulos que sumados valen dos ángulos rectos, es decir, 180º"*. (Comillas y cursiva son nuestras). ¿Qué significa suplemento de un ángulo? El libro responde: *"Es lo que le falta al ángulo para valer dos ángulos rectos"*. (Comillas y cursiva son nuestras). Comencemos, pues:

Mi respuesta:

Sin son ángulos suplementarios lo que vale uno más lo que vale el otro, el total es 180º; en consecuencia si son iguales, uno será de 90º y el otro también será de 90º.

16. ENCONTRAR EL ÁNGULO QUE ES IGUAL A LA MITAD DE SU SUPLEMENTO

Mi respuesta:

El ángulo es de 60º y el suplemento es de 120º; la suma es 180º.

17. HALLAR EL ÁNGULO QUE ES IGUAL AL DOBLE DE SU SUPLEMENTO

Mi respuesta:

El ángulo es de 120º y el suplemento es de 60º.

18. UN ÁNGULO Y SU SUPLEMENTO ESTÁN EN RELACIÓN 5:1. HALLARLOS.

Mi respuesta:

Estamos hablando de 180º. Como la relación es de 5:1, los números son 150 y 30, porque 150/30= 5; por tanto, el ángulo es de 150º y el suplemento es de 30º.

19. DOS ÁNGULOS ESTÁN EN RELACIÓN 3:4 Y SU SUMA ES IGUAL A 70º. HALLARLOS.

Mi respuesta:

Como la relación es 3:4, los números son 30 y 40, por lo que los ángulos valen 30º y 40º, que sumados totalizan 70º.

20. DOS ÁNGULOS SE ENCUENTRAN EN RELACIÓN 4:9 Y SU SUMA ES IGUAL A 130º. HALLARLOS.

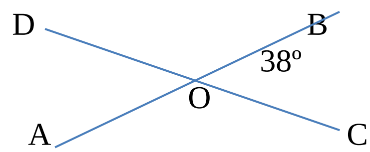
Mi respuesta:

Como la relación es 4:9 y su suma es 130º, los ángulos valen 40º y 90º, y de este modo 40+90= 130º.

EJERCICIO ADICIONAL 9
(Generalidades, pp. 26-27)

El ejercicio adicional 9 se encuentra ubicado en la página E-16 y toca los temas presentados en las páginas 26-27 del Capítulo II (ÁNGULOS) del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. Este ejercicio enfatiza en el teorema 2, los ángulos opuestos por el vértice, el teorema 3 y ángulos consecutivos. Comencemos:

DE LA FIGURA OBTENER:



1. El valor del ángulo AOD

Tenemos el valor del ángulo COB, que es 38º. Nos pide el libro que obtengamos el valor del ángulo AOD. Pero resulta que ambos ángulos son opuestos por el vértice. Y, si son opuestos por el vértice, afirma el libro de Geometría y trigonometría de Baldor, en la página 26, que *"Son dos ángulos tales que los lados de uno de ellos son las prolongaciones de los lados del otro"*. (Comillas y cursiva son nuestras). De hecho son iguales. Esto queda confirmado por el teorema 3 que reza del modo siguiente: *"Los ángulos opuestos por el vértice son iguales"*. La demostración de este teorema se lleva a efecto en la página 27 del libro Geometría y trigonometría de Baldor.

Por tanto, no podemos menos que hacer la siguiente aseveración: los ángulos COB y AOD, como son opuestos por el vértice son iguales; en consecuencia el ángulo AOD también vale 38º.

Más aún: En el problema que nos ocupa, ¿cómo demostramos que los ángulos AOD y BOC son iguales para desde aquí determinar cuánto mide el ángulo AOD? Veamos:

Primero, formulación de un teorema:

Ante todo debemos recordar el concepto de teorema, que el libro que estamos estudiando Geometría-Trigonometría de Baldor, nos otorga en la página 8: *"Es una proposición que puede ser demostrada. La demostración consta de un conjunto de razonamientos que conducen a la evidencia de la verdad de la proposición. <u>En el enunciado de todo teorema se distinguen dos partes: la hipótesis, que es lo que se supone, y la tesis, que es lo que se quiere demostrar</u>"*. (Comillas y el subrayado son nuestros).

Pensamos que el teorema, en base a los datos que nos suministra el libro en el problema 1, podría rezar del modo siguiente: Los ángulos opuestos por el vértice son iguales.

Segundo, formulación de la hipótesis:

∠ AOD y ∠BOC son opuestos por el vértice.

Tercero, formulación de la tesis:

∠AOD= ∠BOC

Cuarto, demostración de la tesis:

∠AOD + ∠BOD= 2R (dos ángulos rectos), por ser ángulos adyacentes. (El libro que estamos estudiando, *Geometría-Trigonometría* de Baldor, en la página 24 dice: que los ángulos adyacentes *"Son los que están formados de manera que un lado es común y los otros dos lados pertenecen a la misma recta"*. (Comillas y cursiva son nuestras). Trasponiendo tendremos: ∠AOD = 2R-∠BOD. Sustitución y trasponiendo: ∠BOC+∠BOD = 2R Adyacentes. Trasponiendo nuevamente tendremos: ∠BOC = 2R-∠BOD.

Resumiendo:
∠AOD = 2R-∠BOC
∠BOC = 2R-∠BOD

Y aplicamos el carácter transitivo de la igualdad, para decir que:
∠AOD = ∠BOC, lo cual quería demostrar.

Siendo así las cosas, el ángulo AOD mide también 38º.

2. EL VALOR DEL ∠DOB

Primero, formulación de un teorema:

Ante todo debemos recordar el concepto de teorema, que el libro que estamos estudiando Geometría-Trigonometría de Baldor, nos otorga en la página 8: *"Es una proposición que puede ser demostrada. La demostración consta de un conjunto de razonamientos que conducen a la evidencia de la verdad de la proposición. <u>En el enunciado de todo teorema se distinguen dos partes: la hipótesis, que es lo que se supone, y la tesis, que es lo que se quiere demostrar</u>"*. (Comillas y el subrayado son nuestros).

Pensamos que el teorema podría rezar del modo siguiente: Dos ángulos adyacentes son suplementarios.

Hipótesis:

Los ángulos DOB y BOC son ángulos adyacentes.

Tesis: DOB+BOC= 180 grados.

Demostración:

$\angle DOB + \angle BOC = \angle DOA$ (1) Por suma de ángulos.

$\angle DOA = 180$ grados (2) ángulo llano.

Luego, $\angle DOB + BOC = 180$ grados, por el axioma que dice: dos cosas iguales a una tercera son iguales entre sí (carácter transitivo de la igualdad).

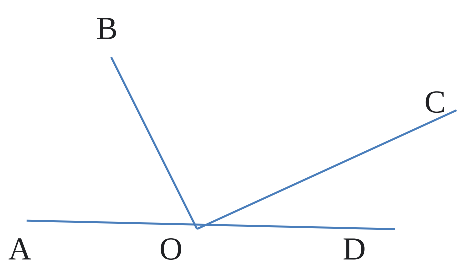
Ahora podemos hacer el cálculo que nos pidieron. DOB= 180 grados- BOC= 180-38= 142 grados.

3. EL VALOR DEL ÁNGULO AOD + ÁNGULO DOB

Mi respuesta:

Como ya tenemos esos valores podemos realizar la suma: 38 grados+142 grados= 180 grados.

4. ¿Se puede decir que los ángulos AOB y DOC son consecutivos?



Ante todo debemos tener un concepto claro de que son ángulos consecutivos. El libro que estamos estudiando, *Geometría-Trigonometría* de Baldor, en la página 27 dice: *"Dos ángulos se llaman consecutivos si sólo tienen un lado común"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

No son consecutivos debido a que no tienen un lado común.

5. De la figura anterior, ¿Cuáles ángulos son consecutivos y por qué? Son consecutivos: AOB, BOC y COD, porque solo tienen un lado común.

EJERCICIO ADICIONAL 10
(28-31)

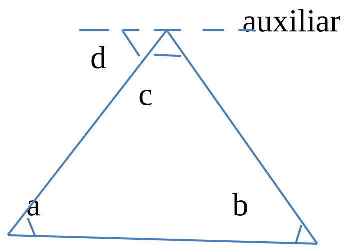
Ejercicios adicionales

1. DADO EL SIGUIENTE TEOREMA, DEMOSTRARLO EMPLEANDO LOS CONCEPTOS DE HIPÓTESIS, TESIS, CONSTRUCCIÓN AUXILIAR Y DEMOSTRACIÓN.

Teorema:

La suma de los ángulos internos de un triángulo es 180 grados.

Gráfica:



Aprovechar la propiedad de que el ángulo a es igual al ángulo d por ser ángulos alternos internos.

Primero, formulación de un teorema:

Ante todo debemos recordar el concepto de teorema, que el libro que estamos estudiando Geometría-Trigonometría de Baldor, nos otorga en la página 8: *"Es una proposición que puede ser demostrada. La demostración consta de un conjunto de razonamientos que conducen a la evidencia de la verdad de la proposición. <u>En el enunciado de todo teorema se distinguen dos partes: la hipótesis, que es lo que se supone, y la tesis, que es lo que se quiere demostrar</u>"*. (Comillas, cursiva y el subrayado son nuestros).

Pensamos que el teorema podría rezar del modo siguiente: La suma de los ángulos internos de un triángulo es 180 grados.

Hipótesis:

Los ángulos a, b, y c son ángulos internos.

Tesis:

a+b+c= 180 grados.

Demostración:

a+b+c= 180 grados

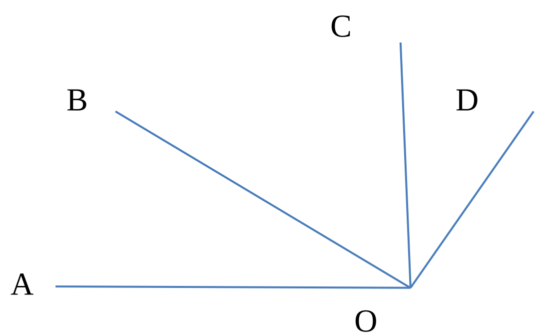
Pero debemos precisar que el ángulo a= ángulo d, debido a que son ángulos internos alternos. Sustituyamos al ángulo a por su igual el ángulo d y pasemos el ángulo b al segundo miembro, para tener:

c+d= 180 grados-b, sabiendo que los ángulos c y d son adyacentes.

Sustituimos a d por su igual a y pasamos al primer miembro el ángulo b y tendremos:

a+b+c= 180 grados, lo cual queríamos demostrar.

2. DE LA FIGURA SIGUIENTE:

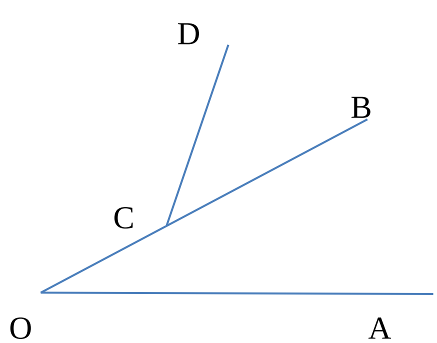


¿CUÁL ES EL ÁNGULO IGUAL AL ÁNGULO AOD- COD?

Mi respuesta:

AOB+BOC.

4. ¿PODRÍA ASEGURARSE QUE LOS ÁNGULOS AOB Y BCD SON ADYACENTES? DAR RAZONES.



El libro que estamos estudiando, *Geometría-Trigonometría* de Baldor, en la página 24 dice: que los ángulos adyacentes *"Son los que están formados de manera que un lado es común y los otros dos lados pertenecen a la misma recta"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

Pienso que no son adyacentes. Pudiera decirse que más o menos tienen el mismo lado común, pero los otros dos lados no pertenecen a la misma recta.

EJERCICIOS CORRESPONDIENTES AL CAPÍTULO III (PERPENDICULARIDAD Y PARALELISMO) (pp. 32-46)

Introducción

El capítulo III comienza en la página 32 y concluye en la 46; mientras que los ejercicios correspondientes a dicho capítulo comienzan en la página 44 y llegan hasta la 46.

Requerimientos y respuestas

1. ¿TIENE LA PERPENDICULARIDAD LA PROPIEDAD RECÍPROCA? ¿Y LA PROPIEDAD IDÉNTICA?

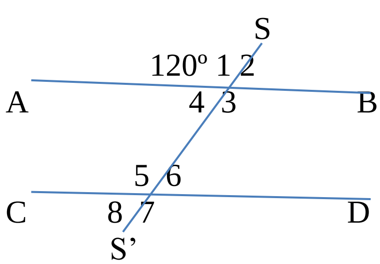
El libro suministra dos respuestas. La primera, sí; la segunda, no.

Mis respuestas:

¿En qué consiste la propiedad recíproca? El libro Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 33 dice: *"CARÁCTER RECÍPROCO DE LA PERPENDICULARIDAD: Si una recta es perpendicular a otra, ésta es perpendicular a la primera"*. (Comillas y cursiva son nuestras). Indiscutiblemente la primera respuesta es sí. Coincidimos con la respuesta del libro.

Para la segunda respuesta partiremos de un ejemplo. Si tenemos una figura, como la 33, de la página 33 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, y la denominamos AB y un punto P fuera de ella. Entre todas rectas que pasan por P y cortan a la recta AB, admitimos que solo una, CD, es perpendicular a AB, por consiguiente no puede ser idéntica a otra recta que no es perpendicular, es más bien oblicua. Desde este punto de vista, la respuesta es no; coincidimos nuevamente con la respuesta del libro.

2. SI AB ES || PARALELA A CD, SS' ES UNA SECANTE Y EL ÁNGULO 1= 120º; HALLAR LOS OTROS ÁNGULOS.



El libro presenta las siguientes respuestas:

Ángulo 2= ángulo 4= ángulo 6= ángulo 8= 60º
Ángulo 3= ángulo 5= ángulo 7= 120º

Mis respuestas:

Hagamos una discusión. Antes de ventilar cualquier asunto, debemos examinar los datos del problema. Aquí es presentado un dato muy relevante. ¿Cuál? Que el ángulo 1 vale 120 grados, por tanto, los ángulos que sean iguales al ángulo 1, como el 3, el 5 y el 7 también valdrán 120 grados. ¿Cuántos grados quedarían de 180? Simplemente 180 -120= 60 grados, en consecuencia, el resto de ángulos valdrán 60 grados. Esto es lo que aclara la razón por la cual el libro que estamos estudiando, Geometría y trigonometría de Baldor, en su respuesta forma dos bloques de ángulos. Un bloque vale 60 grados y el otro bloque 120 grados.

Ahora sí podemos comenzar la discusión. El libro, en la página 44, nos muestra una figura que justamente corresponde al ejercicio 2 que nos ocupa.

Allí vemos la recta AB que es paralela a la recta CD. Tengo la impresión que en el ejercicio 2 estamos ante ángulos llanos.

El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 25, nos dice respecto al ángulo llano que éste: *"Es aquel en el cual un lado es la prolongación del otro*. *Mide 180º"*. (Comillas y cursiva son nuestras). Estas características las advertimos en los ángulos llanos engendrados tanto en la recta AB, como en la recta CD.

Igualmente la figura contiene la recta secante SS'. ¿Qué es una secante? En la página 40 del libro leemos: *"Al cortar dos rectas, con una tercera recta llamada secante, se forman ocho ángulos. Cuatro en cada punto de intersección".* (Comillas y cursiva son nuestras). ¿Cuántos ángulos hay en la figura dada? Efectivamente ocho (8).

Más adelante, pero en la misma página 40, el libro va identificando los ángulos internos, los externos, los alternos, los conjugados y los correspondientes. Identifiquémoslos en la figura que nos han dado para el ejercicio 2, en la página 44. Comencemos:

Ángulos internos: ángulo 4 y ángulo 3, ángulo 6 y ángulo 5;

Ángulos externos: ángulo 1 y ángulo 2, ángulo 7 y ángulo 8;

Ángulos alternos: ángulo 3 y ángulo 5, ángulo 4 y ángulo 6, ángulo 1 y ángulo 7, ángulo 2 y ángulo 8;

Los ángulos alternos pueden ser:

Alternos internos (ángulo 3 y ángulo 5; ángulo 4 y ángulo 6) y alternos externos (ángulo 1 y ángulo 7; ángulo 2 y ángulo 8).

Ángulos correspondientes: ángulo 1 y ángulo 5, ángulo 2 y ángulo 6; ángulo 4 y ángulo 8, ángulo 3 y ángulo 7.

Ángulos conjugados internos: ángulo 4 y ángulo 5; ángulo 3 y ángulo 6.

Ángulos conjugados externos: ángulo 1 y ángulo 8, ángulo 2 y ángulo 7.

Respecto a los ángulos correspondientes, el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 41, nos orienta del modo siguiente: *"Toda secante forma con dos paralelas ángulos correspondientes iguales"*. (Comillas y cursiva son nuestras). Y como este postulado dice que los ángulos correspondientes son iguales, tendremos:

Ángulo 1= ángulo 5; ángulo 2= ángulo 6.
Ángulo 4= ángulo 8; ángulo 3= ángulo 7.

Continuemos la discusión. La primera respuesta del libro implica: Ángulo 2= ángulo 4= ángulo 6= ángulo 8= 60º.

¿Por qué el ángulo 2= ángulo 4, en la respuesta del libro? ¿Es correcto este planteamiento? Claro, porque tales ángulos son opuestos por el vértice. Oigamos el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, página 26: *"Son dos ángulos tales que los lados de uno de ellos son las prolongaciones de los lados del otro".* (Comillas y cursiva son nuestras).

Y en la página 27, el libro agrega el teorema 3: *"Los ángulos opuestos por el vértice son iguales"*. (Comillas y cursiva son nuestras). Este teorema fue demostrado en la misma página 27, acudiendo al criterio de lo adyacente y al carácter transitivo de la igualdad.

Discutamos ahora el planteo consistente en la igualdad de los ángulos 4 y 6. Estos ángulos son alternos internos, de los que se deriva el teorema 8, página 41: *"Toda secante forma con dos paralelas ángulos alternos internos iguales".* (Comillas y cursiva son nuestras). Este teorema aparece demostrado en las páginas 41-42, apoyándose en la igualdad de ángulos a partir de ser opuestos por el vértice, ángulos correspondientes y la transitividad.

Finalmente la respuesta del libro incluye que el ángulo 6 es igual al ángulo 8, esto es correcto en virtud de que son ángulos opuestos por el vértice.

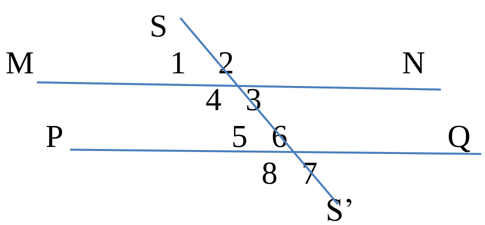
Quiere decir, entonces, que los ángulos 2, 4, 6 y 8, representan los restantes 60º, que sumados a los 120º del ángulo 1 nos proporciona un total de 180º, que es lo que mide un ángulo llano. De hecho ya sabemos cuánto miden cinco (5) ángulos de la figura del ejercicio 2, que son los siguientes ángulos: 1, 2, 4, 6 y 8; solamente nos faltan los tres (3) ángulos siguientes: 3, 5 y 7.

El libro, precisamente, en la segunda respuesta nos ha indicado que esos tres ángulos son iguales. Veamos: ¿Es cierto que el ángulo 3 es igual que el ángulo 5? Sí es cierto, debido a que son ángulos alternos internos, de los que se deriva el teorema 8, página 41: *"Toda secante forma con dos paralelas ángulos alternos internos iguales".* (Comillas y cursiva son nuestras). Este teorema aparece demostrado en las páginas 41-42, apoyándose en la igualdad de ángulos a partir de ser opuestos por el vértice, ángulos correspondientes y la transitividad.

¿Es cierto que el ángulo 5 es igual que el ángulo 7? Sí, es cierto. En la página 27, el libro plantea el teorema 3: *“Los ángulos opuestos por el vértice son iguales”*. (Comillas y cursiva son nuestras). Este teorema fue demostrado en la misma página 27, acudiendo al criterio de lo adyacente y al carácter transitivo de la igualdad. ¿Por qué estos tres (3) ángulos miden 180º? Porque debemos recordar que estamos trabajando con dos ángulos llanos; ya resolvimos el primero con un total de 180º e igualmente, en el segundo caso estaríamos hablando de otro ángulo llano que mide 180º.

Las respuestas aportadas por el libro son correctísimas.

3. SI MN ES PARALELA A PQ, SS’ ES UNA SECANTE Y EL ÁNGULO 7= (ÁNGULO 8)/2, HALLAR LOS OTROS ÁNGULOS.



El libro aporta las respuestas siguientes:

Ángulo 1= ángulo 3= ángulo 5= ángulo 7= 60º.

Ángulo 2= ángulo 4= ángulo 6= ángulo 8= 120º.

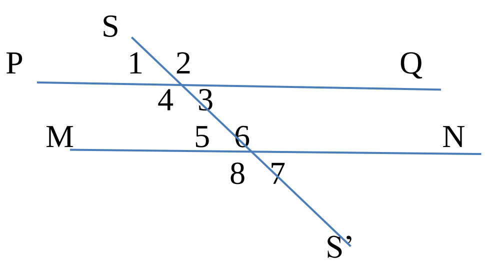
Mis respuestas:

Hagamos una discusión. Al igual que en el problema 2, debemos observar los datos aportados por el mandato del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en el problema 3. Los datos están muy claros. Nos dicen que el valor del ángulo 7 es igual a la mitad del valor del ángulo 8, en otras palabras el valor del ángulo 8 duplica el valor del ángulo 7, luego si el bloque de ángulos en que se encuentra ubicado el ángulo 7, deberá medir 60 grados. ¿Por qué? Porque sería la mitad del valor que ostentará el otro bloque de ángulos donde se encuentra el ángulo 8, que sería 120 grados, o sea, el doble de lo que mediría el bloque donde se encuentra el ángulo 7. No debemos olvidar que la suma de los valores de ambos bloques debe ser igual a 180 grados (60+120= 180 grados).

Ahora podemos iniciar la discusión. La respuesta del libro, Geometría y Trigonometría de Baldor, indica que el ángulo 1 es igual al ángulo 3. ¿Es cierto? Claro, porque son dos ángulos opuestos por el vértice. ¿Es cierto que el ángulo 3 es igual al ángulo 5? Sí, puesto que son ángulos alternos internos. ¿Podemos afirmar que el ángulo 5 es igual al ángulo 7? Sí, ya que son ángulos opuestos por el vértice. Estos cuatro (4) ángulos, según el libro, miden en total 60º. Y como se trata de ángulos llanos, equivalentes a 180º, tendremos 180-60= 120º, es decir, los restantes cuatro ángulos deberán medir un total de 120º.

