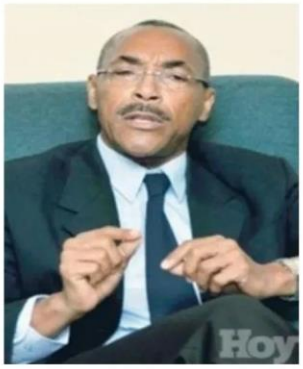
Dr. Manuel de Jesús Linares Jiménez



Obras Completas

Tomo 124

Estudiando el libro Métodos fundamentales de economía matemática de Alpha Chiang y Kevin Wainwright. Quinto volumen.

Santo Domingo, República Dominicana, agosto 2025

Estudiando el libro Métodos fundamentales de economía matemática de Alpha Chiang y Kevin Wainwright.

Autor: Dr. Manuel de Jesús Linares Jiménez

Teléfono 829-637-9303

Correo electrónico: profesormanuellinares@gmail.com

Este libro digital se entrega de manera gratuita al público lector.

DEDICATORIA

Todavía conservo con mucha admiración las hazañas de Ivan Rodríguez, en la FCES de la UASD. Durísimo en todas las asignaturas de la carrera de Economía, particularmente en las que poseían un contenido matemático. Algo similar debo decir de mi hermano Fernando Pellerano. Hoy sus familiares deben sentirse orgullosos de sus trayectorias académicas. Con mucho afecto y particular respeto dedico mi libro 124 a esos dos titanes académicos, deseando además que gocen de una buena salud y de una mayor prosperidad.

Dr. Manuel de Jesús Linares Jiménez
Agosto 2025.

Mi universidad inolvidable, Universidad del País Vasco.

PREFACIO

Mi libro 124 que lleva por título "ESTUDIANDO EL LIBRO MÉTODOS FUNDAMENTALES DE ECONOMÍA MATEMÁTICA" de la autoría de Alpha Chiang y Kevin Wainwright, ya es el quinto volumen que editamos sobre este particular. Estamos ante otro paso de avance personal en el camino de la matemática aplicada a la economía.

Estoy ya en la parte cuarta del libro, *Métodos fundamentales de economía matemática*, la cual versa sobre problemas de optimización y cubre los capítulos 9-13.

No me despego de ese libro, porque me ilustra, me enseña matemática aplicada a la economía.

De inmediato aclaro cuatro cosas. Primera, advierto que mis libros, especialmente los relacionados con la obra de Chiang y Wainwright, no procuran objetivos dinerarios. Sirven para mantenerme activo en el uso del cerebro.

Segunda, puede darse el caso de que aparezcan algunas respuestas erradas de problemas resueltos por mi persona. Advierto que los errores que pudieran contener mis estudios son de nuestra exclusiva responsabilidad, no de los autores de los libros estudiados.

Tercera, del ejercicio 8.6 que se inicia en la página 217 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de Chiang y Wainwright, el lector podrá notar que resolví muy pocos problemas propuestos. Parece que hace ya un tiempecito que resolví los faltantes, pero no aparece la mascota donde los plasmé.

Cuarta, por primera vez digito un libro con el tamaño de la letra correspondiente al número 14. ¿Razón? Mi vista ya está gastada. El tamaño de letra 12 me genera muchas dificultades.

De todos modos, continuaremos produciendo trabajos científicos para entregarlos a mis lectores y lectoras de manera gratuita.

¿Tiene alguna importancia nuestro libro 124? Claro, puesto que nos adentra en temas que en determinadas circunstancias podemos utilizar. En nuestra

investigación, El capitalismo dominicano (1900-2010) hicimos aportes a la teoría marxista gracias al uso intensivo del cálculo diferencial y el cálculo integral en el proceso de investigación. Pudimos verificar en la economía dominicana la ley marxista, entre otras leyes, de la tendencia decreciente de la cuota media de ganancia a condición de que la tasa de plusvalía se mantenga constante como plantea Marx.