Respecto a la segunda respuesta, el libro dice que el ángulo 2 es igual al ángulo 4. ¿Es correcta esta aseveración? Sí, puesto que son dos ángulos opuestos por el vértice. Dice el libro que el ángulo 4 es igual al ángulo 6. ¿Acaso es cierta esta afirmación? Sí, debido a que son ángulos alternos internos. Finalmente, ¿es verdad que el ángulo 6 es igual al ángulo 8? Correcto, son ángulos opuestos por el vértice. Estos últimos cuatro (4) ángulos deberán medir 120º, que sumados a los 60º ya calculados, tenemos los 180º del ángulo llano.

4. SI PQ ES PARALELA A MN, SS´ ES UNA SECANTE Y EL ÁNGULO 1 ES IGUAL A 5X, EL ÁNGULO 6 ES IGUAL A 13X, HALLAR TODOS LOS ÁNGULOS.



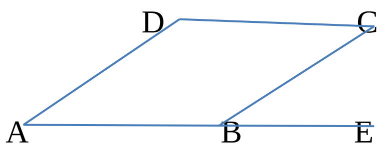
El libro aporta las respuestas siguientes:

Ángulo 1= ángulo 3= ángulo 5= ángulo 7= 50º.
Ángulo 2= ángulo 4= ángulo 6= ángulo 8= 130º.

Mis respuestas:

Hagamos una discusión. ¿Es cierto que el ángulo 1 es igual al ángulo 3? Sí, porque son ángulos opuestos por el vértice. ¿Es verdad que el ángulo 3 es igual al ángulo 5? Sí, debido a que son ángulos alternos internos. ¿Es correcto decir que el ángulo 5 es igual al ángulo 7? Sí, porque son ángulos opuestos por el vértice. Y como el ángulo 1 es igual a 5x, esto quiere decir que la relación es de 5 a 1, por tanto, dichos ángulos se ven asociados con 50º. En la segunda respuesta el libro dice que el ángulo 2= ángulo 4= ángulo 6= ángulo 8, ¿es cierto? Claro, puesto que son ángulos opuestos por el vértice, ángulos alternos internos, y opuestos por el vértice. Y como estamos hablando de ángulos llanos, teniendo copado 50 grados en los primeros cuatro ángulos, entonces el suplemento sería de 130º para los restantes cuatro ángulos.

7. SI AD ES PARALELA BC, CD ES PARALELA AB, EL ÁNGULO BAD= 2X Y EL ÁNGULO ABC= 6X, HALLAR: EL ÁNGULO ABC, EL ÁNGULO BCD, EL ÁNGULO CDA, EL ÁNGULO DAB.



El libro suministra las siguientes respuestas:

Primera, el ángulo ABC= al ángulo CDA= 135º.

Segunda, el ángulo BCD= al ángulo DAB= 45º.

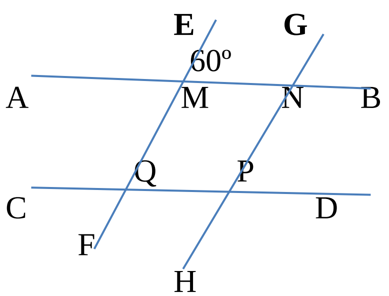
Mis respuestas:

Hagamos una discusión.

Pareciera que los ángulos BCD y DAB están relacionados con ángulos que en total miden 90º; luego podemos afirmar que BCD= DAB= 45º; en cambio, los ángulos ABC y CDA están referidos a ángulos que miden 180º; por consiguiente, 180-45= 135º. Esto es lo que miden ABC=CDA= 135º.

Coincidimos con las respuestas del libro.

8. SI AB ES PARALELA A CD, EF ES PARALELA GH Y EL ÁNGULO EMN= 60º, HALLAR EL ÁNGULO HPD.



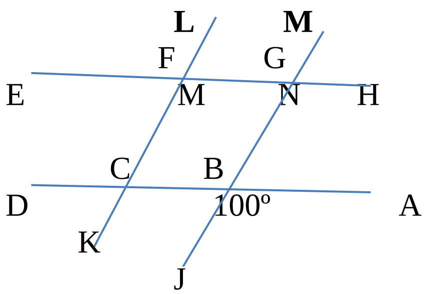
Respuesta del libro:

Angulo HPD= 120º.

Mi respuesta:

Si el ángulo EMN= 60º y HPD es el suplemento de EMN, entonces HPD= 120º, porque 60+120= 180º.

9. SI EH ES PARALELA DA, LK ES PARALELA MJ Y EL ÁNGULO ABJ= 100º, HALLAR EL ÁNGULO FGB Y EL ÁNGULO CFG.



Respuesta del libro:

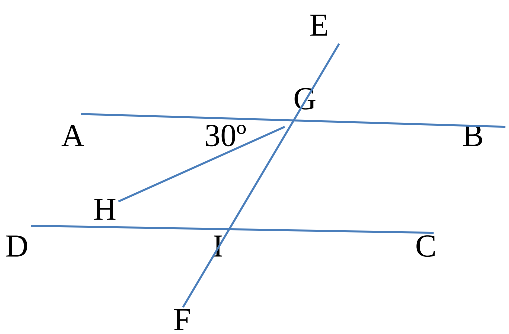
Ángulo FGB= 80º.
Ángulo CFG= 100º.

Mis respuestas:

El ángulo ABJ= 100º y como estamos ante un paralelogramo, es igual al ángulo CFG, por lo que CFG= 100º, mientras que ángulo FGB, adyacente al ABJ, medirá 180-100= 80º.

Mis respuestas coinciden con las del libro.

10. SI AB ES PARALELA CD, EF ES UNA SECANTE, GH ES UNA BISECTRIZ DEL ÁNGULO AGI Y EL ÁNGULO AGH= 30º, HALLAR EL ÁNGULO CIF.



Respuesta del libro:

Ángulo CIF= 120º.

Mi respuesta:

Como la bisectriz divide el ángulo AGI en dos partes iguales, esto quiere decir que si el ángulo AGH= 30º, entonces el ángulo AGI= 60º. De modo, que el ángulo CIF será igual a 180-60= 120º, puesto que son ángulos suplementarios.

Mi respuesta coincide con la del libro.

EJERCICIO ADICIONAL 11
(pp. 32-35)

Introducción

Este ejercicio tiene su fundamento en las páginas 32-35 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. En dichas páginas se desarrolla parte del capítulo III, relacionado con PERPENDICULARIDAD Y PARALELISMO.

Preguntas o mandatos y respuestas

1. ¿CUÁNDO DECIMOS QUE DOS RECTAS SON PERPENDICULARES?

Mi respuesta:

El libro que estamos estudiando, Geometría-Trigonometría de Baldor, en la página 32 dice: *"Se dice que dos rectas son perpendiculares cuando al cortarse forman cuatro ángulos iguales. Cada uno es un ángulo recto"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

2. SI POR UN PUNTO EXTERIOR A UNA RECTA TRAZAMOS UNA PERPENDICULAR Y VARIAS OBLICUAS, ¿SERÁ MAYOR ALGUNA DE LAS OBLICUAS DE LA PERPENDICULAR DEL PUNTO A LA RECTA?

Mi respuesta:

El libro que estamos estudiando, Geometría-Trigonometría de Baldor, en la página 32 nos aporta el concepto de oblicua: *"Si dos rectas se cortan y no son perpendiculares se dice que son oblicuas"*. (Comillas y cursiva son nuestras). La respuesta es afirmativa.

3. SI LA RECTA CD ES PERPENDICULAR A LA RECTA AB, ¿SERÁ LA RECTA AB PERPENDICULAR A CD? ¿POR QUÉ?

Mi respuesta:

La respuesta es afirmativa, por lo que dice el libro que estamos estudiando, Geometría-Trigonometría de Baldor, en la página 33, sobre el carácter recíproco de la perpendicularidad. Aclara que: *"Si una recta es perpendicular a otra, ésta es perpendicular a la primera"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

4. ¿CUÁNTAS PERPENDICULARES A UNA RECTA PODEMOS TRAZAR QUE TENGAN LA PROPIEDAD DE PASAR POR UN PUNTO EXTERIOR A DICHA RECTA?

Mi respuesta:

Solamente una perpendicular. El libro que estamos estudiando, *Geometría-Trigonometría* de Baldor, en la página 33, enfatiza en el siguiente postulado: *"Por un punto fuera de una recta, en un plano, pasa una perpendicular a dicha recta y sólo una"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

EJERCICIO ADICIONAL 12
(pp. 35-36)

Introducción

Este ejercicio se fundamenta en las páginas 35-36 del libro que estamos estudiando Geometría y Trigonometría de Baldor. Dichas páginas forman parte del mismo capítulo III, relacionado con PERPENDICULARIDAD Y PARALELISMO.

Preguntas o mandatos y respuestas

1. ¿CUÁL ES LA DISTANCIA MÁS CORTA QUE HAY DE UN PUNTO A UNA RECTA?

Mi respuesta:

La respuesta se encuentra en la página 35 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, donde leemos que la distancia de un punto a una recta*, "Es la longitud del segmento perpendicular trazado desde el punto a la recta. Este segmento tiene las propiedades de ser único y el menor posible".* (Comillas y cursiva son nuestras).

2. ¿CUÁNDO DECIMOS QUE DOS RECTAS SON PARALELAS?

Mi respuesta:

La respuesta se encuentra en la página 35 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, donde leemos que *"…dos rectas de un plano son paralelas cuando al prolongarlas no tienen ningún punto común"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

3. ¿QUÉ PROPIEDAD ES AQUELLA POR LA CUAL ACEPTAMOS QUE TODA RECTA ES PARALELA A SÍ MISMA?

Mi respuesta:

La respuesta se encuentra en la página 35 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, donde leemos que *"Se acepta que toda recta es paralela a sí misma. Esta propiedad se llama propiedad idéntica".* (Comillas y cursiva son nuestras).

4. ¿CUÁNTAS PARALELAS A UNA RECTA DADA SE PUEDEN TRAZAR POR UN PUNTO EXTERIOR A DICHA RECTA?

Mi respuesta:

La respuesta se encuentra en la página 36 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, donde leemos el postulado de Euclides: *"Por un punto exterior a una recta pasa una sola paralela a dicha recta".* (Comillas y cursiva son nuestras).

5. SI DOS SEGMENTOS OBLICUOS SON IGUALES, ¿EQUIDISTAN SUS PIES DEL PIE DE LA PERPENDICULAR?

Mi respuesta:

La respuesta es afirmativa y es explicada por el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 33, en el punto 2, del teorema 6*: "Los segmentos de oblicuas cuyos pies equidistan del pie de la perpendicular son iguales"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

EJERCICIO ADICIONAL 13
(pp. 36-38)

Introducción

Este ejercicio se fundamenta en las páginas 36-38 del libro que estamos estudiando Geometría y Trigonometría de Baldor. Dichas páginas forman parte del mismo capítulo III, relacionado con PERPENDICULARIDAD Y PARALELISMO.

Preguntas o mandatos y respuestas

1. ¿QUÉ PODEMOS DECIR DE DOS RECTAS DE UN PLANO QUE SON PERPENDICULARES A UNA TERCERA?

Mi respuesta:

La respuesta es explicada por el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 36, en el teorema 7: *"Dos rectas de un plano, perpendiculares a una tercera, son paralelas entre sí"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

2. ¿CUÁNTAS PARALELAS A UNA RECTA DADA SE PUEDEN TRAZAR POR UN PUNTO EXTERIOR A DICHA RECTA?

Mi Respuesta:

La respuesta es explicada por el libro que estamos estudiando, *Geometría y Trigonometría* de Baldor, en la página 36, en el siguiente corolario: *"Por un punto exterior a una recta, pasa una paralela a dicha recta"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

3. ¿QUÉ PODEMOS DECIR DE DOS RECTAS PARALELAS A UNA TERCERA?

Mi respuesta:

La respuesta es explicada por el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 36, en el corolario I: *"Dos rectas paralelas a una tercera son paralelas entre sí"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

4. ¿CÓMO ES UNA PERPENDICULAR A UNA RECTA, RESPECTO A LAS PARALELAS DE ESTA RECTA?

Mi respuesta:

La respuesta es explicada por el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 37, en el corolario II: *"Si una recta corta a otra, corta también a las paralelas a ésta"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

5. EXPLICAR EN QUÉ CONSISTE EL MÉTODO DE REDUCCIÓN AL ABSURDO.

Mi respuesta:

La respuesta es explicada por el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 38. Dice: *"Consiste, en suponer lo contrario a lo que se quiere demostrar y, mediante un razonamiento, llegar a obtener una conclusión que se contradice con otros teoremas ya demostrados o con postulados admitidos"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

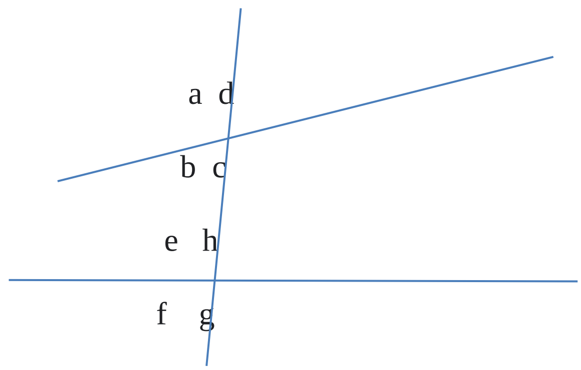
EJERCICIO ADICIONAL 15
(pp. 40-42)

Introducción

Este ejercicio se fundamenta en las páginas 40-42 del libro que estamos estudiando Geometría y Trigonometría de Baldor. Dichas páginas forman parte del mismo capítulo III, relacionado con PERPENDICULARIDAD Y PARALELISMO.

Preguntas o mandatos y respuestas

1. DADA LA FIGURA SIGUIENTE:



ESCRIBIR QUÉ TIPO DE ÁNGULOS SON:

a) b y h, e y c

b) b y c, e y h

c) a y d, f y g

d) a y e, d y h

e) c y h, b y e

Mi respuesta:

a) b y h, e y c

Son ángulos alternos internos.

b) b y c, e y h

Son ángulos internos.

c) a y d, f y g

Son ángulos externos.
d) a y e, d y h

Son ángulos correspondientes.

e) c y h, b y e

Son ángulos correspondientes.

3. DADA LA FIGURA, DEMOSTRAR QUE LA SUMA DE SUS ÁNGULOS INTERNOS ES 360 GRADOS.

Mi respuesta:

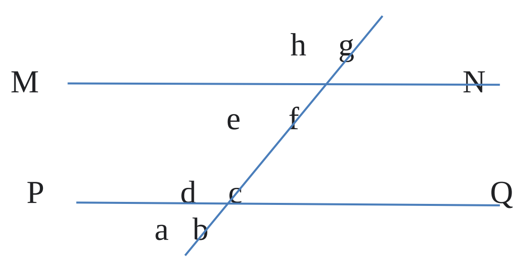
Tenemos cuatro (4) ángulos rectos (A, B, C y D) que miden, cada uno, 90 grados, luego su suma es igual a 360 grados.

4. SI LA RECTA MN ES PARALELA A LA RECTA PQ, DECIR QUÉ NOMBRE RECIBEN LOS ÁNGULOS:

a) d y h, a y c, c y g, b y f.

b) h y f, g y c, d y b, c y a.

c) f y d, e y c, h y b, g y a.



Mi respuesta:

a) d y h, a y c, c y g, b y f

Son ángulos correspondientes, pero los ángulos a y c no caben en este grupo, son alternos.

b) h y f, g y c, d y b, c y a
Son ángulos alternos, pero g y c no caben en este grupo, son correspondientes.

c) f y d, e y c, h y b, g y a.

Aquí tenemos ángulos alternos internos (f y d, e y c) y ángulos alternos externos (h y b, g y a)

5. SI EL ÁNGULO G= 49 GRADOS EN LA FIGURA DEL EJERCICIO ANTERIOR, ESCRIBA LOS VALORES DE LOS SIGUIENTES ÁNGULOS:

a) h

b) e

c) f

d) a

e) b

f) c

g) d

Mi respuesta:

a) h. El ángulo h es adyacente al ángulo g; pero sabemos que la suma de dos ángulos adyacentes equivale a 180 grados, puesto que son ángulos suplementarios. Por tanto: h= 180-49= 131 grados.

Mi respuesta:

b) e. El ángulo e es opuesto por el vértice al ángulo g, de donde se infiere que son iguales, por tanto el ángulo e mide 49 grados.

Mi respuesta:

c) f. El ángulo f y el ángulo e son adyacentes, lo que quiere decir que son suplementarios. La suma de ambos equivale a 180 grados. Por tanto, f= 180-49= 131 grados.

Mi respuesta:

d) a. El ángulo a es un ángulo alterno externo al ángulo g. El libro que estamos estudiando, *Geometría y Trigonometría* de Baldor, en la página 42 teorema 9, dice: *"Toda secante forma con dos paralelas ángulos alternos externos iguales"*. (Comillas y cursiva son nuestras). Luego, si son iguales, el valor del ángulo a es igual al valor que ostenta el ángulo g, es decir, a= 49 grados.

Mi respuesta:

e) b. El ángulo b y el ángulo a son adyacentes. Son suplementarios. Luego b= 180-49= 131 grados. También el ángulo b y el ángulo g son ángulos conjugados externos. El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 43 teorema 11, dice: *"Los ángulos conjugados externos, entre paralelas, son suplementarios"*. (Comillas y cursiva son nuestras). Por tanto, b= 180-49= 131 grados.

Mi respuesta:

f) c. El ángulo c y el ángulo g son ángulos correspondientes. A este respecto el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 40 establece el postulado siguiente: *"Toda secante forma con dos paralelas ángulos correspondientes iguales"*. (Comillas y cursiva son nuestras). Por tanto, los ángulos c y g son iguales. Siendo g= 49 grados, también será c igual a 49 grados. Asimismo, los ángulos a y c son opuestos por el vértice, son iguales. ¿Cuánto vale el ángulo a? 49 grados, por tanto, también c es igual a 49 grados.

Mi respuesta:

g) d. El ángulo d y el ángulo b, son opuestos por el vértice. Son iguales. Luego, d= 131 grados. También el ángulo d y el ángulo c, al ser adyacentes son suplementarios. Por tanto d= 180- 49= 131 grados.

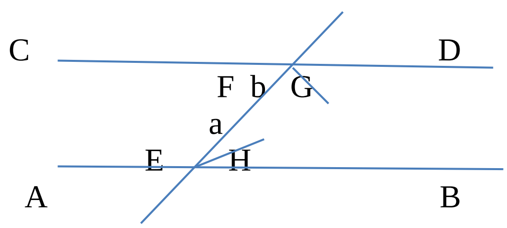
EJERCICIO ADICIONAL 16
(pp. 42-46)

Introducción

Este ejercicio se fundamenta en las páginas 42-46 del libro que estamos estudiando Geometría y Trigonometría de Baldor. Dichas páginas forman parte del mismo capítulo III, relacionado con PERPENDICULARIDAD Y PARALELISMO.

Requerimientos y respuestas:

1. DE LA FIGURA, SI LA RECTA GF ES LA BISECTRIZ DEL ÁNGULO EFD, EH ES LA BISECTRIZ DEL ÁNGULO BEF Y CD ES PARALELA A LA RECTA AB. DEMOSTRAR QUE EL ÁNGULO a + ÁNGULO b= 90 GRADOS.



Mi respuesta:

Para resolver el problema 1, tenemos que ir a la página 42 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. En dicha página se encuentra el teorema 10 que reza: *"Dos ángulos conjugados internos, entre paralelas, son suplementarios"*. (Comillas y cursiva son nuestras). Igualmente tenemos que recurrir al concepto de bisectriz que se encuentra en la pagina 22: *"Bisectriz de un ángulo es la semirrecta que tiene como origen el vértice y lo divide en dos ángulos iguales"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

Identifiquemos los ángulos conjugados internos. Tenemos el ángulo F que sería igual al ángulo E, pues son conjugados internos y son suplementarios. Por tanto, el ángulo F+angulo E= 2R. Igualmente, los ángulos a y b son suplementarios, pero como son resultados de una bisectriz no valen 2R, sino R. precisemos ahora las etapas solutorias:

Hipótesis:

F y E son ángulos conjugados internos.
a y b son ángulos conjugados internos.

Tesis:

F+E= 2R= 180 grados

a+b= 2R= 180 grados

Demostración:

a+E= 2R son ángulos adyacentes.
b=E son ángulos alternos internos

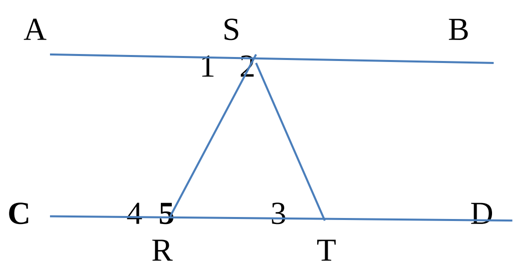
Sustituyendo:

a+b= 2R

Pero como los ángulos a y b son el resultado de bisectrices, tendríamos 2R/2= R, es decir:

a+b= R= 90 grados, lo cual quería demostrar.

3. SI LA RECTA AB ES PARALELA A CD, RS ES PERPENDICULAR ST, Y EL ÁNGULO 1= 55 GRADOS, INDICAR EL VALOR DE LOS SIGUIENTES ÁNGULOS.



a) ángulo 2

b) ángulo 3

c) ángulo 4

d) ángulo 5

Mi respuesta:

Ante todo precisemos algunas cosas. Los ángulos 1 y 5 son ángulos alternos internos, los cuales son iguales. Luego, el ángulo 5 tiene un valor de 55 grados. Los ángulos 4 y 5 son adyacentes, en consecuencia son suplementarios, por tanto, el ángulo 4 más el ángulo 5 suman 180 grados, lo que nos permite decir que 180-55= 125 grados, que constituyen el valor del ángulo 4. Los ángulos 5 y 2 constituyen ángulos alternos internos, los cuales son iguales. De aquí que el valor del ángulo 2 sea 55 grados. Si el triángulo RTS es isósceles entonces el lado RS es igual al lado ST, lo que provoca que los ángulos 5 y 3 sean iguales, en consecuencia el ángulo 3 tiene un valor de exactamente al valor del ángulo 5, es decir, 55 grados. Ahora podemos decir que si los ángulos 3 y 2 son ángulos alternos internos, entonces el valor del ángulo 2 es 55 grados.