Dr. Manuel de Jesús Linares Jiménez
Ex-Coordinador General de los Programas Doctorales de la UASD
Ex-Presidente del Consejo Superior de Doctores de la UASD

9/8/2025

ÍNDICE

EJERCICIO 8.6……..……..9

EJERCICIO 9.2……...11

EJERCICIO 9.3……...29

EJERCICIO 9.4……...35

EJERCICIO 10.3…….47

EJERCICIO 10.5…….55

CONCLUSIÓN……...65

Escudo de nuestra histórica UASD.

8.6

EJERCICIO 8.6

El ejercicio 8.6 se inicia en la página 217 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática*, de la autoría de Chiang y Wainwright.

1. SEA LA CONDICIÓN DE EQUILIBRIO PARA EL INGRESO NACIONAL

$S(Y) + T(Y) = I(Y) + G_0 \quad (S', T', I' > 0; \quad S' + T' > I')$

Donde S, Y, T, I y G significan ahorro, ingreso nacional, impuestos, inversión y gasto público, respectivamente. Todas las derivadas son continuas.

1a) Interprete los significados económicos de las derivadas S', T', e I'.

Mis respuestas:

Comencemos con S'. La letra S se refiere al ahorro nacional, por tanto, S' es la derivada del ahorro cuando cambia el ingreso nacional, ya que el ahorro nacional es una función del ingreso nacional.

Respecto a T', debemos decir que la letra T se refiere a impuestos, por tanto, T' es la derivada, el cambio que se produce en los impuestos cuando cambia el ingreso nacional, puesto que los impuestos constituyen una función del ingreso nacional.

En lo atinente a I', debemos decir que la letra I se refiere a la inversión, por tanto, I' es la derivada de la inversión, es el cambio de la inversión cuando cambia el ingreso nacional.

1b) Compruebe si se satisfacen las condiciones del teorema de la función implícita. En caso afirmativo, escriba la identidad de equilibrio.

Mis respuestas:

Para responder correctamente el punto 1b, lo primero que debemos hacer es indagar qué es una función implícita, yendo a la página 194 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática*, de la autoría de Chiang y Wainwright: es aquella *"… cuya forma específica no siempre es posible conocer…"*; ejemplo: y= f(x)= 2x+3 es una función explicita; mientras que y-2x-3= 0 es una función implícita.

En los datos del problema, el libro nos indica que las derivadas son continuas (S', Y', T', I' y G'), por consiguiente quedan satisfechas las condiciones del teorema de la función implícita y podemos confeccionar la identidad de equilibrio.

9.2

EJERCICIO 9.2

El ejercicio 9.2 se inicia en la página 226 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática*, de la autoría de Chiang y Wainwright.

1. HALLE LOS VALORES ESTACIONARIOS DE LAS SIGUIENTES FUNCIONES (COMPRUEBE SI SON MÁXIMOS O MÍNIMOS RELATIVOS O PUNTOS DE INFLEXIÓN), SUPONIENDO QUE EL DOMINIO ES EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS REALES:

1a) $y= -2x^2 + 8x +7$

Mi respuesta

Primero, derivamos la función dada:

$y'= -4x +8 +0$

$= -4x +8$

Segundo, para obtener el valor crítico, es decir, el valor para el que $f'(x)= 0$, igualamos a cero la función derivada y obtenemos el valor de x:

$-4x +8=0$

$-4x= -8$

$4x= 8$

$x= 8/4= 2$, que es el valor crítico.

Tercero, ese valor crítico es sustituido en la función derivada donde obligatoriamente obtendremos un valor igual a cero.

$y' = -4x + 8$

$= -4(2) + 8$

$= -8 + 8 = 0$

Cuarto, sustituimos el valor crítico en la función inicialmente dada y obtenemos un valor que podría ser un máximo relativo, un mínimo relativo o un punto de inflexión.