Conclusión:

a) ángulo 2= 55 grados

b) ángulo 3= 55 grados

c) ángulo 4= 125 grados

d) ángulo 5= 55 grados

4. SI MN ES PERPENDICULAR OP, EL ÁNGULO A ES IGUAL A 10 GRADOS, EL ÁNGULO F ES IGUAL A 60 GRADOS, INDICAR EL VALOR DE LOS ÁNGULOS SIGUIENTES:

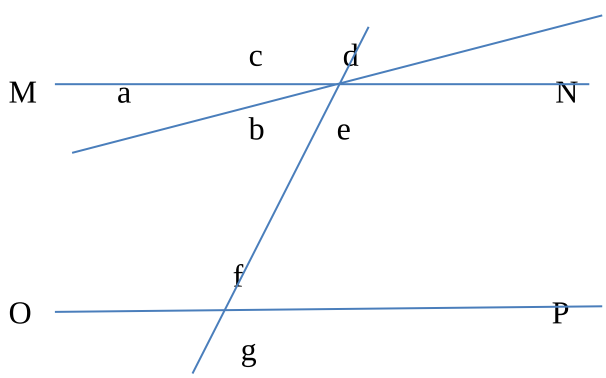
a) ángulo b

b) ángulo c

c) ángulo d

d) ángulo e

e) ángulo g



Mi respuesta:

Comencemos. Los ángulos b y f son alternos internos; son iguales, por lo que b asume el valor de f, que es 60 grados. Los ángulos b y d son iguales porque son opuestos por el vértice, en consecuencia, el ángulo d tiene un valor de 60 grados. Los ángulos a y c son adyacentes, por lo que son suplementarios; luego, 180- 10= 170 grados para el ángulo c. Los ángulos b y e son adyacentes, por lo que son suplementarios; de aquí que 180-60= 120 grados para el ángulo e. Los ángulos f y g son adyacentes, por lo que son suplementarios, en consecuencia, 180- 60= 120 grados para el ángulo g.

Conclusión:

a) ángulo b= 60 grados.

b) ángulo c= 170 grados.

c) ángulo d= 60 grados.

d) ángulo e= 120 grados.

e) ángulo g= 120 grados.

4

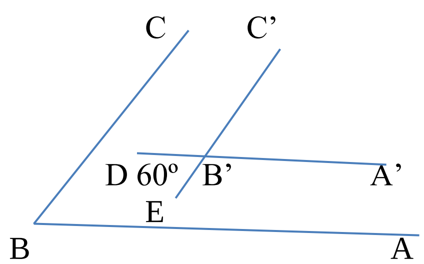
EJERCICIOS CORRESPONDIENTES AL CAPÍTULO IV (ÁNGULOS CON LADOS PARALELOS O PERPENDICULARES) DEL LIBRO GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA DE BALDOR (pp.47-54)

Introducción

El capítulo IV comienza en la página 47 y concluye en la 54; mientras que los ejercicios correspondientes a dicho capítulo comienzan en la página 51 y llegan hasta la 53.

Requerimientos y respuestas

1. AB PARALELA A A’B’, BC PARALELA B’C’, ÁNGULO EB’D= 60º. HALLAR EL ÁNGULO ABC



Respuesta del libro: ángulo ABC= 60º

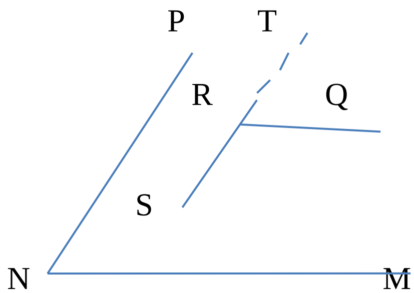
Mi respuesta:

Como la respuesta del libro es que el ángulo ABC= 60º, nos quiere decir que el ángulo ABC= al ángulo EB’D; por tanto, nuestra respuesta tiene que ir dirigida a demostrar la igualdad de ambos ángulos. Usaré un camino relativamente corto. Resulta que el ángulo A’B’C’ es igual al ángulo EB’D, debido a son ángulos opuestos por el vértice; pero también el ángulo ABC es igual al ángulo A’B’C’, si nos atenemos a la orientación del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, página 47: *“Teorema 12. Dos ángulos que tienen sus lados respectivamente paralelos y dirigidos en el mismo sentido son iguales”*. (Comillas y cursiva son nuestras). En efecto, el lado BA es paralelo al lado B’A’ y van dirigidos en el mismo sentido e igualmente, el lado BC es paralelo al lado B’C’ y van dirigidos en el mismo sentido. Por consiguiente si:

Ángulo A’B’C’= ángulo EB’D Por ser ángulos opuestos por el vértice.
Ángulo ABC= ángulo A’B’C’ Por tener lados paralelos y dirigidos en el mismo sentido.

Ángulo ABC= ángulo EB'D Carácter transitivo.

2. PN ES PARALELA RS, MN ES PARALELA RQ, EL ÁNGULO MNP= 60º, HALLAR EL ÁNGULO QRS



La respuesta del libro es la siguiente: el ángulo QRS= 120º.

Mi respuesta:

Cuando observamos atentamente la figura del ejercicio 2, advertimos que el ángulo MNP es agudo, mientras que el ángulo QRS es obtuso. Pero también vemos que tienen sus lados respectivamente perpendiculares. Pareciera que estamos ante el teorema 16 que se encuentra en la página 50 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la que leemos: *"Dos ángulos, uno agudo y otro obtuso, que tienen sus lados respectivamente perpendiculares, son suplementarios".* (Comillas y cursiva son nuestras).

Después de hacer esas precisiones, procedamos a prologar SR hasta formar el ángulo QRT.

El ángulo MNP es igual al ángulo QRT, ya que poseen lados perpendiculares y son ángulos agudos.

El ángulo QRS + ángulo QRT= 180º, puestos que son ángulos adyacentes.

Como los ángulos MNP y QRT son iguales, por el carácter transitivo podemos aseverar:

QRS+MNP= 180º.

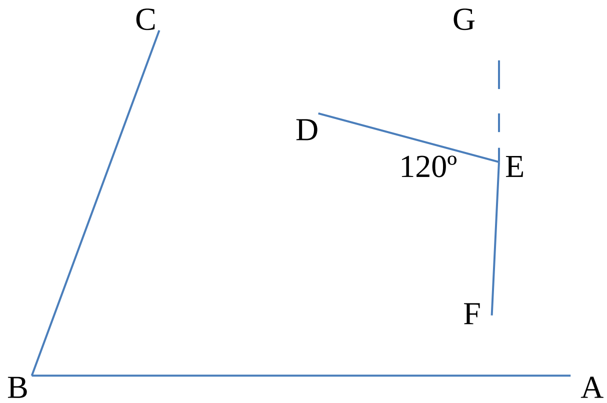
Sustitución:

QRS+60º= 180º

QRS= 180-60= 120º.

La respuesta del libro es correcta.

3. EF ES PERPENDICULAR A AB, DE ES PERPENDICULAR BC, EL ÁNGULO DEF= 120º. HALLAR EL ÁNGULO ABC.



La respuesta del libro es la siguiente: el ángulo ABC= 60º.

Mi respuesta:

Cuando observamos atentamente la figura del ejercicio 3, advertimos que el ángulo ABC es agudo, mientras que el ángulo DEF es obtuso. Pero también vemos que tienen sus lados respectivamente perpendiculares. Pareciera que estamos ante el teorema 16 que se encuentra en la página 50 del libro que estamos estudiando, *Geometría y Trigonometría de Baldor*, en la que leemos: *"Dos ángulos, uno agudo y otro obtuso, que tienen sus lados respectivamente perpendiculares, son suplementarios".* (Comillas y cursiva son nuestras).

Después de hacer esas precisiones, procedamos a prologar FE hasta formar el ángulo DEG.

El ángulo ABC es igual al ángulo DEG, ya que poseen lados perpendiculares y son ángulos agudos.

El ángulo DEF + ángulo DEG= 180º, puestos que son ángulos adyacentes.

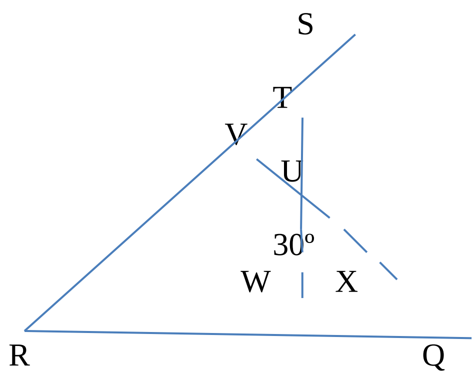
Como los ángulos ABC y DEG son iguales, por el carácter transitivo podemos aseverar:

ABC+DEG= 180º.

ABC= 180-120= 60º.

La respuesta del libro es correcta.

4. TU ES PERPENDICULAR RQ, UV ES PERPENDICULAR RS, EL ÁNGULO WUX= 30º. HALLAR EL ÁNGULO QRS.



La respuesta del libro es que el ángulo QRS= 30º.

Mi respuesta:

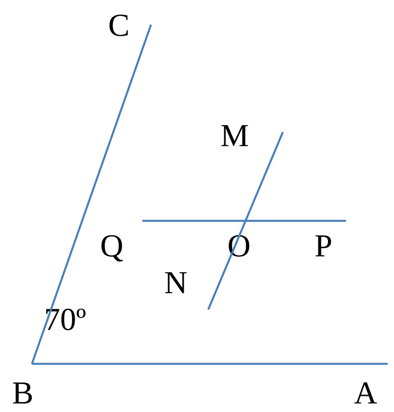
En primer lugar, cuando observamos atentamente la figura presentada arriba notamos que el ángulo QRS es un ángulo agudo, es decir, que mide menos de 90 grados, es el mismo caso de los ángulos WUX y TUV. Por cierto, el ángulo WUX es el resultado de una construcción auxiliar, pues el segmento TU fue extendido hasta W, mientras que el segmento VU fue extendido hasta X. En segundo lugar, notamos que los ángulos TUV y WUX son opuestos por el vértice, por tanto, conforme al teorema 3, página 27 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, son iguales: *"Los ángulos opuestos por el vértice son iguales".* (Comillas y cursiva son nuestras); por tanto, el ángulo TUV también es igual a 30º. Ahora tenemos dos ángulos iguales a 30º, que son WUX y el TUV.

En tercer lugar, tenemos que el segmento TU es perpendicular a RQ, mientras que el segmento UV es perpendicular a RS, por lo que conforme al teorema 15, página 49 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldo*r*, los ángulos QRS y TUV son iguales: *¨Dos ángulos agudos cuyos lados son respectivamente perpendiculares son iguales¨*. (Comillas y cursiva son nuestras). De aquí que si TUV= 30º, también lo será QRS, lo cual quería demostrar.

La respuesta del libro es correcta.

5. AB ES PARALELA A PQ, BC ES PARALELA A MN, EL ÁNGULO ABC= 70º. HALLAR EL ÁNGULO MOP, EL ÁNGULO NOP, EL ÁNGULO NOQ Y EL ÁNGULO MOQ.

Gráfica:



Las respuestas del libro son las siguientes:

El ángulo MOP= 70º

El ángulo NOP= 110º

El ángulo NOQ= 70º

El ángulo MOQ= 110º

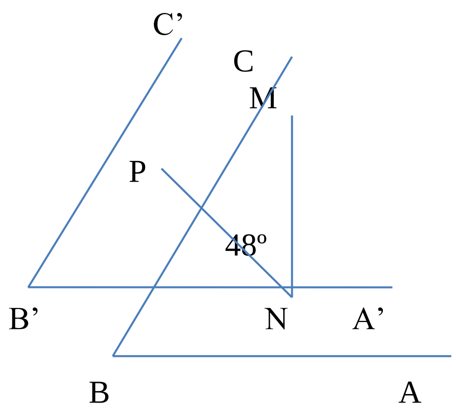
Mis respuestas:

El primer ángulo que nos pide el libro que encontremos es el MOP. Observemos la figura que nos aporta el libro y veremos que el ángulo MOP es igual al ángulo ABC, pues son *"Dos ángulos que tienen sus lados respectivamente paralelos y dirigidos en el mismo sentido…"* (Comillas y cursiva son nuestras), nos recuerda el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en el teorema 12 que se encuentra en la página 47; en consecuencia si el ángulo ABC es igual a 70º, el ángulo MOP también será de 70º.

El segundo ángulo que nos pide el libro que encontremos es el NOP; éste es adyacente al ángulo MOP que mide 70º, originándose la siguiente situación, dada la circunstancia de que son adyacentes, la suma debe dar 180º, por tanto, 70+NOP= 180; NOP= 180-70= 110º. El tercer ángulo que nos pide el libro es el NOQ, el cual es opuesto por el vértice al ángulo MOP, en consecuencia, son iguales y como el ángulo MOP mide 70º, el NOQ medirá lo mismo. Y, finalmente, debemos buscar lo que mide el ángulo MOQ que es igual al ángulo NOP que mide 110º, y como son iguales al ser opuestos por el vértice, el MOQ medirá también 110º. Las respuestas del libro están correctas.

6. A’B’ ES PARALELA A AB, B’C’ ES PARALELA BC, MN ES PERPENDICULAR A AB, NP ES PERPENDICULAR A BC, EL ÁNGULO MNP= 48º. HALLAR EL ÁNGULO A’B’C’.

Gráfica:



El libro otorga esta respuesta: el ángulo A’B’C’= 48º.

Mi respuesta:

Comencemos a discutir sobre los vínculos entre los ángulos agudos ABC y A’B’C’. En los datos del ejercicio 6 el libro Geometría y Trigonometría de Baldor, página 53, nos dice que el lado A’B’ del ángulo A’B’C’ es paralelo al lado AB del ángulo ABC; asimismo el lado B’C’ es paralelo al lado BC, lo que nos permite recurrir a la página 47, teorema 12, donde leemos: *“Dos ángulos que tienen sus lados respectivamente paralelos y dirigidos en el mismo sentido son iguales”*. (Comillas y cursiva son nuestras). Efectivamente, por estas características los ángulos agudos A’B’C’ y ABC son iguales.

Pasemos ahora a indagar un poco sobre los ángulos, también agudos, ABC y MNP. Advertimos que el lado MN del ángulo agudo MNP es perpendicular al lado AB del ángulo ABC e igualmente el lado NP del ángulo MNP es perpendicular al lado BC del ángulo ABC; ante estas características podemos con el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, página 49, exponer lo siguiente: *“Dos ángulos agudos cuyos lados son respectivamente perpendiculares son iguales”.* De aquí, entonces que el ángulo MNP= ABC= 48º. Ahora tenemos la siguiente conclusión:

El ángulo A’B’C’= ángulo ABC, debido a que son ángulos que tienen sus lados respectivamente paralelos y dirigidos en el mismo sentido. (1).

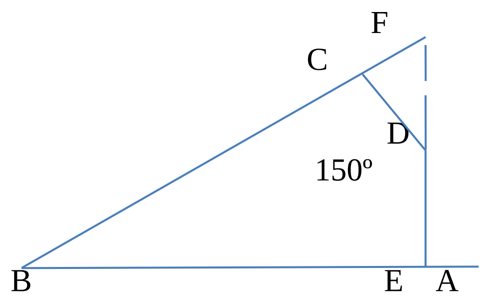
ABC= MNP, debido a son dos ángulos agudos cuyos lados son respectivamente perpendiculares. (2).

Sustitución de (1) en (2):

A’B’C’= MNP= 48º. La respuesta del libro es correcta.

7. AB ES PERPENDICULAR A ED, BF ES PERPENDICULAR A CD, EL ÁNGULO CDE= 150º. HALLAR EL ÁNGULO ABC.

Gráfica:



El libro suministra esta respuesta: el ángulo ABC= 30º.

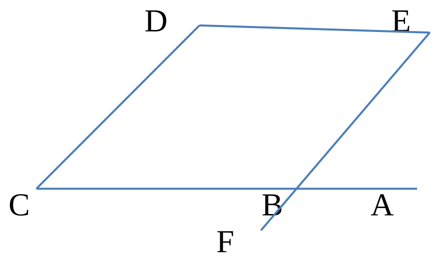
Mi respuesta:

En primer lugar, prolongamos hacia arriba el segmento ED hasta generar el ángulo CDF que es un ángulo agudo; en segundo lugar, sabemos que el ángulo ABC también es un ángulo agudo; en tercer lugar, sabemos que el ángulo CDE es un ángulo obtuso; en cuarto lugar, dentro de los datos del ejercicio 7, el libro nos dice que el lado AB del ángulo ABC es perpendicular al lado ED del ángulo obtuso EDC, y que el lado BF es perpendicular a CD; y, finalmente, nos dice que el ángulo obtuso CDE mide 150º y nos pide hallar el ángulo ABC; en cuarto lugar, tenemos que el ángulo ABC es igual al ángulo CDF, por tener lados perpendiculares y ser ambos ángulos agudos; en quinto lugar, el ángulo CDE, más el ángulo CDF, es igual a 180º en virtud de que son adyacentes; en sexto lugar, sustituimos el paso cuarto en el quinto y tendremos ABC+CDE= 180º, por tanto:

ABC= 180-150= 30º. La respuesta del libro esta correcta.

9. AC ES PARALELA A DE, EF ES PARALELA A CD, EL ÁNGULO EBC= 2 ÁNGULO BED. HALLAR EL ÁNGULO B, EL ÁNGULO C, EL ÁNGULO D Y EL ÁNGULO E.

Gráfica:



El libro nos suministras estas respuestas: el ángulo B= 120º; el ángulo D= 120º; el ángulo C= 60º; y el ángulo E= 60º.

Mis respuestas:

Entre los datos que nos otorga el libro se encuentra que el ángulo EBC= 2 ángulo BED. Podríamos decir que el último es un ángulo contiguo a EBC, por tanto, son suplementarios.

¿Cuáles son los números que más se acoplan a la fórmula de EBC? Obviamente el número 2 que es un dato, y BED= 60 grados; este último número es el único que puede cumplir con la fórmula dada, ya que la medición de EBC no puede ser ni mayor ni menor a 120º. Y los grados de los ángulos obtusos de la figura que nos han dado, necesariamente deben ser igual a 120º, mientras los grados de los otros ángulos agudos de la figura, deben ser igual a 60º que sumandos totalizan 180º. Resumiendo:

Angulo B= 120º.

Angulo D= 120º.

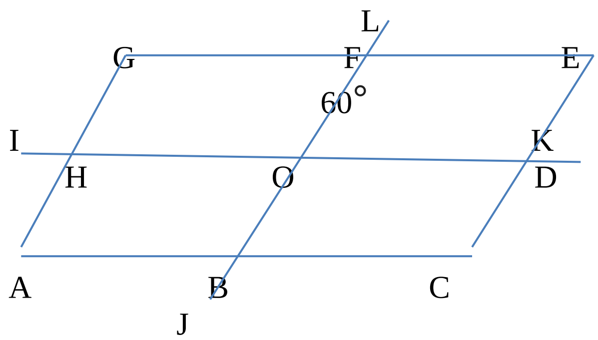
Angulo E= 60º.

Angulo C= 60º.

Las respuestas del libro están correctas.

10. GE ES PARALELA A AC QUE A SU VEZ ES PARALELA A IK, AG ES PARALELA A CE QUE A SU VEZ ES JL; EL ÁNGULO FOD= 60º.

Gráfica:



El libro suministra estas respuestas:

El ángulo A= 60º
El ángulo C= 120º
El ángulo E= 60º
El ángulo G= 120º

Mis respuestas:

Primero, el ángulo FOD= 60º.

Segundo, el ángulo A= 60º, y el ángulo O= 60º miden lo mismo, puesto que son dos ángulos iguales, debido al teorema 12: *"dos ángulos que tienen sus lados respectivamente paralelos y dirigidos en el mismo sentido son iguales"*, esto sucede con sus lados AH y OF e igualmente AB y OD.

Tercero, el ángulo E es igual también a 60 grados, pues es igual al ángulo O conforme al teorema 13: *"Dos ángulos que tienen sus lados respectivamente paralelos y dirigidos en sentido contrario son iguales"*.

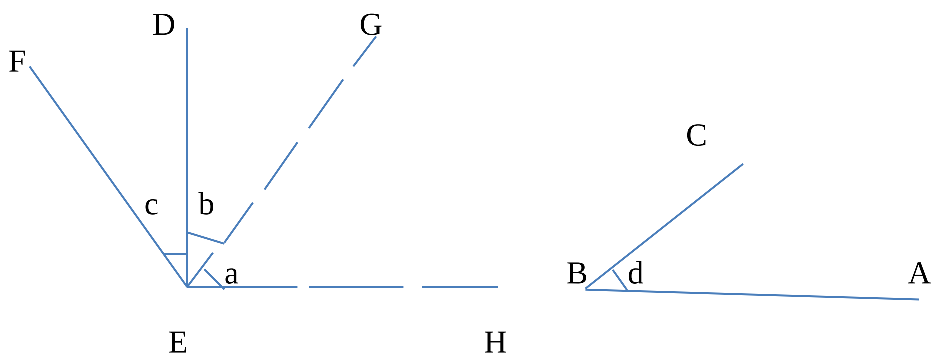
Cuarto, por otra parte, si el ángulo A es un ángulo agudo igual a 60 grados, el ángulo contiguo a él, que es el ángulo C, obtuso, son suplementarios y deben sumar A+C= 180; sustituyendo: 60+C= 180; C= 180-60= 120 grados. Igualmente el G es un ángulo obtuso que sumado al A deben totalizar 180 grados, por tanto, 180-60= 60º.

Las respuestas del libro son correctas.

EJERCICIO ADICIONAL 17
(pp. 47-49)

Este ejercicio adicional, se encuentra ubicado en la página E-29, que versa sobre las páginas normales 47-49 del libro objeto de estudio, que lleva por título Geometría y Trigonometría de Baldor.

Nos dicen en el ejercicio que dado el teorema siguiente: si los lados de un ángulo son perpendiculares a los lados de otro, los ángulos son iguales o suplementarios, completar lo que se indica.



Hipótesis: AB es perpendicular a DE y FE es perpendicular a BC.

Tesis: el ángulo d es igual al ángulo c.

Construcción auxiliar: Trácese EG perpendicular a FE y EH perpendicular a DE.

Demostración= ?

2. EL ÁNGULO D ES IGUAL AL ÁNGULO A. ¿POR QUÉ?

Mi respuesta:

¿Por qué? Porque el lado BA es paralelo al lado EH; igualmente, el lado BC es paralelo al lado EG, y dichos lados van dirigidos en un mismo sentido. Luego, el libro que estamos estudiando Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 47, nos trae el teorema 12 que reza: *"Dos ángulos que tienen sus lados respectivamente paralelos y dirigidos en el mismo sentido son iguales"*. (Comillas y cursiva son nuestras). Sin duda, el ángulo d es igual al ángulo a.

3. EL ÁNGULO C ES EL COMPLEMENTO DEL ÁNGULO B. ¿POR QUÉ?

Mi respuesta:

El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 25, dice que: *"Se llama complemento de un ángulo a lo que le falta a éste para igualar un ángulo recto"*. (Comillas y cursiva son nuestras). Desde esta perspectiva podemos aseverar que el ángulo c es el complemento del ángulo b.

4. EL ÁNGULO A TAMBIÉN ES COMPLEMENTO DEL ÁNGULO B. ¿POR QUÉ?

Por razones similares enarboladas en la respuesta 3.

EJERCICIO ADICIONAL 18
(pp. 49-53)

El ejercicio adicional 18, ubicado en la página E-31, que versa sobre las páginas normales 49-53 del libro objeto de estudio, que lleva por título Geometría y Trigonometría de Baldor.

El libro nos pide que indiquemos si los siguientes enunciados son falsos o verdaderos.

1. SI DOS ÁNGULOS TIENEN SUS LADOS RESPECTIVAMENTE PERPENDICULARES, DICHOS ÁNGULOS SON COMPLEMENTARIOS.

Mi respuesta:

El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 50 estampa el teorema 16, que tal vez nos puede arrojar alguna orientación. Dice: *"Dos ángulos, uno agudo y otro obtuso, que tienen sus lados respectivamente perpendiculares, son suplementarios".* (Comillas y cursiva son nuestras). Si nos llevamos de esta orientación, el enunciado 1 es falso. Por tanto, no son complementarios, son suplementarios.

2. SI UN PUNTO PERTENECE A LA BISECTRIZ DE UN ÁNGULO, ÉSTE ES EQUIDISTANTE DE LOS LADOS DEL ÁNGULO.

Mi respuesta:

El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 39 aporta explicaciones del procedimiento para trazar una bisectriz. Pero también en la página 22, dice qué es una bisectriz. Dice: *"Bisectriz de un ángulo es la semirrecta que tiene como origen el vértice y lo divide en dos ángulos iguales".* (Comillas y cursiva son nuestras). Atendiendo a ambas explicaciones, inferimos que el enunciado es verdadero, puesto que la bisectriz divide el ángulo en dos partes exactamente iguales, por consiguiente, cualquier punto que pertenezca a la bisectriz de un ángulo, es equidistante de los lados del ángulo en cuestión.

3. SI DOS ÁNGULOS SON COMPLEMENTARIOS A UN MISMO ÁNGULO, ESTOS ÁNGULOS SON SUPLEMENTARIOS.

Mi respuesta:

El libro que estamos estudiando Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 25, dice que: *"Se llama complemento de un ángulo a lo que le falta a éste para igualar un ángulo recto".* (Comillas y cursiva son nuestras). Por tanto, al mismo tiempo no pueden ser ángulos suplementarios. El enunciado es falso.

4. DOS ÁNGULOS SON ADYACENTES CUANDO TIENEN UN LADO COMÚN.

Mi respuesta:

El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 24, dice que los ángulos adyacentes *"Son los que están formados de manera que un lado es común y los otros dos lados pertenecen a la misma recta".* (Comillas y cursiva son nuestras). De aquí, entonces, el enunciado es verdadero.

5. SI LOS LADOS DE UN ÁNGULO SON PARALELOS A LOS LADOS DE OTRO, DICHOS ÁNGULOS SON IGUALES O SUPLEMENTARIOS.

Mi respuesta:

El libro que estamos estudiando Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 48, estampa el teorema 14: *"Si dos ángulos tienen sus lados respectivamente paralelos y están dirigidos en el mismo sentido y los otros dos en sentido contrario, dichos ángulos son suplementarios".* (Comillas y cursiva son nuestras). Luego, en la página 49 el libro demuestra la tesis implícita en el teorema, pero no habla de que los ángulos sean iguales. Se limita exclusivamente a demostrar que los ángulos son suplementarios. En atención a esta especificación, el enunciado 5 podría ser tipificado como falso.

EJERCICIOS CORRESPONDIENTES AL CAPÍTULO V (TRIÁNGULOS Y GENERALIDADES) DEL LIBRO GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA DE BALDOR

Introducción

Los problemas que afrontaremos se encuentran ubicados en las páginas 62-63 del libro *Geometría y Trigonometría de Baldor*; naturalmente, relacionados con el concepto de triángulo. Procedamos de inmediato.

Requerimientos y respuestas

1. LOS LADOS DE UN TRIÁNGULO MIDEN 6, 7 Y 9 CM. CONSTRUIR EL TRIÁNGULO Y CALCULAR SU PERÍMETRO Y SU SEMIPERÍMETRO.

Respuestas del libro: 22 cm y 11 cm.

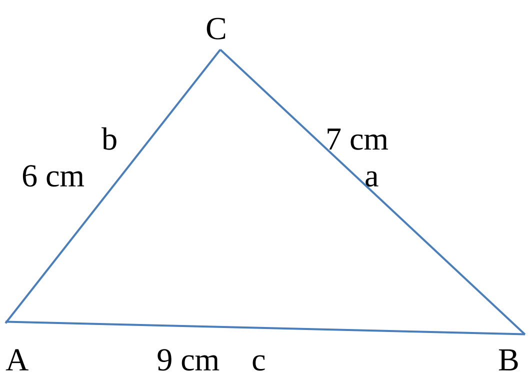
Mis respuestas:

El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 54 trae estas orientaciones:

"Un triángulo tiene elementos: tres ángulos, tres lados y tres vértices.

"Se llama perímetro de un triángulo a la suma de sus tres lados". (Comillas y cursiva son nuestras).

Y añade que el semiperímetro no es más que la mitad del perímetro, por tanto, lo obtenemos cuando el perímetro es dividido entre 2. Dibujemos el triángulo y hagamos los cálculos:



Perímetro (p)= a+b+c= 7+6+9= 22 cm

Semiperímetro= p/2= 22/2= 11 cm.

Por tanto, las respuestas aportadas por el libro son correctas.

2. LOS LADOS DE UN TRIÁNGULO MIDEN 3, 4 Y 5 PULGADAS. CONSTRUIR EL TRIÁNGULO Y CALCULAR SU PERÍMETRO Y SU SEMIPERÍMETRO TANTO EN PULGADAS COMO EN CENTÍMETROS. (TOMAR COMO VALOR DE LA PULGADA 2.54 CM).

Respuestas del libro: 12 y 6 pulgadas, 30.48 y 15.24 cm.

Mis respuestas**:**

Primero, transformamos las pulgadas en centímetros, haciendo las multiplicaciones siguientes:

3(2.54)= 7.62 cm

4(2.54)= 10.16 cm

5(2.54)= 12.70 cm

Segundo, calculamos el perímetro en pulgadas:

P= 3+4+5= 12 pulgadas

Tercero, calculamos el semiperímetro en pulgadas:

p/2= 12/2= 6 pulgadas

Cuarto, calculamos el perímetro en centímetros:

p= 7.62+10.16+12.7= 30.48 cm

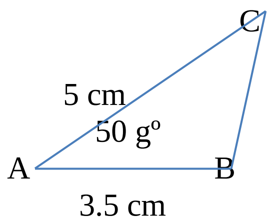
Quinto, calculamos el semiperímetro en centímetros:

p/2= 30.48/2= 15.24 cm.

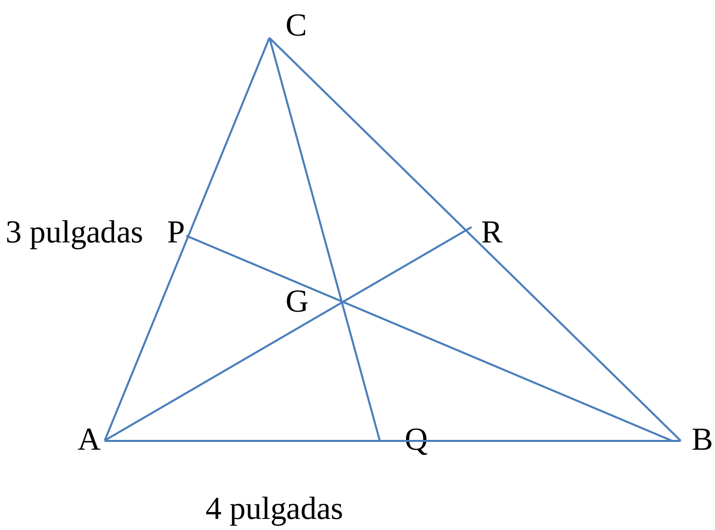
Por tanto, las respuestas que suministra el libro son correctas.

3. CONSTRUIR UN TRIÁNGULO QUE TENGA UN ÁNGULO DE 50 GRADOS Y LOS DOS LADOS QUE LO FORMAN MIDAN 5 CM Y 3.5 CM.

Mi respuesta:

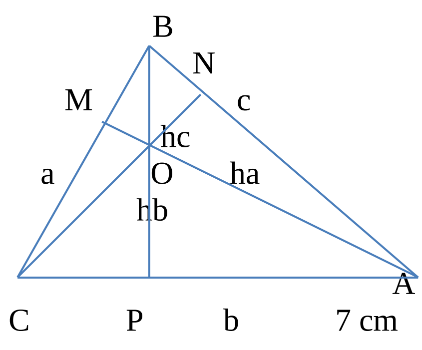


4. CONSTRUIR UN TRIÁNGULO QUE TENGA UN ÁNGULO QUE MIDA 60 GRADOS Y LOS DOS LADOS QUE LO FORMAN MIDAN 3 Y 4 PULGADAS. TRAZAR LAS TRES MEDIANAS Y SEÑALAR EL BARICENTRO.



Medianas AR, BP y CQ. El punto de intersección G, de las tres medianas, es el baricentro.

5. CONSTRUIR UN TRIÁNGULO QUE TENGA UN LADO QUE MIDA 7 CM Y LOS OTROS DOS ÁNGULOS ADYACENTES MIDAN 30 GRADOS Y 70 GRADOS. TRAZAR LAS TRES ALTURAS Y SEÑALAR EL ORTOCENTRO.

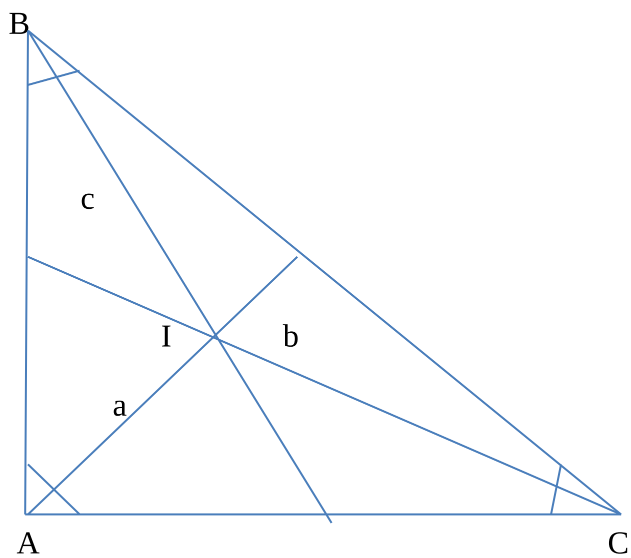


El punto O donde concurren las tres alturas (ha, hc y hb) se llama ortocentro.

6. CONSTRUIR UN TRIÁNGULO QUE TENGA UN LADO QUE MIDA 4 PULGADAS Y LOS ÁNGULOS ADYACENTES MIDAN 40 GRADOS Y 50 GRADOS. TRAZAR LAS **BISECTRICES Y SEÑALAR EL INCENTRO.**

Mi respuesta:

Ante todo debemos aclarar el concepto de bisectriz. El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 57 dice: *"Bisectriz. Es la recta notable que corresponde a la bisectriz de un ángulo interior…"* (Comillas, cursiva y el punto suspensivo son nuestros). Pienso que si estamos definiendo lo que es una bisectriz, no es apropiado que lo definido aparezca de manera expresa en la definición. Por tanto, en mi parecer, el vocablo bisectriz debe ser tachado. Procedamos:



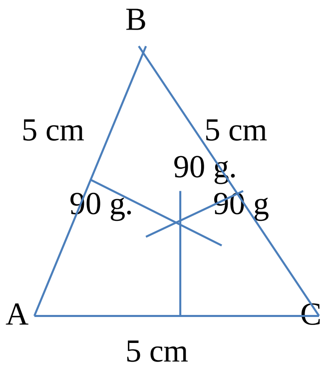
El lado AC mide cuatro (4) pulgadas de extensión; y tentativamente los ángulos adyacentes miden 40 y 50 grados; las rectas a, b y c, constituyen bisectrices. El punto I donde concurren las tres bisectrices se denomina incentro.

7. Construir un triángulo equilátero de 5 cm de lado. Trazar las mediatrices y señalar el circuncentro.

Mi respuesta:

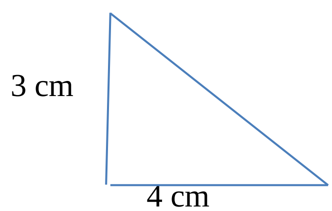
El triángulo equilátero, dice en la página 55, el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, que *"es el que tiene sus tres lados iguales. Los tres ángulos también son iguales"*. (Comillas y cursiva son nuestras). Este es el caso del triángulo que a continuación hemos dibujado, puesto que AB=BC=CA. Asimismo, el ángulo A es igual ángulo B y éste es igual al ángulo C. Igualmente la mediatriz de un triángulo, leemos en la página 58, *"es la perpendicular en el punto medio de cada lado…"* Finalmente, en la misma página 58 leemos:

"El punto K de intersección de las tres mediatrices se llama circuncentro". (Comillas, cursiva y el punto suspensivo son nuestros).



8. CONSTRUIR UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO CUYOS CATETOS MIDAN 3 CM Y 4 CM.

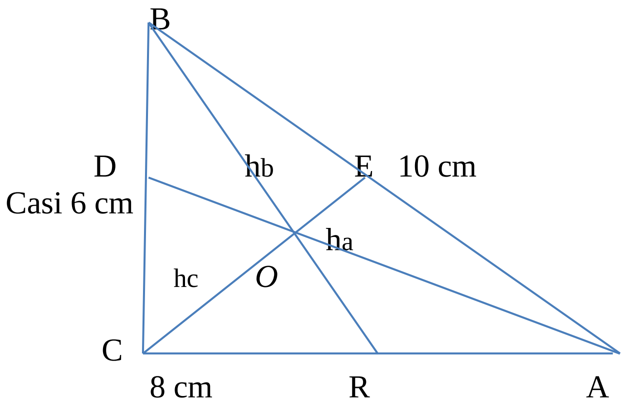
Mi respuesta**:**



9. CONSTRUIR UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO QUE TENGA UN CATETO QUE MIDA 8 CM Y CUYA HIPOTENUSA MIDA 10 CM. DIBUJAR LAS TRES ALTURAS.

Mi respuesta:

Ante todo debemos precisar el concepto de altura. El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 57, indica*: "Altura. Es la perpendicular trazada desde un vértice, al lado opuesto o a su prolongación. Hay tres alturas, una correspondiente a cada lado. Se designan con la letra h y un subíndice que indica el lado. El punto O donde concurren las tres alturas se llama ortocentro"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

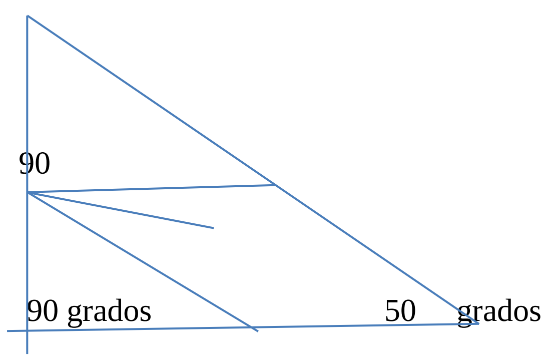


La altura del lado CE es hc, la altura del lado BR es hb y la altura del lado AD es ha.

10. CONSTRUIR UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO QUE TENGA UN CATETO QUE MIDA 6 CM Y UN ÁNGULO AGUDO DE 50 GRADOS. DIBUJAR LAS TRES MEDIATRICES

Mi respuesta:

Ya cumplimos con el triángulo rectángulo, con el cateto de 6 cm y un ángulo agudo de 50 grados. Procedamos ahora con las mediatrices, que según el libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 58, nos dice que la *"mediatriz es la perpendicular en el punto medio de cada lado. Existen tres mediatrices que se denominan con la letra M y un subíndice que indica el lado"*. (Comillas y cursiva son nuestras).



12. ¿Cuánto vale el ángulo de un triángulo equilátero?

Respuesta del libro: 60º.

Mi respuesta:

La respuesta del libro es correcta, puesto que los ángulos de un triángulo equilátero son iguales y suman 180 grados, luego uno debe medir 60º.

13. DOS ÁNGULOS EN LA BASE DE UN TRIÁNGULO MIDEN 40º Y 30º RESPECTIVAMENTE. ¿CUÁNTO MIDE EL TERCER ÁNGULO Y CADA UNO DE LOS ÁNGULOS EXTERIORES?

Respuestas del libro: 110º, 140º, 150º y 70º.

Mis respuestas:

40+30= 70;

180-70= 110º.

180-40= 140º.

180-30= 150º.

180-110= 70º.

Mis respuestas coinciden con las respuestas del libro.

14. LOS ÁNGULOS EN LA BASE DE UN TRIÁNGULO ISÓSCELES MIDEN 40º CADA UNO. ¿CUÁNTO MIDE EL ÁNGULO OPUESTO A LA BASE?

Respuesta del libro: 100º.

Mi respuesta:

40º+40º= 80º.

Luego, 180º-80º= 100º, por tanto la respuesta que presenta el libro es correcta.

15. ¿PUEDE SER OBTUSO EL ÁNGULO EN LA BASE DE UN TRIÁNGULO ISÓSCELES?

Mi respuesta:

No puede ser obtuso porque la suma de los tres ángulos excedería los 180º.

16. ¿PUEDE CONSTRUIRSE UN TRIÁNGULO CUYOS LADOS MIDAN 10, 5 Y 4 CM?

Mi respuesta:

Sí, puede ser construido un triángulo cuyos lados midan los centímetros planteados en el requerimiento 16, es decir, un triángulo con sus tres lados distintos. El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 55 dice que tal triángulo se nombraría escaleno.

17. ¿PUEDE SER EQUILÁTERO UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO?

Mi respuesta:

El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 55 dice que el triángulo equilátero es aquel cuyos lados son iguales. También sus tres ángulos son iguales; mientras que en la página 56 dice que el triángulo rectángulo es aquel que tiene un ángulo recto; por tanto, un triángulo equilátero no puede ser igual a un triangulo rectángulo.

EJERCICIOS CORRESPONDIENTES AL CAPÍTULO VI (CASOS DE IGUALDAD DE TRIÁNGULOS) DEL LIBRO GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA DE BALDOR

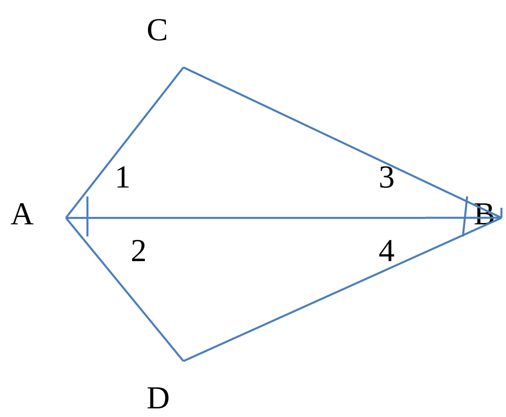
Introducción

Ahora estamos saliendo de los ejercicios adicionales, para entrar en los ejercicios normales que el libro ofrece al ir desarrollando cada capítulo.

Los problemas que afrontaremos se encuentran ubicados en las páginas 69-72 del libro Geometría y Trigonometría de Baldor; naturalmente, relacionados con el concepto de igualdad de triángulos. Procedamos de inmediato.

Requerimientos y respuestas

1. SI $\angle$ 1= $\angle$ 2 Y $\angle$ 3= $\angle$ 4, DEMOSTRAR QUE Δ ABC= Δ ABD.



Mi respuesta:

Primero, formulación de un teorema. Ante todo debemos recordar el concepto de teorema, que el libro que estamos estudiando, Geometría-Trigonometría de Baldor, nos otorga en la página 8: *"Es una proposición que puede ser demostrada. La demostración consta de un conjunto de razonamientos que conducen a la evidencia de la verdad de la proposición. <u>En el enunciado de todo teorema se distinguen dos partes: la hipótesis, que es lo que se supone, y la tesis, que es lo que se quiere demostrar</u>".* (Comillas y el subrayado son nuestros). Pensamos que el teorema, en base a los datos que nos suministra el libro en el problema 1, podría rezar del modo siguiente: Dos triángulos son iguales, si también son iguales los ángulos adyacentes al lado común de ambos triángulos.

Segundo, formulación de la hipótesis. ∠ 1= ∠ 2 y ∠ 3= ∠ 4.

Tercero, formulación de la tesis. ΔABC= ΔABD.

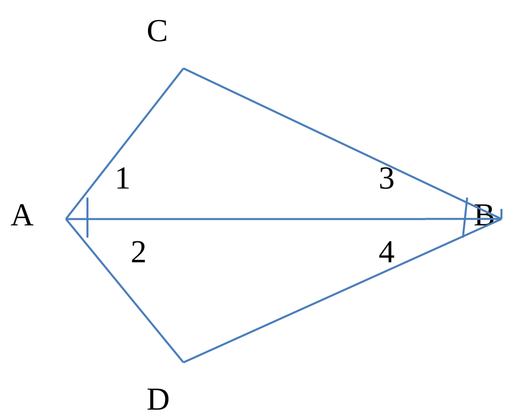
Cuarto, demostración. Hacemos acopio del postulado del movimiento, que consiste en colocar el ΔABC sobre el ΔABD, con los siguientes resultados:

El vértice C coincidirá con el vértice D, debido a que, la propiedad 1 de los triángulos que reza así: en dos triángulos iguales a ángulos iguales se oponen lados iguales y recíprocamente. Estos lados y ángulos se llaman homólogos. Lo que indica que AC= AD y BC= BD.

Como el lado AC es igual al lado AD, ambos lados coincidirán, y como el lado BC es igual al lado BD, ambos lados coincidirán.

Por tanto, Δ ABC= Δ ABD, lo cual queríamos demostrar.

2. SI EL LADO AC ES IGUAL LADO AD Y ∠ 1= ∠ 2, DEMOSTRAR QUE ΔABC= ΔABD.



Mi respuesta:

Primero, formulación de un teorema. Ante todo debemos recordar el concepto de teorema, que el libro que estamos estudiando *Geometría-Trigonometría de Baldor*, nos otorga en la página 8: *"Es una proposición que puede ser demostrada. La demostración consta de un conjunto de razonamientos que conducen a la evidencia de la verdad de la proposición. <u>En el enunciado de todo teorema se distinguen dos partes: la hipótesis, que es lo que se supone, y la tesis, que es lo que se quiere demostrar</u>".* (Comillas y el subrayado son nuestros). Dos triángulos son iguales, si tienen un lado igual y también los ángulos adyacentes a este lado.

Segundo, formulación de la hipótesis. El lado AC es igual al lado AD; ∠ 1= ∠ 2

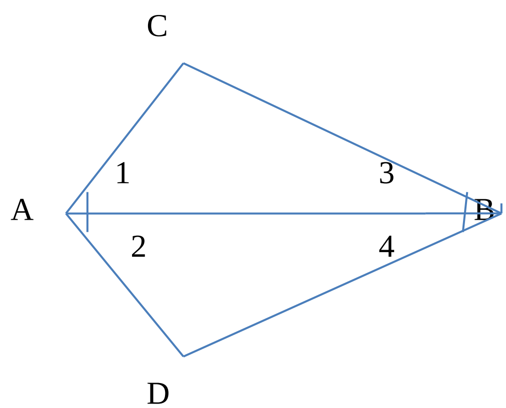
Tercero, formulación de la tesis:

ΔABC= ΔABD

Cuarto, demostración. Hacemos acopio del postulado del movimiento, que consiste en colocar el ΔABC sobre el ΔABD, con los siguientes resultados: El vértice C coincidirá con el vértice D, porque por hipótesis sabemos que el lado AC es igual al lado AD. El lado BC va a coincidir con el lado BD al ser iguales ya que por la propiedad 1 de los triángulos que reza así: en dos triángulos iguales a ángulos iguales se oponen lados iguales y recíprocamente.

Por tanto, Δ ABC= Δ ABD, lo cual queríamos demostrar.

3. SI EL LADO AC ES IGUAL AL LADO AD Y SI EL LADO BC ES IGUAL LADO BD, DEMOSTRAR QUE ΔABC= Δ ABD.



Mi respuesta:

Primero, formulación de un teorema. Ante todo debemos recordar el concepto de teorema, que el libro que estamos estudiando *Geometría-Trigonometría de Baldor*, nos otorga en la página 8: *"Es una proposición que puede ser demostrada. La demostración consta de un conjunto de razonamientos que conducen a la evidencia de la verdad de la proposición. <u>En el enunciado de todo teorema se distinguen dos partes: la hipótesis, que es lo que se supone, y la tesis, que es lo que se quiere demostrar</u>".* (Comillas y el subrayado son nuestros). Luego, el teorema podría decir: dos triángulos son iguales, si tienen dos lados iguales.

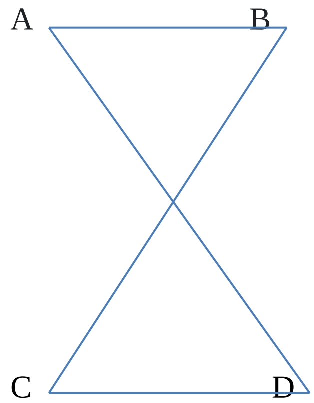
Segundo, formulación de la hipótesis. El lado AC es igual al lado AD; el lado BC es igual al lado BD.

Tercero, formulación de la tesis. ΔABC= ΔABD.

Cuarto, demostración. Hacemos acopio del postulado del movimiento, que consiste en colocar el ΔABC sobre el ΔABD, con los siguientes resultados: el vértice C coincidirá con el vértice D, porque por hipótesis sabemos que el lado AC es igual al lado AD. El lado BC va a coincidir con el lado BD al ser iguales, como se establece en la hipótesis.

Por tanto, Δ ABC= Δ ABD, lo cual queríamos demostrar.

4. SI EL LADO AB ES PARALELO AL LADO CD Y EL LADO AB ES IGUAL AL LADO CD, DEMOSTRAR QUE EL ΔAOB ES IGUAL AL ΔCOD.



Mi respuesta:

Primero, formulación de un teorema. Ante todo debemos recordar el concepto de teorema, que el libro que estamos estudiando *Geometría-Trigonometría de Baldor*, nos otorga en la página 8: *"Es una proposición que puede ser demostrada. La demostración consta de un conjunto de razonamientos que conducen a la evidencia de la verdad de la proposición. <u>En el enunciado de todo teorema se distinguen dos partes: la hipótesis, que es lo que se supone, y la tesis, que es lo que se quiere demostrar</u>"*. (Comillas y el subrayado son nuestros). El teorema lo podríamos enunciar así: dos triángulos son iguales si tienen un lado paralelo y otro lado igual.

Segundo, formulación de la hipótesis. El lado AB es paralelo al lado CD y el lado AB es igual al lado CD.

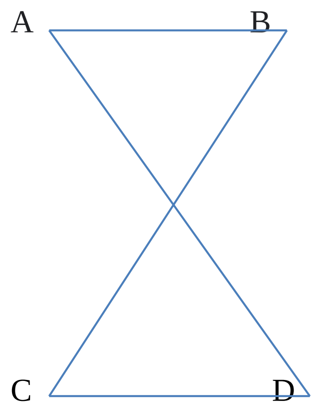
Tercero, formulación de la tesis. ΔAOB= ΔCOD.

Cuarto, demostración. Hacemos acopio del postulado del movimiento, que consiste en colocar el ΔAOB sobre el ΔCOD, con los siguientes resultados: el vértice A coincidirá con el vértice C, y el vértice B va a coincidir con el vértice D, porque por hipótesis sabemos que el lado AB es igual al lado CD. De hecho el vértice O es común a ambos triángulos.

Los ángulos AOB y COD son iguales, debido a que son opuestos por el vértice; igualmente los ángulos AOC y BOD, son iguales debido a que son opuestos por el vértice. Y como a ángulos iguales se oponen lados iguales y recíprocamente, tendremos que el lado AO es igual al lado CO, el lado BO es igual al lado DO, lo que implica que cuando coloquemos el triángulo AOB, sobre el triángulo COD, se produzca una total coincidencia de los lados citados.

Por tanto, Δ ABC= Δ ABD, lo cual queríamos demostrar.

5. SI O ES EL PUNTO MEDIO DEL LADO AD Y DEL LADO BC, DEMOSTRAR QUE EL TRIÁNGULO AOB= AL TRIANGULO COD.



Mi respuesta:

Primero, formulación de un teorema. Ante todo debemos recordar el concepto de teorema, que el libro que estamos estudiando *Geometría-Trigonometría de Baldor*, nos otorga en la página 8: *"Es una proposición que puede ser demostrada. La demostración consta de un conjunto de razonamientos que conducen a la evidencia de la verdad de la proposición. <u>En el enunciado de todo teorema se distinguen dos partes: la hipótesis, que es lo que se supone, y la tesis, que es lo que se quiere demostrar</u>".* (Comillas y el subrayado son nuestros). El teorema lo podríamos enunciar así: dos triángulos son iguales si tienen un punto medio de dos lados.

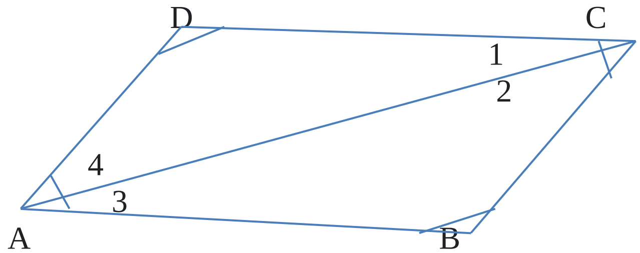
Segundo, formulación de la hipótesis. Los lados AD y BC tienen en O un punto medio.

Tercero, formulación de la tesis. ∆AOB= ∆COD.

Cuarto, demostración. Hacemos acopio del postulado del movimiento, que consiste en colocar el ∆AOB sobre el ∆COD, con los siguientes resultados: el ángulo AOB es igual al ángulo COD, puesto que son opuestos por el vértice. El ángulo AOC es igual al ángulo BOD, puesto que son opuestos por el vértice. Los lados AB y CD son iguales, por lo que son opuestos a ángulos iguales, es decir, AOB y COD. El vértice A coincidirá con el vértice C, y el vértice B va a coincidir con el vértice D, porque sabemos que el lado AB es igual al lado CD. De hecho el vértice O es común a ambos triángulos. El lado BO va a coincidir con el lado BD al ser iguales, como se establece en la hipótesis. Los ángulos AOB y COD son iguales, debido a que son opuestos por el vértice; igualmente los ángulos AOC y BOD, son iguales debido a que son opuestos por el vértice. Y como a ángulos iguales se oponen lados iguales y recíprocamente, tendremos que el lado AO es igual al lado CO, el lado BO es igual al lado DO, lo que implica que cuando coloquemos el triángulo AOB, sobre el triángulo COD, se produzca una total coincidencia de los lados citados.

Por tanto, ∆ ABC= ∆ ABD, lo cual queríamos demostrar.

6. SI EL LADO AB ES PARALELO AL LADO CD, DEMOSTRAR QUE EL Δ ACD= Δ ACB.



Mi respuesta:

Primero, formulación de un teorema:

Ante todo debemos recordar el concepto de teorema, que el libro que estamos estudiando *Geometría-Trigonometría de Baldor*, nos otorga en la página 8: *"Es una proposición que puede ser demostrada. La demostración consta de un conjunto de razonamientos que conducen a la evidencia de la verdad de la proposición. <u>En el enunciado de todo teorema se distinguen dos partes: la hipótesis, que es lo que se supone, y la tesis, que es lo que se quiere demostrar</u>"*. (Comillas y el subrayado son nuestros).

El teorema lo podríamos enunciar así: dos triángulos son iguales si tienen un lado paralelo a otro.

Segundo, formulación de la hipótesis:

El lado AB es paralelo al lado CD.

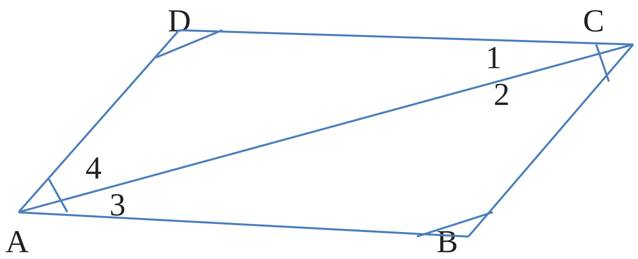
Tercero, formulación de la tesis:

ΔACD= ΔACB.

Cuarto, demostración:

El ángulo 1 es igual al ángulo 2, por ser adyacentes. Asimismo el ángulo 3 es igual al ángulo 4, por ser adyacentes. Pero también dada las propiedades de los triángulos, a ángulos iguales se oponen lados iguales y recíprocamente. Por consiguiente, el lado AB es igual al lado CD y el lado CB es igual al lado AD.

7. SI EL LADO CD ES IGUAL AL LADO AB Y EL ÁNGULO 1 ES IGUAL AL ÁNGULO 3, DEMOSTRAR QUE ΔACD= AL TRIANGULO ACB Y EL LADO BC ES IGUAL AL LADO AD.



Mi respuesta:

Ante todo debemos recordar el concepto de teorema, que el libro que estamos estudiando *Geometría-Trigonometría de Baldor*, nos otorga en la página 8: *"Es una proposición que puede ser demostrada. La demostración consta de un conjunto de razonamientos que conducen a la evidencia de la verdad de la proposición. <u>En el enunciado de todo teorema se distinguen dos partes: la hipótesis, que es lo que se supone, y la tesis, que es lo que se quiere demostrar</u>"*. (Comillas y el subrayado son nuestros).

El teorema lo podríamos enunciar así: dos triángulos son iguales si tienen un lado igual y un ángulo es igual a otro.

Segundo, formulación de la hipótesis:

El lado CD es igual al lado AB y el ángulo 1 es igual al ángulo 3.

Tercero, formulación de la tesis:

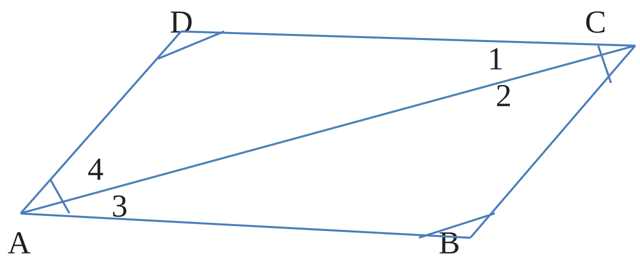
El ΔACD= al triangulo ACB y el lado BC es igual al lado AD.

Cuarto, demostración:

El ángulo 1 es igual al ángulo 3, por hipótesis y porque precisamente son dos ángulos alternos. Igualmente el ángulo 2 es igual es igual al ángulo 4, porque son alternos.

También los lados opuestos a los ángulos 1, 2, 3 y 4 son iguales, por la propiedad 1 de los triángulos, que reza de este modo: a ángulos iguales se oponen lados iguales y recíprocamente. De donde se desprende que no solo CD=AB, por hipótesis, sino que serán iguales AB y CD. Siendo, pues, iguales los lados y los ángulos de ambos triángulos, sin ningún género de duda, los triángulos ACD y ACB son iguales y que el lado BC y el lado AD también son iguales.

8. SI EL LADO AD ES IGUAL LADO BC Y LADO CD ES IGUAL AL LADO AB, DEMOSTRAR QUE EL ΔACD= AL TRIANGULO ACB Y EL ÁNGULO D ES IGUAL AL ÁNGULO B.



Mi respuesta:

Ante todo debemos recordar el concepto de teorema, que el libro que estamos estudiando *Geometría-Trigonometría de Baldor*, nos otorga en la página 8: *"Es una proposición que puede ser demostrada. La demostración consta de un conjunto de razonamientos que conducen a la evidencia de la verdad de la proposición. En el enunciado de todo teorema se distinguen dos partes: la hipótesis, que es lo que se supone, y la tesis, que es lo que se quiere demostrar".* (Comillas y el subrayado son nuestros).

El teorema lo podríamos enunciar así: dos triángulos son iguales si tienen dos lados iguales.

Segundo, formulación de la hipótesis:

El lado AD es igual al lado BC y el lado CD es igual al lado AB.

Tercero, formulación de la tesis:

El ΔACD= al triángulo ACB y el ángulo D es igual al ángulo B.

Cuarto, demostración:

El lado AD es igual al lado BC y el lado CD es igual al lado AB, por hipótesis.

El ángulo 1 es igual al ángulo 3, porque son alternos. El ángulo 2 es igual al ángulo 4, porque son alternos. Si el lado AD es igual al lado BC y el lado CD es igual al lado AB, entonces el ángulo B es igual al ángulo D, debido a que sus lados son iguales a sus lados opuestos.

Las series de igualdades, arriba demostradas, confirman que el triángulo ACD es igual al triangulo ACD.

7

EJERCICIOS CORRESPONDIENTES AL CAPÍTULO VII (POLÍGONOS) DEL LIBRO GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA DE BALDOR

Introducción

Ahora le toca al ejercicio que se encuentra ubicado en la página 80 y que está relacionado con el capítulo VII: Polígonos.

Requerimientos y respuestas

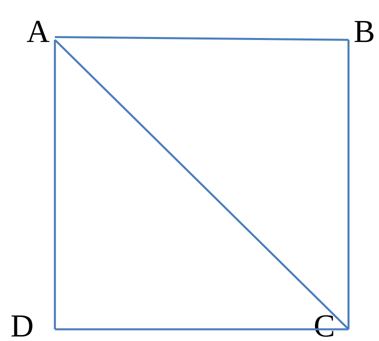
1. HALLAR LA SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERIORES DE UN CUADRADO.

Respuesta del libro: 360 grados.

Mi respuesta:

El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 74, dice: *"Ángulos internos o interiores de un polígono son aquellos formados por cada dos lados consecutivos"*. (Comillas y cursiva son nuestras). Por otro lado, el teorema 24, en la página 75, reza: *"La suma de los ángulos interiores (S_j) de un polígono convexo es igual a tantas veces dos ángulos rectos, como lados menos dos tiene el polígono"*. (Comillas y cursiva son nuestras). La fórmula es S_i = ángulo A+ ángulo B+… = 2R(n-2).

Ahora, dibujemos el cuadrado y tracemos una diagonal que lo divida en dos triángulos. En efecto, dice el libro en la página 75: *"Se llama diagonal al segmento determinado por dos vértices no consecutivos"*. (Comillas y cursiva son nuestras).



Los ángulos interiores de ese cuadrado son: ABC, BCD y CDA.

La recta AC constituye la diagonal.

La figura tiene cuatro (4) lados.

S_j= ABC+BCD+CDA= 2R(n-2)

S_j= 2(90)(4-2)= 2(90)(2)= 360 grados.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

2. HALLAR LA SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERIORES DE UN OCTÁGONO.

Respuesta del libro: 1,080 grados.

Mi respuesta:

Un octágono tiene ocho (8) lados. Apliquemos la fórmula:

S_j= 2R(n-2)

S_j= 2(90)(8-2)= 2(90)(6)= 1,080 grados.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

3. HALLAR LA SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERIORES DE UN PENTÁGONO.

Respuesta del libro: 540 grados.

Mi respuesta:

Un pentágono tiene cinco (5) lados. Apliquemos la fórmula:

S_j= 2R(n-2)

S_j= 2(90)(5-2)= 2(90)(3)

S_j= 540 grados.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

4. ¿CUÁL ES EL POLÍGONO CUYA SUMA DE ÁNGULOS INTERIORES VALE 540 GRADOS?

Respuesta del libro: Pentágono.

Mi respuesta:

Partimos de la fórmula: S_j= 2R(n-2).

Sustituimos los términos cuyos valores ya conocemos.

540= 2(90)(n-2)

(540)/2(90)= n-2

(540)/2(90)+2= n

n= 3+2= 5

Si el número de lados de la figura geométrica tiene 5 lados (n), entonces estamos ante un pentágono. Mi respuesta es idéntica a la del libro.

5. ¿CUÁL ES EL POLÍGONO CUYA SUMA DE ÁNGULOS INTERIORES VALE 1,260 GRADOS?

Respuesta del libro: Eneágono.

Mi respuesta:

Partimos de la fórmula: S_j= 2R(n-2).

Sustituimos los términos cuyos valores ya conocemos.

1,260= 2(90)(n-2)

(1260)/2(90)= n-2

(1260)/2(90)+2= n

n= 7+2= 9

Si el número de lados de la figura geométrica es 9, entonces estamos ante un eneágono. Mi respuesta es idéntica a la del libro.

6. ¿CUÁL ES EL POLÍGONO CUYA SUMA DE ÁNGULOS INTERIORES VALE 1,800 GRADOS?

Respuesta del libro: Dodecágono.

Mi respuesta:

Partimos de la fórmula: S_i = 2R(n-2).

Sustituimos los términos cuyos valores ya conocemos.

1800= 2(90)(n-2)

(1800)/2(90)= n-2

(1800)/2(90)+2= n

n= 10+2= 12

Si el número de lados de la figura geométrica es 12, entonces estamos ante un dodecágono. Mi respuesta es idéntica a la del libro.

7. HALLAR EL VALOR DE UN ÁNGULO INTERIOR DE UN HEXÁGONO REGULAR.

Respuesta del libro: 120 grados.

Mi respuesta:

El libro que estamos estudiando, GEOMETRÍA-TRIGONOMETRÍA de Baldor, en la página 76, dice: *"Como el polígono regular tiene todos sus ángulos interiores iguales, el valor de i de uno de ellos lo hallaremos dividiendo la suma entre el número n de ángulos".* (Comillas y cursiva son nuestras).

Si la figura geométrica es un hexágono regular estamos hablando de que allí se encuentran seis (6) ángulos interiores, por tanto, primero calculemos $S_{i.}$

S_j= 2R(n-2)= 2(90)(6-2)= 720 grados.

Ahora calculamos i, con esta fórmula:

i= S_j/n= 720/6= 120 grados.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

8. HALLAR EL VALOR DE UN ÁNGULO INTERIOR DE UN DODECÁGONO REGULAR.

Respuesta del libro: 150 grados.

Mi respuesta:

El libro que estamos estudiando, GEOMETRÍA-TRIGONOMETRÍA de Baldor, en la página 76, dice: *"Como el polígono regular tiene todos sus ángulos interiores iguales, el valor de i de uno de ellos lo hallaremos dividiendo la suma entre el número n de ángulos".* (Comillas y cursiva son nuestras).

Si la figura geométrica es un dodecágono regular estamos hablando de que allí se encuentran 12 ángulos interiores, por tanto, primero calculemos S_i.

S_j= 2R(n-2)= 2(90)(12-2)= 1,800 grados.

Ahora calculamos i, con esta fórmula:

i= S_j/n= 1,800/12= 150 grados.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

9. HALLAR EL VALOR DE UN ÁNGULO INTERIOR DE UN DECÁGONO REGULAR.

Respuesta del libro: 144 grados.

El libro que estamos estudiando, GEOMETRÍA-TRIGONOMETRÍA de Baldor, en la página 76, dice: *"Como el polígono regular tiene todos sus ángulos interiores iguales, el valor de i de uno de ellos lo hallaremos dividiendo la suma entre el número n de ángulos".* (Comillas y cursiva son nuestras).

Si la figura geométrica es un decágono regular estamos hablando de que allí se encuentran 10 ángulos interiores, por tanto, primero calculemos S_i.

S_i= 2R(n-2)= 2(90)(10-2)= 1,440 grados.

Ahora calculamos i, con esta fórmula:

i= S_i/n= 1,440/10= 144 grados.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

10. DETERMINAR CUÁL ES EL POLÍGONO REGULAR CUYO ÁNGULO INTERIOR ES IGUAL A 60 GRADOS.

Respuesta del libro: Triángulo.

De todos los polígonos, el triángulo es el que menor número de lados posee, es decir, tres (3) e igualmente tres (3) ángulos interiores. Pero sabemos que la suma de los ángulos interiores de un polígono, como mínimo, vale 2R, o sea, 180 grados, y que en el caso del triángulo esta suma alcanza S_i= 2R(n-2)= 180(3-2)= 180(1)= 180 grados, es muy evidente que el dato que nos proporcionan de que un ángulo interior vale 60 grados, se están refiriendo a un triángulo.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

11. DETERMINAR CUÁL ES EL POLÍGONO REGULAR CUYO ÁNGULO INTERIOR ES IGUAL A 90 GRADOS.

Respuesta del libro: Cuadrado.

Mi respuesta:

De entrada el triángulo queda descartado, puesto que 90 es mayor que 60; es probable que sea el cuadrado, que tiene 4 ángulos interiores, cuya sumatoria proporciona 360 grados, es decir, Si= 180(4-2)= 360 grados y queda comprobado que un ángulo vale 90 grados, ya que 90x4= 360 grados.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

13. HALLAR LA SUMA DE LOS ÁNGULOS EXTERIORES DE UN HEPTÁGONO.

Respuesta del libro: 360 grados.

Mi respuesta:

El libro que estamos estudiando, GEOMETRÍA-TRIGONOMETRÍA de Baldor, en la página 74, dice: *"Ángulos exteriores o externos de un polígono son los ángulos adyacentes a los interiores, obtenidos de la prolongación de los lados en un mismo sentido"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

En ese mismo tenor, en la página 76 se presenta el teorema 25 que reza de este modo: *"La suma de los ángulos exteriores (S_e) de todo polígono convexo es igual a cuatro ángulos rectos"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

Un heptágono es un polígono constituido por siete lados y, por consiguiente, consta de siete (7) ángulos internos y siete (7) ángulos externos. Procedamos con la fórmula siguiente:

Se= 4R= 4(90)= 360 grados.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

14. HALLAR EL VALOR DE UN ÁNGULO EXTERIOR DE UN OCTÁGONO REGULAR.

Respuesta del libro: 45 grados.

Mi respuesta:

Un octágono regular es un polígono que consta de ocho (8) lados y ocho (8) ángulos exteriores. La fórmula que usaremos es la siguiente:

e= Se/n= 4R/n= 4(90)/8= 360/8= 45 grados.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

15. HALLAR EL VALOR DE UN ÁNGULO EXTERIOR DE UN DECÁGONO REGULAR.

Respuesta del libro: 36 grados.

Mi respuesta:

Un decágono regular es un polígono que consta de 10 lados y 10 ángulos exteriores. La fórmula que usaremos es la siguiente:

$e= Se/n= 4R/n= 4(90)/10= 360/10= 36$ grados.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

16. HALLAR EL VALOR DE UN ÁNGULO EXTERIOR DE UN POLÍGONO REGULAR DE 20 LADOS.

Respuesta del libro: 18 grados.

Mi respuesta:

Un polígono de 20 lados, tiene también 20 ángulos exteriores. La fórmula que usaremos es la siguiente:

$e= Se/n= 4R/n= 4(90)/20= 360/20= 18$ grados.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

17. ¿CUÁL ES EL POLÍGONO REGULAR CUYO ÁNGULO EXTERIOR VALE 120 GRADOS?

Respuesta del libro: Triángulo.

Mi respuesta:

Sabemos que la suma de los ángulos exteriores de un polígono regular, vale 4R, es decir, 360 grados y si un ángulo exterior vale 120 grados, se supone que estamos hablando de un triángulo, pues $e= 4R/n= 360/3= 120$ grados; por esta razón estamos hablando de un triángulo.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

20. CALCULAR EL NÚMERO DE DIAGONALES QUE SE PUEDEN TRAZAR DESDE UN VÉRTICE DE UN PENTÁGONO.

Respuesta del libro: dos (2) diagonales.

Mi respuesta:

En la página 75 el libro que estamos estudiando, GEOMETRÍA-TRIGONOMETRÍA de Baldor, se estampa el concepto de diagonal. Dice: *"Se llama diagonal al segmento determinado por dos vértices no consecutivos".* (Comillas y cursiva son nuestras). Y en la página 77 estampa el teorema 26, que reza del modo siguiente: *"El número de diagonales que pueden trazarse desde un vértice es igual al número de lados menos tres".* (Comillas y cursiva son nuestras). Atendiendo a este concepto solamente se pueden trazar dos diagonales, puesto que d= n-3= 5-3= 2.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

21. CALCULAR EL NÚMERO DE DIAGONALES QUE SE PUEDEN TRAZAR DESDE UN VÉRTICE DE UN OCTÁGONO.

Respuesta del libro: cinco (5) diagonales.

Mi respuesta:

En la página 75 el libro que estamos estudiando, GEOMETRÍA-TRIGONOMETRÍA de Baldor, se estampa el concepto de diagonal. Dice: *"Se llama diagonal al segmento determinado por dos vértices no consecutivos".* (Comillas y cursiva son nuestras). Y en la página 77 estampa el teorema 26, que reza del modo siguiente: *"El número de diagonales que pueden trazarse desde un vértice es igual al número de lados menos tres".* (Comillas y cursiva son nuestras). Atendiendo a este concepto, en un octágono solamente se pueden trazar, desde un vértice, cinco (5) diagonales, puesto que d= n-3= 8-3= 5.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

22**.** CALCULAR EL NÚMERO DE DIAGONALES QUE SE PUEDEN TRAZAR DESDE UN VÉRTICE DE UN DECÁGONO.

Respuesta del libro: siete (7) diagonales.

Mi respuesta:

En la página 75 el libro que estamos estudiando, Geometría-Trigonometría de Baldor, se estampa el concepto de diagonal. Dice: *"Se llama diagonal al segmento determinado por dos vértices no consecutivos".* (Comillas y cursiva son nuestras). Y en la página 77 estampa el teorema 26, que reza del modo siguiente: *"El número de diagonales que pueden trazarse desde un vértice es igual al número de lados menos tres".* (Comillas y cursiva son nuestras). Atendiendo a este concepto, en un decágono solamente se pueden trazar siete (7) diagonales, puesto que d= n-3= 10-3= 7.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

23. ¿CUÁL ES EL POLÍGONO EN EL QUE SE PUEDEN TRAZAR TRES DIAGONALES DESDE UN VÉRTICE?

Respuesta del libro: Hexágono.

Mi respuesta:

En la página 75 el libro que estamos estudiando, Geometría-Trigonometría de Baldor, se estampa el concepto de diagonal. Dice: *"Se llama diagonal al segmento determinado por dos vértices no consecutivos".* (Comillas y cursiva son nuestras). Y en la página 77 estampa el teorema 26, que reza del modo siguiente: *"El número de diagonales que pueden trazarse desde un vértice es igual al número de lados menos tres".* (Comillas y cursiva son nuestras). Atendiendo a este concepto, el polígono en el que se pueden trazar tres diagonales desde un vértice es el siguiente: aplicamos la fórmula d= n-3, sustitución 3= n-3, despejamos a n para obtener n= 3+3= 6 lados, por tanto, tiene que ser un hexágono.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

24. ¿CUÁL ES EL POLÍGONO EN EL QUE SE PUEDEN TRAZAR SEIS DIAGONALES DESDE UN VÉRTICE?

Respuesta del libro: Eneágono.

Mi respuesta:

En la página 75 el libro que estamos estudiando, Geometría-Trigonometría de Baldor, se estampa el concepto de diagonal. Dice: *"Se llama diagonal al segmento determinado por dos vértices no consecutivos".* (Comillas y cursiva son nuestras). Y en la página 77 estampa el teorema 26, que reza del modo siguiente: *"El número de diagonales que pueden trazarse desde un vértice es igual al número de lados menos tres".* (Comillas y cursiva son nuestras). Atendiendo a este concepto, el polígono en el que se pueden trazar seis diagonales desde un vértice es el siguiente: aplicamos la fórmula d= n-3, sustitución 6= n-3, despejamos a n para obtener n= 6+3= 9 lados, por tanto, tiene que ser un eneágono.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

25. ¿CUÁL ES EL POLÍGONO EN EL QUE SE PUEDEN TRAZAR NUEVE DIAGONALES DESDE UN VÉRTICE?

Respuesta del libro: Dodecágono.

Mi respuesta:

En la página 75 el libro que estamos estudiando, Geometría-Trigonometría de Baldor, se estampa el concepto de diagonal. Dice: *"Se llama diagonal al segmento determinado por dos vértices no consecutivos".* (Comillas y cursiva son nuestras). Y en la página 77 estampa el teorema 26, que reza del modo siguiente: *"El número de diagonales que pueden trazarse desde un vértice es igual al número de lados menos tres".* (Comillas y cursiva son nuestras). Atendiendo a este concepto, el polígono en el que se pueden trazar nueve diagonales desde un vértice es el siguiente: aplicamos la fórmula d= n-3, sustitución 9= n-3, despejamos a n para obtener n= 9+3= 12 lados, por tanto, tiene que ser un dodecágono.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

26. CALCULAR EL NÚMERO TOTAL DE DIAGONALES QUE SE PUEDEN TRAZAR EN UN OCTÁGONO.

Respuesta del libro: 20.

Mi respuesta:

En la página 78 el libro que estamos estudiando, GEOMETRÍA-TRIGONOMETRÍA de Baldor, se estampa el teorema 27 que dice: *"Si n es el número de lados del polígono, el número total de diagonales D que pueden trazarse desde todos los vértices está dada por la fórmula D= n(n-3)/2".* (Comillas y cursiva son nuestras).

Sustitución en la fórmula dada arriba: como el octágono posee 8 lados, tendremos 8(8-3)/2= 8(5)/2= 40/2= 20 diagonales.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

27. CALCULAR EL NÚMERO TOTAL DE DIAGONALES QUE SE PUEDEN TRAZAR EN UN DECÁGONO.

Respuesta del libro: 35.

Mi respuesta:

En la página 78 el libro que estamos estudiando, GEOMETRÍA-TRIGONOMETRÍA de Baldor, se estampa el teorema 27 que dice: *"Si n es el número de lados del polígono, el número total de diagonales D que pueden trazarse desde todos los vértices está dada por la fórmula D= n(n-3)/2".* (Comillas y cursiva son nuestras).

Sustitución en la fórmula dada arriba: como el decágono posee 10 lados, tendremos 10(10-3)/2= 10(7)/2= 70/2= 35 diagonales.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

28. CALCULAR EL NÚMERO TOTAL DE DIAGONALES QUE SE PUEDEN TRAZAR EN UN POLÍGONO DE 20 LADOS.

Respuesta del libro: 170.

Mi respuesta:

En la página 78 el libro que estamos estudiando, GEOMETRÍA-TRIGONOMETRÍA de Baldor, se estampa el teorema 27 que dice: *"Si n es el número de lados del polígono, el número total de diagonales D que pueden trazarse desde todos los vértices está dada por la fórmula D= n(n-3)/2".* (Comillas y cursiva son nuestras).

Sustitución en la fórmula dada arriba: como el polígono tiene 20 lados, tendremos 20(20-3)/2= 20(17)/2= 340/2= 170 diagonales.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

EJERCICIOS CORRESPONDIENTES AL CAPÍTULO VIII (CUADRILÁTEROS) DEL LIBRO GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA DE BALDOR

Introducción

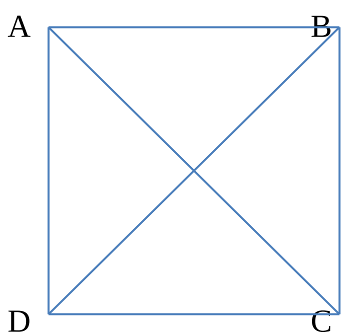
Desarrollaremos el ejercicio vinculado con los cuadriláteros, que se encuentra en la página 88.

Requerimientos y respuestas

1. CONSTRUIR UN CUADRADO DE 5 CM DE LADO, TRAZAR SUS DIAGONALES Y COMPROBAR POR MEDICIÓN QUE SON IGUALES Y PERPENDICULARES, QUE SE DIVIDEN MUTUAMENTE EN PARTES IGUALES Y QUE SON BISECTRICES DE LOS ÁNGULOS CUYOS VÉRTICES UNEN.

Mi respuesta:

Construyamos el cuadrado de 5 cm de lado:



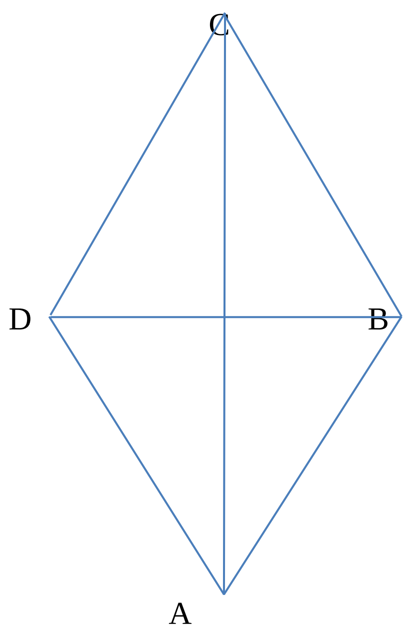
Trazamiento de sus diagonales

El libro que estamos estudiando, GEOMETRÍA-TRIGONOMETRÍA de Baldor, en la página 82, dice: *“El número total de diagonales que se pueden trazar en un cuadrilátero es 2”*. (Comillas y cursiva son nuestras). Y añade: *“En efecto, el número total de diagonales de un polígono está dado por la fórmula: D= n(n-3)/2”.* (Comillas y cursiva son nuestras). Donde, obviamente, n representa el número de lados que posee el cuadrilátero (en este caso el cuadrado). Por tanto: D= 4(4-3)/2= 4(1)/2= 2, es decir, en el cuadrado presentado arriba solamente podemos trazar 2 diagonales, que son AC y BD.

La diagonal AC es perpendicular a la diagonal BD; en cambio, la diagonal BD es perpendicular a la diagonal AC. Son diagonales iguales, pues miden 7 cm., y dividen los vértices en dos partes iguales, en consecuencia, son bisectrices.

Como puede apreciar el lector cumplimos con todos los requerimientos del problema 1.

3. CONSTRUIR UN ROMBO CUYO LADO MIDA 6 CM Y TENGA UN ÁNGULO AGUDO DE 60 GRADOS. COMPROBAR POR MEDICIÓN QUE LAS DIAGONALES SON PERPENDICULARES, SE DIVIDEN MUTUAMENTE EN PARTES IGUALES Y SON BISECTRICES DE LOS ÁNGULOS CUYOS VÉRTICES UNEN.



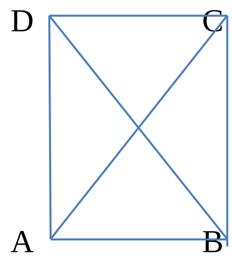
Mi respuesta:

En todo rombo, como es un paralelogramo, tiene sus lados opuestos iguales (AD= BC y CD=AB); también sus ángulos opuestos son iguales (el ángulo A es igual al ángulo C y el ángulo B es igual al ángulo D); pero sus ángulos contiguos son desiguales (el ángulo A es diferente al ángulo B, por ejemplo); en cambio dos ángulos consecutivos son suplementarios, pues son adyacentes.

Si ese rombo tiene un ángulo agudo que vale 60 grados, el otro ángulo agudo como es su opuesto es igual al primero, por tanto, vale también 60 grados; mas, como el rombo vale 4R, es decir 360 grados, quedarían 360-120= 240 grados para los dos ángulos restantes, los cuales valdrían, cada uno 120 grados.

4. CONSTRUIR UN RECTÁNGULO CUYOS LADOS MIDAN 4 CM Y 3 CM, Y TRAZAR SUS DIAGONALES. ¿LAS DIAGONALES SON IGUALES? ¿LAS DIAGONALES SON PERPENDICULARES? ¿LAS DIAGONALES SE DIVIDEN MUTUAMENTE EN PARTES IGUALES? ¿LAS DIAGONALES SON BISECTRICES DE LOS ÁNGULOS CUYOS VÉRTICES UNEN? INVESTIGARLOS POR MEDICIÓN.

Mi respuesta:



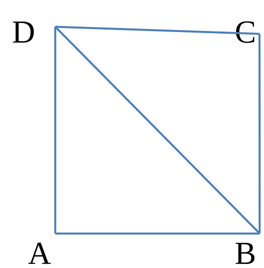
El libro que estamos estudiando, Geometría-Trigonometría de Baldor, en la página 83 dice: *"Los cuadriláteros se clasifican atendiendo al paralelismo de los lados opuestos. Si los lados opuestos son paralelos dos a dos, la figura se llama paralelogramo".* (Comillas y cursiva son nuestras). Añade en la página 84: *"Rectángulo. Tiene los cuatro ángulos iguales y los lados contiguos desiguales*. (Comillas y cursiva son nuestras).

El ángulo A es igual al ángulo B, éste es igual C, éste es igual al ángulo D y éste es igual al ángulo A. Todos sus ángulos son iguales. El lado AB es igual al lado CD y el lado AD es igual al lado BC, pero el lado AB es distinto al lado BC y éste es desigual al CD y éste es desigual al lado AD.

Las diagonales BD y AC son iguales, pues miden 5 cm. Las diagonales perpendiculares y se dividen mutuamente en partes iguales, es decir, 2.5 cm. Así es son bisectrices de los ángulos cuyos vértices unen.

5. CONSTRUIR UN CUADRADO CUYA DIAGONAL MIDA 5 CM.

Mi respuesta:

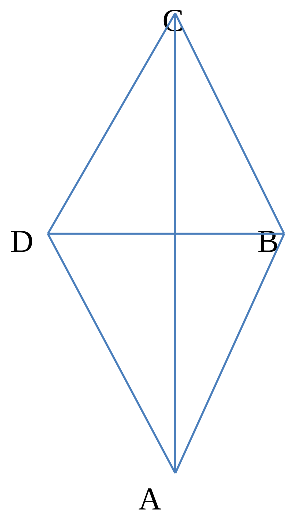


La diagonal BD mide 5 cm, y los lados del cuadrado, AB, BC, CD y DA, miden cada uno 3.5 cm.

6. CONSTRUIR UN ROMBO CUYAS DIAGONALES MIDAN 8 CM Y 4 CM.

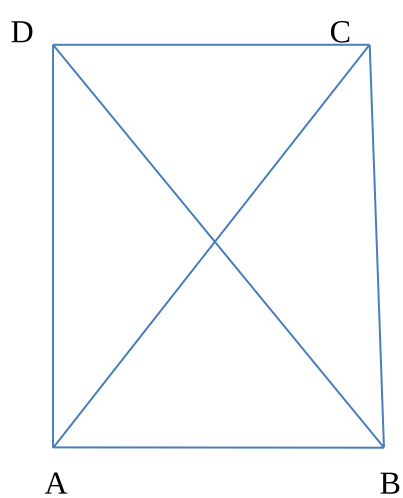
Mi respuesta:

El libro que estamos estudiando, GEOMETRÍA-TRIGONOMETRÍA de Baldor, en la página 84 dice: *"Rombo. Tiene los cuatro lados iguales y los ángulos contiguos desiguales"*. (Comillas y cursiva son nuestras).



La diagonal AC mide 8 cm y la diagonal BD mide 4 cm. Pero tuve problemas en la medición de los lados. Hay inexactitudes.

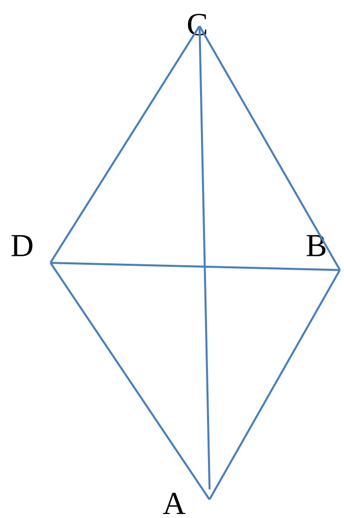
7. CONSTRUIR UN RECTÁNGULO QUE TENGA UN LADO QUE MIDA 7 CM Y UNA DIAGONAL QUE MIDA 9 CM.



Mi respuesta:

Arriba construimos el rectángulo con las especificaciones requeridas. Los lados opuestos AD y BC son iguales y miden 7 cm cada uno. Los lados opuestos AB y CD son iguales miden aproximadamente 5.5cm cada uno y la diagonal BD mide 9 cm, igual afirmación puedo hacer de la diagonal AC.

8. CONSTRUIR UN ROMBO QUE TENGA UN LADO QUE MIDA 5 CM Y UNA DIAGONAL QUE MIDA 8 CM.



Mi respuesta:

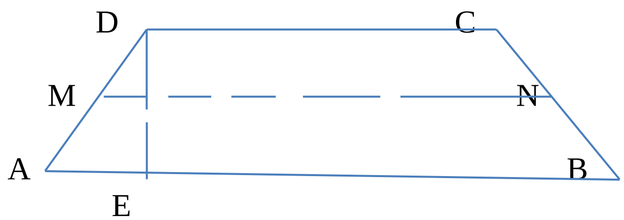
Como los lados del rombo son iguales, todos miden 5 cm, la diagonal AC mide 8 cm, siempre conforme con los requerimientos del punto 8.

9. UN ÁNGULO DE UN ROMBOIDE MIDE 36 GRADOS. ¿CUÁNTO MIDE CADA UNO DE LOS OTROS TRES?

El libro que estamos estudiando, GEOMETRÍA-TRIGONOMETRÍA de Baldor, en la página 84 dice: *"Romboide. Tiene los lados y los ángulos contiguos desiguales".* (Comillas y cursiva son nuestras). Ahora bien, sabemos que todo cuadrilátero, como el romboide, la suma de sus ángulos interiores equivale a 4R, es decir, a 360 grados. Si el ángulo mide 36 grados, esto quiere decir que este ángulo es agudo, por tanto, es opuesto al otro ángulo agudo, que por ser iguales, también vale 36 grados. De los 360 grados están sobrando 288 grados para los otros dos ángulos que por ser opuestos son iguales; a cada uno le toca 144 grados.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

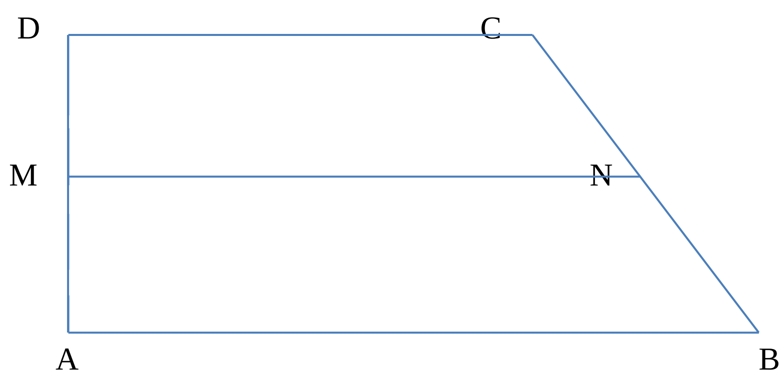
10. CONSTRUIR UN TRAPECIO CUYAS BASES MIDAN 10 CM Y 6 CM. TRAZAR LA PARALELA O BASE MEDIA Y COMPROBAR, POR MEDICIÓN, QUE SU LONGITUD ES IGUAL A LA SEMISUMA DE LAS BASES



Mi respuesta**:**

Arriba tenemos un trapecio. La base mayor es AB que mide 10 cm, mientras DC es la base menor que mide 6 cm. La base media es MN que tiene la importante propiedad de que es igual a la semisuma de las bases, es decir, (10+6)/2= 8 cm. Finalmente tenemos DE es la altura del trapecio. Todo siempre medido en función a los requerimientos del problema 10 del libro.

11. CONSTRUIR UN TRAPECIO RECTÁNGULO CUYAS BASES MIDAN 12 CM Y 8 CM Y LA ALTURA 5 CM. TRAZAR LA BASE MEDIA Y COMPROBAR, POR MEDICIÓN, QUE ES IGUAL A LA SEMISUMA DE LAS BASES.



Mi respuesta:

La figura geométrica que está plasmada arriba es un trapecio rectángulo, el cual posee dos ángulos rectos, a saber, el ángulo A y el ángulo D. Por su parte, el lado AB constituye su base mayor, y el lado CD es su base menor. DA desempeña el rol de altura del trapecio rectángulo, que mide 5 cm. MN constituye la base media y que mide 10 cm. Ésta tiene la importante propiedad de que es igual a la semisuma de las bases, es decir, (12+8)/2= 10 cm.

14. Si un ángulo agudo de un trapecio isósceles mide 50 grados, ¿cuánto miden cada uno de los otros tres ángulos?

Mi respuesta:

Los ángulos internos de un trapecio isósceles equivalen a 4R, o sea, a 360 grados. Luego 360-50= 310 grados. De estos hay que deducir 50 grados más que corresponden al segundo ángulo agudo, pues son iguales por estar opuestos a lados iguales. Quedan entonces 310-50= 260 grados, que deben ser distribuidos en los dos ángulos restantes que son iguales, tocándole 130 grados a cada uno.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

EJERCICIOS CORRESPONDIENTES AL CAPÍTULO IX (SEGMENTOS PROPORCIONALES) DEL LIBRO GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA DE BALDOR

Introducción

Dicho ejercicio comienza en la página 100 y concluye en la 103.

Requerimientos y respuestas

HALLAR LAS RAZONES DIRECTAS E INVERSAS DE LOS SEGMENTOS A Y B, SABIENDO QUE:

1. a=18 m, b= 24 m.

Respuesta del libro: a/b= 0.75, b/a= 4/3.

Mi respuesta:

Nos hablan de razones directas e inversas de dos segmentos. El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 90, dice: *"La razón de dos segmentos es el cociente de sus medidas con la misma unidad"*. (Comillas y cursiva son nuestras). Procedamos:

a/b= 18/24=9/12= 3/4= 0.75.

Ahora calculamos la razón inversa:

24/18= 12/9= 4/3.

Mis respuestas son idénticas a las del libro.

2. A= 6 DM, B= 8 DM.

Respuesta del libro: a/b= 0.75, b/a= (1)1/3.

Mi respuesta:

Nos hablan de razones directas e inversas de dos segmentos. El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 90, dice: *"La razón de dos segmentos es el cociente de sus medidas con la misma unidad"*. (Comillas y cursiva son nuestras). Procedamos:

a= 6/8= 3/4= 0.75

Ahora calculamos la razón inversa:

b= 8/6= 4/3= 1.33.

Mis respuestas son idénticas a las del libro.

3. A= 25 CM, B= 5 CM.

Respuesta del libro: a/b= 5, b/a= 0.2.

Mi respuesta:

Nos hablan de razones directas e inversas de dos segmentos. El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 90, dice: *"La razón de dos segmentos es el cociente de sus medidas con la misma unidad"*. (Comillas y cursiva son nuestras). Procedamos:

a/b= 25/5= 5.

Ahora calculamos la inversa:

b/a= 5/25= 0.2.

Mis respuestas son idénticas a las respuestas del libro.

4. A= 3 DM, B= 9 DM.

Respuesta del libro: a/b= 1/3, b/a= 3.

Mi respuesta:

Nos hablan de razones directas e inversas de dos segmentos. El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 90, dice: *"La razón de dos segmentos es el cociente de sus medidas con la misma unidad"*. (Comillas y cursiva son nuestras). Procedamos:

a/b= 3/9= 1/3.

Ahora calculamos la inversa:

b/a= 9/3= 3.
Mis respuestas son idénticas a las respuestas del libro.

5. A= 2.5, DM, B= 50 CM.

Respuesta del libro: a/b=0.5, b/a= 2.

Mi respuesta:

Nos hablan de razones directas e inversas de dos segmentos. El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 90, dice: *"La razón de dos segmentos es el cociente de sus medidas con la misma unidad"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

Pero antes de proceder a realizar los debidos cálculos, debemos uniformizar la unidad de medida en que se expresan los segmentos. Los decímetros los convertiremos en centímetros: 2.5x10= 25 centímetros.

a/b= 25/50= 0.5.

Ahora calculamos la inversa:

b/a= 50/25= 2.

Mis respuestas son idénticas a las respuestas del libro.

6. A= 3 KM, B= 6 HM.

Respuesta del libro: a/b= 5, b/a= 1/5.

Mi respuesta:

Nos hablan de razones directas e inversas de dos segmentos. El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 90, dice: *"La razón de dos segmentos es el cociente de sus medidas con la misma unidad"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

Pero antes de proceder a realizar los debidos cálculos, debemos uniformizar la unidad de medida en que se expresan los segmentos. Los kilómetros los convertiremos en hectómetros: 3x10= 30 hectómetros.

a/b= 30/6= 5.

Ahora calculamos la inversa:

b/a= 6/30= 1/5.

Mis respuestas son idénticas a las respuestas del libro.

7. A- 5 HM, B= 3 DM.

Respuesta del libro: a/b= (16)2/3, b/a= 3/50.

Mi respuesta:

Nos hablan de razones directas e inversas de dos segmentos. El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 90, dice: *"La razón de dos segmentos es el cociente de sus medidas con la misma unidad"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

Pero antes de proceder a realizar los debidos cálculos, debemos uniformizar la unidad de medida en que se expresan los segmentos. Los hectómetros los convertiremos en decímetros: 5x1000= 5000 decímetros.

a/b= 5000/3= 1,666.7.

Ahora calculamos la inversa:

b/a= 3/5000= 0.0006.

Mis respuestas difieren de las respuestas del libro, debido a que partimos de datos diferentes respecto a la cantidad de decímetros que tiene un hectómetro. La información que obtuve es que equivale a 1,000 decímetros.

8. A= 4 DM, B= 8 M.

Respuesta del libro: a/b= 5, b/a= 1/5.

Mi respuesta:

Mi respuesta:

Nos hablan de razones directas e inversas de dos segmentos. El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 90, dice: *"La razón de dos segmentos es el cociente de sus medidas con la misma unidad"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

Pero antes de proceder a realizar los cálculos debemos uniformizar la unidad de medida en que se expresan los segmentos. Los metros los convertiremos en decímetros: 8x10= 80 decímetros.

a/b= 4/80= 0.05

Ahora calculamos la inversa:

b/a= 80/4= 20.

Mis respuestas difieren de las respuestas del libro.

9. A= 6MM, B= 3CM.

Respuesta del libro: a/b= 1/5, b/a= 5.

Mi respuesta:

Nos hablan de razones directas e inversas de dos segmentos. El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 90, dice: *"La razón de dos segmentos es el cociente de sus medidas con la misma unidad"*. (Comillas y cursiva son nuestras).
Pero antes de proceder a realizar los cálculos debemos uniformizar la unidad de medida en que se expresan los segmentos. Los cm, serán convertidos en mm: 3x10= 30 mm.

a/b= 6/30= 1/5.

Ahora calculamos la inversa:

b/a= 30/6= 5.

Mis respuestas son idénticas a las respuestas del libro.

10. A= 9 CM, B= 6 DM.

Respuesta del libro: a/b= 3/20, b/a= (6)2/3

Mi respuesta:

Nos hablan de razones directas e inversas de dos segmentos. El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 90, dice: *"La razón de dos segmentos es el cociente de sus medidas con la misma unidad"*. (Comillas y cursiva son nuestras).

Pero antes de proceder a realizar los cálculos debemos uniformizar la unidad de medida en que se expresan los segmentos. Los dm, serán convertidos en cm: 6x10= 60 cm.

a/b= 9/60= 3/20.

Ahora calculamos la inversa:

b/a= 60/9= 20/3= (6)2/3.

Mis respuestas son idénticas a las respuestas del libro.

Hallar los dos segmentos sabiendo su suma (S) y su razón (r).

11. S= 6, R= 1/2.

Respuesta del libro: 2 y 4.

Mi respuesta:

Primero, encontremos la solución en base a un razonamiento lógico. Cuando se habla de suma, estamos entendiendo que es la suma de lo que miden los segmentos; y que cuando hablamos de razón, estamos hablando del cociente que resulta de dividir lo que mide un segmento entre lo que mide el otro. Luego, si S= 6, esto quiere decir que el valor de cada segmento va desde 1 hasta 6, que sumados resulte en 6, pero que divididos arroje un cociente igual a 1/2. No pueden ser 1 y 5, porque si bien S= 6, cuando dividimos 1/5 es diferente a dividir 1/2; pero cuando probamos 2 y 4, su suma aporta 6 y la división, 2/4, aporta un 1/2. La respuesta es 2 y 4. Mi respuesta es idéntica a la del libro.

Segundo, apliquemos la lógica de las fórmulas:

S= 6

a+b= 6

a= 6-b

a= 1/2b

6-b= 1/2b

6= 1/2b+b

1/2+1/1= 1+2/2= 3/2

6= 3/2b

2(6)= 3b

b= 12/3= 4

a= 1/2(4)= 2.

Resultado final, a= 2, b= 4.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

12. S= 8, R= 3/5

a+b= 8

a= 8-b

r= 3/5=
a/b= 3/5

a= 3/5(b)

8-b= 3/5(b)

$8 = 3/5(b)+b$

$3/5+1/1= (3+5)/5= 8/5$

$8= (8/5)b$

$(5)8= 8b$

$b= 40/8= 5$

Sustitución:

$a= 3/5b= 3/5(5)= 15/5= 3$

Resultado final: 3 y 5.

Mi respuesta es idéntica a la del libro.

13. S= 12, R= 1/2.

Respuesta del libro: 4 y 8.

Mi respuesta:

Cuando se habla de suma, estamos entendiendo que es la suma de lo que miden los segmentos; y que cuando hablamos de razón, estamos hablando del cociente que resulta de dividir lo que mide un segmento entre lo que mide el otro. Luego, si S= 12, esto quiere decir que el valor de cada segmento va desde 1 hasta 12, que sumados resulte en 12, pero que divididos arroje un cociente igual a 1/2. No pueden ser 1 y 11, porque si bien S= 1+11= 12, cuando dividimos 1/11 es diferente a dividir 1/2; pero cuando probamos 2 y 10, si bien S= 2+10= 12, la división, 2/10= 1/5, que distinto a r= 1/2. Debemos continuar. Cuando probamos 4 y 8, que aporta una S= 4+8= 12 y además una r= 4/8= 1/2, que es lo que estamos buscando, nos indica que la solución es 4 y 8. Mi respuesta es idéntica a la del libro.

Ahora apliquemos la lógica de las fórmulas:
S= 12, r= 1/2

$a+b= 12$

$a= 12-b$

$a/b= 1/2$

$a= 1/2b$

$12-b= 1/2b$

$12= 1/2b+b$

$1/2+1/1= 1+2/2= 3/2$

$12= 3/2b$

$2(12)= 3b$

$b= 24/3= 8$

$a= 1/2(8)= 4$.

Resultado final, $a= 4$, $b= 8$.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

14. $S= 36$, $r= 1/3$.

Respuesta del libro: 9 y 27.

Mi respuesta:

Cuando se habla de suma, estamos entendiendo que es la suma de lo que miden los segmentos; y que cuando hablamos de razón, estamos hablando del cociente que resulta de dividir lo que mide un segmento entre lo que mide el otro. Luego, si $S= 36$, esto quiere decir que el valor de cada segmento va desde 1 hasta 36, que sumados resulte en 36, pero que divididos arroje un cociente igual a 1/3. No pueden ser 1 y 35, porque si bien $S= 1+35= 36$, cuando dividimos 1/35 es diferente a dividir 1/3; pero cuando probamos 2 y 34, si bien $S= 2+34= 36$, la división, $2/34= 1/17$, que es distinto a $r= 1/3$. Debemos continuar. Cuando probamos dos números que al simplificar el numerador arroje 1 y al simplificar el denominador arroje un 3, obviamente esos números son 9, en el numerador y 27 en el denominador, cuya $S= 9+27= 36$ y $r= 9/27= 1/3$. Finalmente los valores buscados son 9 y 27. Mi respuesta es idéntica a la del libro.
Ahora apliquemos la lógica de las fórmulas:

14. $S= 36$, $r= 1/3$

$a+b= 36$

$a= 36-b$

$a/b= 1/3$

$a= 1/3b$
$36-b= 1/3b$

$36= 1/3b+b$

$1/3+1/1= 1+3/3= 4/3$

$36= 4/3b$

$3(36)= 4b$

$b= 108/4= 27$

$a= 1/3(27)= 9$.

Resultado final, $a= 9$, $b= 27$.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

15. $S= 40$, $R= 3/5$.

Respuesta del libro: 15 y 25.

Mi respuesta:

Cuando se habla de suma, estamos entendiendo que es la suma de lo que miden los segmentos; y que cuando hablamos de razón, estamos hablando del cociente que resulta de dividir lo que mide un segmento entre lo que mide el otro. Luego, si $S= 36$, esto quiere decir que el valor de cada segmento va desde 1 hasta 36, que sumados resulte en 40, pero que divididos arroje un cociente igual a 3/5. Debemos probar dos números que al simplificar el numerador arroje 3 y al simplificar el denominador arroje un 5, obviamente esos números son 15, en el numerador, y 25 en el denominador, cuya $S= 15+25= 40$ y $r= 15/25= 3/5$. Finalmente los valores buscados son 15 y 25. Mi respuesta es idéntica a la del libro.

15. $S= 40$, $R= 3/5$

$a+b= 40$

$a= 40-b$

$a/b= 3/5$
$a= 3/5b$

$40-b= 3/5b$

$40= 3/5b+b$

$3/5+1/1= 3+5/5= 8/5$

$40= 8/5b$

5(40)= 8b

b= 200/8= 25

a= 3/5(25)= 15.

Resultado final, a= 15, b= 25.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

Hallar los dos segmentos sabiendo su diferencia (D) y su razón (r):

16. D= 12, R= 5/2.

Respuesta del libro: 20 y 8.

Mi respuesta**:**

a/b= 5/2

a= 5/2b

a-b= 12

a= 12+b

Sustitución

5/2b= 12+b

5b= (12+b)(2)

5b= 24+2b

5b-2b= 24

3b= 24

b= 24/3= 8

Sustitución:

a= 12+b= 12+8= 20.

Resultado final: 20 y 8.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

17. D= 24, R= 5.

Respuesta del libro: 30 y 6.

Mi respuesta**:**

a/b= 5

a= 5b

a-b= 24

a= 24+b

Sustitución

5b= 24+b

5b-b= 24

4b= 24

b= 24/4= 6

Sustitución:

a= 24+6= 30

Resultado final: 30 y 6.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

18. D= 10, R= 3.

Respuesta del libro: 15 y5

Mi respuesta**:**

a/b= 3

a= 3b

a-b= 10

a= 10+b

Sustitución

3b= 10+b

3b-b= 10

2b= 10

b= 10/2= 5

Sustitución:

a= 10+5= 15

Resultado final: 15 y 5.

Mi respuesta es idéntica a la del libro.

19. D= 7, R= 2.

Respuesta del libro: 14 y 7.

Mi respuesta**:**

a/b= 2

a= 2b

a-b= 7

a= 7+b

Sustitución

2b= 7+b

2b-b= 7

b= 7

Sustitución:

a= 7+7= 14

Resultado final: 14 y 7.

Mi respuesta es idéntica a la del libro.

20. D= 12, R= 3.

Respuesta del libro: 18 y 6.

Mi respuesta**:**

a/b= 3

a= 3b

a-b= 12

a= 12+b

Sustitución

3b= 12+b

3b-b= 12

2b= 12

b= 12/2= 6

Sustitución:

a= 12+6= 18

Resultado final: 18 y 6.

Mi respuesta es idéntica a la del libro.

Hallar la cuarta proporcional a los números a, b y c.

21. A= 2, B= 4, C= 8

Respuesta del libro: 16.

Mi respuesta**:**

El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 100 habla de la cuarta proporcional a tres segmentos dados a, b y c, dice que *"Se cumple que: a/b=c/x y x* *es la cuarta proporcional a los segmentos dados”.* Comillas y cursiva son nuestras). Procedamos:

a/b= c/x

Sustitución:

2/4= 8/x

1/2= 8/x

x= (8)/(1/2)= 16.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

22. A= 3, B= 6, C= 9.

Respuesta del libro: 18.

Mi respuesta**:**

El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 100 habla de la cuarta proporcional a tres segmentos dados a, b y c, dice que *“Se cumple que: a/b=c/x y x es la cuarta proporcional a los segmentos dados”.* Comillas y cursiva son nuestras). Procedamos:

a/b= c/x

Sustitución:

3/6= 9/x

1/2= 9/x

x= (9)/(1/2)= 18.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

23. A= 4, B= 8, C= 10.

Respuesta del libro: 20.

Mi respuesta**:**

El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 100 habla de la cuarta proporcional a tres segmentos dados a, b Y c, dice que *“Se cumple que: a/b=c/x y x* *es la cuarta proporcional a los segmentos dados".* Comillas y cursiva son nuestras). Procedamos:

a/b= c/x

Sustitución:

4/8= 10/x

1/2= 10/x

x= (10)/(1/2)= 20.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

24. A= 5, B= 10, C= 4.

Respuesta del libro: 8.

Mi respuesta**:**

El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor de Baldor, en la página 100 habla de la cuarta proporcional a tres segmentos dados a, b y c, dice que *"Se cumple que: a/b=c/x y x es la cuarta proporcional a los segmentos dados".* Comillas y cursiva son nuestras). Procedamos:

a/b= c/x

Sustitución:

5/10= 4/x

1/2= 4/x

x= (4)/(1/2)= 8.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

25. A= 6, B= 12, C= 3.

Respuesta del libro: 6.

Mi respuesta**:**

El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 100 habla de la cuarta proporcional a tres segmentos dados a, b y c, dice que *"Se cumple que: a/b=c/x y x* *es la cuarta proporcional a los segmentos dados”.* Comillas y cursiva son nuestras). Procedamos:

a/b= c/x

Sustitución:

6/12= 3/x

1/2= 3/x

x= (3)/(1/2)= 6.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

Hallar la tercera proporcional a los números a y b.

26. A= 4, B=16.

Respuesta del libro: 64.

Mi respuesta**:**

El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 100 habla de la tercera proporcional a dos segmentos dados a y b, dice que *“Se cumple: a/b=b/x y x es la tercera proporcional a los segmentos dados”.* Comillas y cursiva son nuestras). Procedamos:

a/b= b/x

Sustitución:

4/16= 16/x

1/4= 16/x

x= (16)/(1/4)= 64.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

27. A= 2, B= 12

Respuesta del libro: 72.

Mi respuesta**:**

El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 100 habla de la tercera proporcional a dos segmentos dados a y b, dice que *“Se cumple: a/b=b/x y x es la tercera proporcional a los segmentos dados”.* Comillas y cursiva son nuestras). Procedamos:

$a/b= b/x$

Sustitución:

$2/12= 12/x$

$1/6= 12/x$

$x= (12)/(1/6)= 72.$

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

28. A= 8, B= 18.

Respuesta del libro: 40.5.

Mi respuesta**:**

El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 100 habla de la tercera proporcional a dos segmentos dados a y b, dice que *“Se cumple: a/b=b/x y x es la tercera proporcional a los segmentos dados”.* Comillas y cursiva son nuestras). Procedamos:

$a/b= b/x$

Sustitución:

$8/18= 18/x$

$4/9= 18/x$

$x= (18)/(4/9)= 40.5.$

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

29. A= 6, B=30.

Respuesta del libro: 150.

Mi respuesta**:**

El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 100 habla de la tercera proporcional a dos segmentos dados a y b, dice que *"Se cumple: a/b=b/x y x es la tercera proporcional a los segmentos dados".* Comillas y cursiva son nuestras). Procedamos:

a/b= b/x

Sustitución:

6/30= 30/x

1/5= 30/x

x= (30)/(1/5)= 150.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

30. A= 5, B= 20.

Respuesta del libro: 80.

Mi respuesta**:**

El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 100 habla de la tercera proporcional a dos segmentos dados a y b, dice que *"Se cumple: a/b=b/x y x es la tercera proporcional a los segmentos dados".* Comillas y cursiva son nuestras). Procedamos:

a/x= x/b

Sustitución:

5/20= 20/x

1/4= 20/x

x= (20)/(1/4)= 80.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

Hallar la media proporcional a los números a y b.

31. A= 2, B= 4.

Respuesta del libro: 2√2.

Mi respuesta**:**

El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 90 habla de la media proporcional*: "Se llama media proporcional a dos cantidades a y b, y a un valor de x que cumpla la condición a/x= x/b".* (Comillas y cursiva son nuestras). Procedamos:

a/x= x/b

Sustitución:

2/x= x/4

(2)(4)= xx

8= x^2

x= √8= 2.83= 2√2.

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

32. A= 4, B= 6.

Respuesta del libro: 2√6.

Mi respuesta**:**

El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 90 habla de la media proporcional*: "Se llama media proporcional a dos cantidades a y b, y a un valor de x que cumpla la condición a/x= x/b".* (Comillas y cursiva son nuestras). Procedamos:

a/x= x/b

Sustitución:

4/x= x/6

24= xx

24= x^2

x= √24= 4.9= 2√6

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

33. A= 4, B= 8.

Respuesta del libro: 4√2.

Mi respuesta**:**

El libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor, en la página 90 habla de la media proporcional*: "Se llama media proporcional a dos cantidades a y b, y a un valor de x que cumpla la condición a/x= x/b".* (Comillas y cursiva son nuestras). Procedamos:

a/x= x/b

Sustitución:

4/x= x/8

32= xx

32= x^2

x= √32= 5.66= 4√2

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

34. A= 6, B= 3.

Respuesta del libro: 3√2.

Mi respuesta**:**

El libro que estamos estudiando, Geometría-Trigonometría de Baldor, en la página 90 habla de la media proporcional*: "Se llama media proporcional a dos cantidades a y b, y a un valor de x que cumpla la condición a/x= x/b".* (Comillas y cursiva son nuestras). Procedamos:

a/x= x/b

Sustitución:

6/x= x/3

18= xx

18= x^2

x= √18= 4.24= 3√2

Mi respuesta es idéntica a la respuesta del libro.

11

EJERCICIOS CORRESPONDIENTES AL CAPÍTULO XI (RELACIONES MÉTRICAS EN LOS TRIÁNGULOS) DEL LIBRO GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA DE BALDOR

Introducción

Estos ejercicios comienzan en la página 125 y concluyen en la página 127 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor.

Requerimientos y respuestas

SI A ES LA HIPOTENUSA Y B Y C SON LOS CATETOS DE UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO, CALCULAR EL LADO QUE FALTA:

1. b= 10 cm.   c= 6 cm.

Respuesta del libro: a= $2\sqrt{34}$ cm.

Mi respuesta:

Tenemos que tener muy en cuenta el corolario 1 que se desprende del teorema de Pitágoras, página 121: *"En todo triangulo rectángulo, hipotenusa es igual a la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de los catetos".* (Comillas y cursiva son nuestras).

De la igualdad: $a^2 = b^2 + c^2$

Se obtiene la raíz cuadrada en ambos miembros y queda:

$a = \sqrt{b^2 + c^2}$

Sustitución:

$a = \sqrt{(10)^2 + (6)^2} = \sqrt{100 + 36} = \sqrt{136} = 11.66$ cm.

Mi respuesta, 11.66 cm., equivale a= $2\sqrt{34}$ cm., que es la respuesta del libro.

2. b= 30 cm.   c= 40 cm.

Respuesta del libro: 50 cm.

Mi respuesta:

Tenemos que tener muy en cuenta el corolario 1 que se desprende del teorema de Pitágoras, pagina 121: *"En todo triangulo rectángulo, hipotenusa es igual a la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de los catetos".* (Comillas y cursiva son nuestras).

De la igualdad: $a^2= b^2 +c^2$

Se obtiene la raíz cuadrada en ambos miembros y queda:

$a= \sqrt{b^2 +c^2}$

Sustitución:

$a= \sqrt{(30)^2 +(40)^2}= \sqrt{900 +1600}= \sqrt{2500}= 50$ cm.

Mi respuesta coincide con la respuesta del libro.

3. a= 32 cm.   c= 12 cm.

Respuesta del libro: $b= 4\sqrt{56}$ m.

Mi respuesta:

Ahora tendremos en cuenta el corolario 2 que se desprende del teorema de Pitágoras, pagina 121: *"En todo triángulo rectángulo, cada cateto es igual a la raíz cuadrada del cuadrado de la hipotenusa, menos el cuadrado del otro cateto".* (Comillas y cursiva son nuestras).

De la igualdad:

$a^2== b^2 +c^{\,2}$

Despejando:

$b^2= a^2 -c^2$

Extrayendo raíz cuadrada:

$b= \sqrt{a^2 -c^2}$

Sustitución:

$b= \sqrt{a^2 -c^2}$

b= $\sqrt{(32)^2 -(12)^2}= \sqrt{(1024 -144)}= \sqrt{880}= 29.66$ m.

Mi respuesta coincide con la respuesta del libro.

4. a= 32 m.   c= 20 m.

Respuesta del libro: b= $4\sqrt{39}$ m.

Mi respuesta:

Ahora tendremos en cuenta el corolario 2 que se desprende del teorema de Pitágoras, pgina 121: *"En todo triángulo rectángulo, cada cateto es igual a la raíz cuadrada del cuadrado de la hipotenusa, menos el cuadrado del otro cateto".* (Comillas y cursiva son nuestras).

De la igualdad:

$a^2 == b^2 + c^2$

Despejando los catetos:

$b^2 = a^2 - c^2$

$c^2 = a^2 - b^2$

Extrayendo raíz cuadrada:

$b = \sqrt{a^2 - c^2}$

$c = \sqrt{a^2 - b^2}$

Sustitución:

$b = \sqrt{a^2 - c^2}$

b= $\sqrt{(32)^2 - (20)^2} = \sqrt{(1024 - 400)} = \sqrt{624} = 24.97999$ m.

Mi respuesta coincide con la respuesta del libro.

5. a= 100 km.,   b= 80 km.

Respuesta del libro:

Mi respuesta:

Ahora tendremos en cuenta el corolario 2 que se desprende del teorema de Pitágoras, pagina 121: *"En todo triángulo rectángulo, cada cateto es igual a la raíz cuadrada del cuadrado de la hipotenusa, menos el cuadrado del otro cateto".* (Comillas y cursiva son nuestras).

De la igualdad:

$a^2 == b^2 + c^2$

Despejando los catetos:

$b^2 = a^2 – c^2$

$c^2 = a^2 – b^2$

Extrayendo raíz cuadrada:

$b = \sqrt{a^2 – c^2}$

$c = \sqrt{a^2 – b^2}$

Sustitución:

$c = \sqrt{(100)^2 – (80)^2} = \sqrt{10,000 - 6,400} = \sqrt{3,600} =$

HALLAR LA HIPOTENUSA (H) DE UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO ISÓSCELES SI EL VALOR DEL CATETO ES:

6. $c = 4$ m.

Respuesta del libro: $h = 4\sqrt{2}$ m.

Mi respuesta:

Solamente me han dado el valor de un lado, $c = 4$ m., pero para calcular la hipotenusa debo tener los valores de los dos catetos. Esta dificultad queda resuelta a partir de lo que es un triángulo rectángulo isósceles, cuya característica distintiva es que ambos catetos poseen la misma extensión, en este caso 4 m. Por tanto, acudimos a la fórmula que ya conocemos:

$h = \sqrt{b^2 + c^2}$

Sustitución:

$h = \sqrt{(4)^2 + (4)^2} = \sqrt{(16+16)} = \sqrt{32} = 5.66$ m.

Mi respuesta coincide con la respuesta del libro.

7. $c = 6$ m.

Respuesta del libro: $h = 6\sqrt{2}$ m.

Mi respuesta:

Solamente me han dado el valor de un lado, c= 6 m., pero para calcular la hipotenusa debo tener los valores de los dos catetos. Esta dificultad queda resuelta a partir de lo que es un triángulo rectángulo isósceles, cuya característica distintiva es que ambos catetos poseen la misma extensión, en este caso 6 m. Por tanto, acudimos a la fórmula que ya conocemos:

$h= \sqrt{b^2 +c^2}$

Sustitución:

$h= \sqrt{(6)^2 +(6)^2}= \sqrt{(36+36)}= \sqrt{72}= 8.485$ m.

Mi respuesta coincide con la respuesta del libro.

8. c= 15 cm.

Respuesta del libro: $h= 15\sqrt{2}$ cm.

Mi respuesta:

Solamente me han dado el valor de un lado, c= 15 cm., pero para calcular la hipotenusa debo tener los valores de los dos catetos. Esta dificultad queda resuelta a partir de lo que es un triángulo rectángulo isósceles, cuya característica distintiva es que ambos catetos poseen la misma extensión, en este caso 15 cm. Por tanto, acudimos a la fórmula que ya conocemos:

$h= \sqrt{b^2 +c^2}$

Sustitución:

$h= \sqrt{(15)^2 +(15)^2}= \sqrt{(225 +225)}= \sqrt{450}= 21.21$ cm.

Mi respuesta coincide con la respuesta del libro.

9. c= 9 cm.

Respuesta del libro: $9\sqrt{2}$ m.

Mi respuesta:

Solamente me han dado el valor de un lado, c= 9 cm., pero para calcular la hipotenusa debo tener los valores de los dos catetos. Esta dificultad queda resuelta a partir de lo que es un triángulo rectángulo isósceles, cuya característica distintiva es que ambos catetos poseen la misma extensión, en este caso 9 cm. Por tanto, acudimos a la fórmula que ya conocemos:

$h= \sqrt{b^2 + c^2}$

Sustitución:

$h= \sqrt{(9)^2 + (9)^2} = \sqrt{(81 + 81)} = \sqrt{162} = 12.73$ cm.

Mi respuesta coincide con la respuesta del libro.

10. c= 11 cm.

Respuesta del libro: $h= 11\sqrt{2}$ cm.

Mi respuesta:

Solamente me han dado el valor de un lado, c= 11 cm., pero para calcular la hipotenusa debo tener los valores de los dos catetos. Esta dificultad queda resuelta a partir de lo que es un triángulo rectángulo isósceles, cuya característica distintiva es que ambos catetos poseen la misma extensión, en este caso 11 cm. Por tanto, acudimos a la fórmula que ya conocemos:

$h= \sqrt{b^2 + c^2}$

Sustitución:

$h= \sqrt{(11)^2 + (11)^2} = \sqrt{(121 + 121)} = \sqrt{242} = 15.556$ cm.

Mi respuesta coincide con la respuesta del libro.

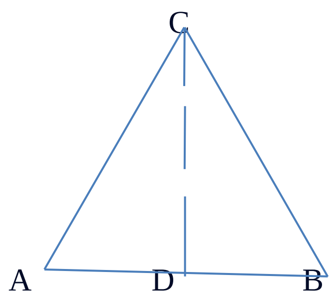
HALLAR LA ALTURA (H) DE UN TRIÁNGULO EQUILÁTERO SI EL LADO VALE:

11. l= 12 cm.

Respuesta del libro: $h= 6\sqrt{3}$ cm.

Mi respuesta:

El triángulo equilátero es aquel cuyos lados son iguales. Supongamos que la figura de abajo es un triángulo equilátero; supongamos también que sus lados tienen una longitud de 12 cm.



Vamos a trazar una recta (CD) desde el vértice C perpendicular al lado AB. Ahora vamos a tener dos triángulos rectángulos y podremos aplicar el teorema de Pitágoras. Trabajemos con el triángulo BCD para calcular la altura. De hecho conocemos el lado DB= 6 cm y conocemos, desde el triángulo equilátero, que CB= 12 cm, luego nuestra incógnita es CD.

$a^2= b^2 +c^2$

$(12)^2= b^2 +(6)^2$

$144= b^2 +36$

144-36= 108

b= $\sqrt{108}$= 10.39 cm.

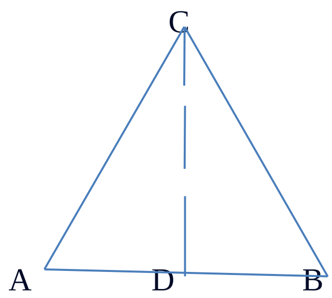
Mi respuesta coincide con la respuesta del libro.

12. l= 8 cm.

Respuesta del libro: h= $4\sqrt{3}$ cm.

Mi respuesta:

El triángulo equilátero es aquel cuyos lados son iguales. Supongamos que la figura de abajo es un triángulo equilátero; supongamos también que sus lados tienen una longitud de 8 cm.



Vamos a trazar una recta (CD) desde el vértice C perpendicular al lado AB. Ahora vamos a tener dos triángulos rectángulos y podremos aplicar el teorema de Pitágoras. Trabajemos con el triángulo BCD para calcular la altura. De hecho conocemos el lado DB que es un cateto cuya longitud es la mitad de la longitud de AB, es decir, 4 cm y conocemos, desde el triángulo equilátero, que CB= 8 cm, luego nuestra incógnita es el lado CD, que lo identificaremos como el cateto b. procedamos:

$a^2= b^2 +c^2$

(8)2= $b^2 +(4)^2$

$64= b^2 +16$

$64-16= b^2$

$b= \sqrt{48}= 6.928$ cm.

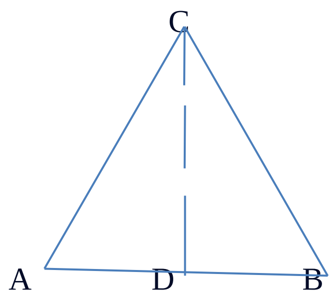
Mi respuesta coincide con la respuesta del libro.

13. l= 4 cm.

Respuesta del libro: h= $2\sqrt{3}$ cm.

Mi respuesta:

El triángulo equilátero es aquel cuyos lados son iguales. Supongamos que la figura de abajo es un triángulo equilátero; supongamos también que sus lados tienen una longitud de 4 cm.



Vamos a trazar una recta (CD) desde el vértice C perpendicular al lado AB. Ahora vamos a tener dos triángulos rectángulos y podremos aplicar el teorema de Pitágoras. Trabajemos con el triángulo BCD para calcular la altura. De hecho conocemos el lado DB que es un cateto cuya longitud es la mitad de la longitud de AB, es decir, 2 cm y conocemos, desde el triángulo equilátero, que CB= 4 cm, luego nuestra incógnita es el lado CD, que lo identificaremos como el cateto b. procedamos:

$a^2= b^2 +c^2$

$(4)^2= b^2+(2)^2$

$16= b^2 +4$

$16-4= b^2$

$b= \sqrt{12}= 3.464$ cm.

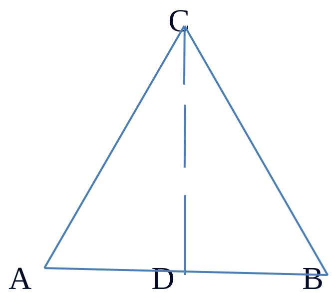
Mi respuesta coincide con la respuesta del libro.

14. l= 10 m.

Respuesta del libro: h= 5√3 m.

Mi respuesta:

El triángulo equilátero es aquel cuyos lados son iguales. Supongamos que la figura de abajo es un triángulo equilátero; supongamos también que sus lados tienen una longitud de 10 m.



Vamos a trazar una recta (CD) desde el vértice C perpendicular al lado AB. Ahora vamos a tener dos triángulos rectángulos y podremos aplicar el teorema de Pitágoras. Trabajemos con el triángulo BCD para calcular la altura. De hecho conocemos el lado DB que es un cateto cuya longitud es la mitad de la longitud de AB, es decir, 5 m y conocemos, desde el triángulo equilátero, que CB= 10 m, luego nuestra incógnita es el lado CD, que lo identificaremos como el cateto b. Procedamos:

$a^2= b^2 +c^2$

$(10)^2= b^2 +(5)^2$

$100= b^2 +25$

$100-25= b^2$

$b= \sqrt{75}= 8.66$ m.

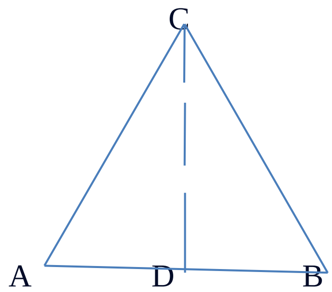
Mi respuesta coincide con la respuesta del libro.

15. l= 30 m.

Respuesta del libro: h= 10√3 m., que no equivale a mi respuesta 25.98 m. Si mi respuesta es correcta entonces el libro debió tener como respuesta h= 15√3 m.

Mi respuesta:

El triángulo equilátero es aquel cuyos lados son iguales. Supongamos que la figura de abajo es un triángulo equilátero; supongamos también que sus lados tienen una longitud de 30 m.



Vamos a trazar una recta (CD) desde el vértice C perpendicular al lado AB. Ahora vamos a tener dos triángulos rectángulos y podremos aplicar el teorema de Pitágoras. Trabajemos con el triángulo BCD para calcular la altura. De hecho conocemos el lado DB que es un cateto cuya longitud es la mitad de la longitud de AB, es decir, 15 m y conocemos, desde el triángulo equilátero, que CB= 30 m, luego nuestra incógnita es el lado CD, que lo identificaremos como el cateto b. Procedamos:

$a^2= b^2 +c^2$

$(30)^2= b^2 +(15)^2$

$900= b^2 +225$

900-225= b2

b= √675= 25.98 m.

HALLAR LA DIAGONAL (D) DE UN CUADRADO CUYO LADO VALE:

16. l= 3 m.

Respuesta del libro: d= 3√2 m.

Mi respuesta:

La longitud de la diagonal de un cuadrado es igual a la extensión del lado por la raíz cuadrada de 2.

d= (lado)(√2)= (3)(1.4142)= 4.2426.

Mi respuesta coincide con la respuesta del libro.

17. l= 5 m.

Respuesta del libro: d= 5√2 m.

Mi respuesta:

La longitud de la diagonal de un cuadrado es igual a la extensión del lado por la raíz cuadrada de 2.

d= (lado)($\sqrt{2}$)= (5)(1.4142)= 7.071 m.

Mi respuesta coincide con la respuesta del libro.

18. l= 15 cm.

Respuesta del libro: d= 15$\sqrt{2}$ m.

Mi respuesta:

La longitud de la diagonal de un cuadrado es igual a la extensión del lado por la raíz cuadrada de 2.

d= (lado)($\sqrt{2}$)= (15)(1.4142)= 21.213 cm.

Mi respuesta coincide con la respuesta del libro.

19. l= 9 cm.

Respuesta del libro: d= 9$\sqrt{2}$ cm., que equivale a mi respuesta 12.73 cm.

Mi respuesta:

La longitud de la diagonal de un cuadrado es igual a la extensión del lado por la raíz cuadrada de 2.

d= (lado)($\sqrt{2}$)= (9)(1.4142)= 12.73 cm.

Mi respuesta concuerda con la respuesta del libro.

20. l= 7 cm.

Respuesta del libro: d= 7$\sqrt{2}$ cm., que equivale a mi respuesta 9.8994 cm.

Mi respuesta:

La longitud de la diagonal de un cuadrado es igual a la extensión del lado por la raíz cuadrada de 2.

d= (lado)($\sqrt{2}$)= (7)(1.4142)= 9.8994 cm.

Mi respuesta concuerda con la respuesta del libro.

HALLAR LA DIAGONAL (D) DE UN RECTÁNGULO SI LOS LADOS A Y B MIDEN LO QUE SE INDICA:

21. a= 2 m, b= 4 m.

Respuesta del libro: d= 2√6 m., que tiene ligeras diferencias con mi respuesta 4.472 m.

Mi respuesta:

En Google me dan la orientación:

Tener la extensión de los lados.

Elevar al cuadrado estos dos valores.

Sumar los dos valores elevados al cuadrado obtenidos en el paso anterior.

Calcular la raíz cuadrada de dicha suma.

Veamos:

2^2= 4

4^2= 16

4 +16= 20

d=√20= 4.472 m.

Mi respuesta difiere ligeramente de la respuesta del libro.

22. a= 4 m., b= 8m.

Respuesta del libro: d= 10 m.

Mi respuesta:

En Google me dan la orientación:

Tener la extensión de los lados.

Elevar al cuadrado estos dos valores.

Sumar los dos valores elevados al cuadrado obtenidos en el paso anterior.

Calcular la raíz cuadrada de dicha suma.

Veamos:

4^2= 16

8^2= 64

16 +64= 80

d=√80= 8.944 m.

Mi respuesta difiere de la respuesta del libro.

23. a= 6 m., b= 6m.

Respuesta del libro: d= √61= 7.81 m., por tanto difiere de mi respuesta que es 8.485 m.

Mi respuesta:

En Google me dan la orientación:

Tener la extensión de los lados.

Elevar al cuadrado estos dos valores.

Sumar los dos valores elevados al cuadrado obtenidos en el paso anterior.

Calcular la raíz cuadrada de dicha suma.

Veamos:

6^2= 36

6^2= 36

36 +36= 72

d=√72= 8.485 m.

Mi respuesta difiere de la respuesta del libro.

24. a= 7 m., b= 9 m.

Respuesta del libro: d= √130= 11.4 m.

Mi respuesta:

En Google me dan la orientación:

Tener la extensión de los lados.

Elevar al cuadrado estos dos valores.

Sumar los dos valores elevados al cuadrado obtenidos en el paso anterior.

Calcular la raíz cuadrada de dicha suma.

Veamos:

$7^2= 49$

$9^2= 81$

40 +81= 121

d=√121= 11 m.

Mi respuesta difiere ligeramente de la respuesta del libro.

25. a= 10 m., b= 12m.

Respuesta del libro: d= 2√61= 15.62 m.

Mi respuesta:

En Google me dan la orientación:

Tener la extensión de los lados.

Elevar al cuadrado estos dos valores.

Sumar los dos valores elevados al cuadrado obtenidos en el paso anterior.

Calcular la raíz cuadrada de dicha suma.

Veamos:

$10^2= 100$

$12^2= 144$

100 +144= 244

d=√244= 15.62 m.

Mi respuesta concuerda con la respuesta del libro.

26. HALLAR LOS LADOS DE UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO SABIENDO QUE SON NÚMEROS CONSECUTIVOS.

29. La diagonal de un cuadrado vale 5√2 m. Hallar el lado del cuadrado.

Respuesta del libro: l= 5m.

Mi respuesta:

Si la longitud de la diagonal de un cuadrado es igual a la extensión del lado por la raíz cuadrada de 2, es decir, d= (l)√2, entonces, l= d/√2= 5√2/√2= 7.071/1.4142= 5 m.

Mi respuesta concuerda con la respuesta del libro.

CLASIFICAR LOS TRIÁNGULOS CUYOS LADOS A, B Y C VALEN:

31. a= 5 m., b= 4 m., c= 2 m.

Respuesta del libro: Obtusángulo.

Mi respuesta:

La orientación para responder correctamente este tipo de pregunta se encuentra en la página 123 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. Veamos: *"… un triángulo es rectángulo, acutángulo u obtusángulo, cuando el cuadrado del lado mayor es igual, menor o mayor que la suma de los cuadrados de los otros dos lados".* Comillas, cursiva y el punto suspensivo son nuestros).

Cuadrado del lado mayor: $a^2 = 5^2 = 25$ m.

Cuadrado de los otros dos lados:

$b^2 = 4^2 = 16$ m.

$c^2 = 2^2 = 4$ m.

Sumando $b^2 + c^2 = 20$ m.

Vemos que se cumple: $a^2 > b^2 + c^2$, por tanto, el triángulo es obtusángulo.

Mi respuesta coincide con la respuesta del libro.

32. a= 10 m., b= 12 m., c= 8 m.

Respuesta del libro: Acutángulo.

Mi respuesta:

La orientación para responder correctamente este tipo de pregunta se encuentra en la página 123 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. Veamos: *"... un triángulo es rectángulo, acutángulo u obtusángulo, cuando el cuadrado del lado mayor es igual, menor o mayor que la suma de los cuadrados de los otros dos lados".* Comillas, cursiva y el punto suspensivo son nuestros).

Cuadrado del lado mayor: $a^2 = (10)^2 = 100$ m.

Cuadrado de los otros dos lados: $b^2 = (12)^2 = 144$ m.

$c^2 = 8^2 = 64$ m.

Sumando $b^2 + c^2 = 208$ m.

Vemos que se cumple: $a^2 < b^2 + c^2$, por tanto, el triángulo es acutángulo.

Mi respuesta coincide con la respuesta del libro.

33. a= 15 cm., b= 20 cm., c= 25 cm.

Respuesta del libro: Rectángulo; en cambio mi respuesta es que el triángulo es acutángulo.

Mi respuesta:

La orientación para responder correctamente este tipo de pregunta se encuentra en la página 123 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. Veamos: *"... un triángulo es rectángulo, acutángulo u obtusángulo, cuando el cuadrado del lado mayor es igual, menor o mayor que la suma de los cuadrados de los otros dos lados".* Comillas, cursiva y el punto suspensivo son nuestros).

Cuadrado del lado mayor: $a^2 = (15)^2 = 225$ cm.

Cuadrado de los otros dos lados:

$b^2 = (20)^2 = 400$ cm.

$c^2 = (25)^2 = 625$ cm.

Sumando $b^2 + c^2 = 1{,}025$ cm.

Vemos que se cumple: $a^2 < b^2 + c^2$, por tanto, el triángulo es acutángulo.

Mi respuesta no coincide con la respuesta del libro.

34. a= 3 cm., b= 4 cm., c= 2 cm.

Respuesta del libro: Obtusángulo.

Mi respuesta:

La orientación para responder correctamente este tipo de pregunta se encuentra en la página 123 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. Veamos: *"... un triángulo es rectángulo, acutángulo u obtusángulo, cuando el cuadrado del lado mayor es igual, menor o mayor que la suma de los cuadrados de los otros dos lados".* Comillas, cursiva y el punto suspensivo son nuestros).

Cuadrado del lado mayor: $a^2 = (3)^2 = 9$ cm.

Cuadrado de los otros dos lados:

$b^2 = (4)^2 = 16$ cm.

$c^2 = (2)^2 = 4$ cm.

Sumando $b^2 + c^2 = 20$ cm.

Vemos que se cumple: $a^2 < b^2 + c^2$, por tanto, el triángulo es acutángulo.

Mi respuesta no coincide con la respuesta del libro.

35. a= 1 m., b= 2 m., c= 3 m.

Respuesta del libro: Obtusángulo.

Mi respuesta:

La orientación para responder correctamente este tipo de pregunta se encuentra en la página 123 del libro que estamos estudiando, Geometría y Trigonometría de Baldor. Veamos: *"... un triángulo es rectángulo, acutángulo u obtusángulo, cuando el cuadrado del lado mayor es igual, menor o mayor que la suma de los cuadrados de los otros dos lados".* Comillas, cursiva y el punto suspensivo son nuestros).

Cuadrado del lado mayor: $a^2 = (1)^2 =$ m.

Cuadrado de los otros dos lados:

$b^2 = (2)^2 = \ \ 4$ m.

$c^2 = (3)^2 = \ \ 9$ m.

Sumando $b^2 + c^2 = \ \ 13$ m.

Vemos que se cumple: $a^2 < b^2 + c^2$, por tanto, el triángulo es acutángulo.

Mi respuesta difiere de la respuesta del libro. Posiblemente es errónea.