$y = -2x^2 + 8x + 7$

$= -2(2)^2 + 8(2) + 7$

$= -8 + 16 + 7$

$= -8 + 16 + 7$

$= 15$

¿Qué representa ese valor? Veamos:

Primero, sustituyamos en la función derivada la x por un valor inferior al valor crítico calculado, digamos 1 y tendremos:

$y' = -4x + 8$

$= -4(1) + 8$

$= -4 + 8$

$= 4$, que es un valor positivo.

Segundo, sustituyamos en la función derivada la x por un valor superior al valor crítico calculado, digamos 3 y tendremos:

$y' = -4x + 8$

$= -4(3) + 8$

= -12 +8

= -4, que es un valor negativo.

Por tanto, el valor de 15 de la función y, representa un máximo relativo como lo sentencia el libro que estamos estudiando Métodos fundamentales de economía matemática de la autoría de Chiang y Wainwright en la pagina 224: *"a) Un máximo relativo si el signo de la derivada f'(x) es positivo a la izquierda inmediata del punto x_0 y es negativo a su derecha inmediata"*.

1b) $y= 5x^2 +x$

Mi respuesta

Primero, derivamos la función dada

y'= 10x +1

Segundo, para obtener el valor crítico, es decir, el valor para el que f'(x)= 0, igualamos a cero la función derivada y obtenemos el valor de x:

10x +1=0

10x= -1

x= -1/10, que es el valor crítico.

Tercero, ese valor crítico es sustituido en la función derivada donde obligatoriamente obtendremos un valor igual a cero.

y'= 10x +1

y'= 10(-1/10) +1

= -1 +1

= 0.

Cuarto, sustituimos el valor crítico en la función inicialmente dada y obtenemos un valor que podría ser un máximo relativo, un mínimo relativo o un punto de inflexión.

$y= 5x^2 +x$

$= 5(-1/10)^2 +(-1/10)$

$= 5(1/100) –(1/10)$

$= -1/20$

$= -0.05$

¿Qué representa ese valor? Veamos:

Primero, sustituyamos en la función derivada la x por un valor inferior al valor crítico calculado, digamos -1/20 y tendremos:

$y'= 10(-1/20) +1$

$= -1/2 +1$

= 1/2, que es un valor positivo.

Segundo, sustituyamos en la función derivada la x por un valor superior al valor crítico calculado, digamos -1/5 y tendremos:

$y= 10x +1$

$y= 10(-1/5) +1$

$= -2 +1$

= -1, que es un valor negativo.

Por tanto, el valor de -1/10 de la función y, representa un máximo relativo como lo sentencia el libro que estamos estudiando Métodos fundamentales de economía matemática de la autoría de Chiang y Wainwright en la pagina 224: *"a) Un*

máximo relativo si el signo de la derivada f'(x) es positivo a la izquierda inmediata del punto x_0 y es negativo a su derecha inmediata".

1c) $y= 3x^2 +3$

Mi respuesta

Primero, derivamos la función dada

$y'= 6x +0$

$= 6x$

Segundo, para obtener el valor crítico, es decir, el valor para el que $f'(x)= 0$, igualamos a cero la función derivada y obtenemos el valor de x:

$6x= 0$

$x= 0/6= 0$, que es el valor crítico.

Tercero, ese valor crítico es sustituido en la función derivada donde obligatoriamente obtendremos un valor igual a cero.

$y'= 6x=$

$6(0)$

$= 0$

Cuarto, sustituimos el valor crítico en la función inicialmente dada y obtenemos un valor que podría ser un máximo relativo, un mínimo relativo o un punto de inflexión.

$y= 3x^2 +3$

$= 3(0)^2 +3$

$= 0 +3$

= 3

¿Qué representa ese valor? Veamos:

Primero, sustituyamos en la función derivada la x por un valor inferior al valor crítico calculado, digamos -1 y tendremos:

y'= 6x

= 6(-1)

= -6, que es un valor negativo.

Segundo, sustituyamos en la función derivada la x por un valor superior al valor crítico calculado, digamos 1 y tendremos:

y'= 6x

y'= 6(1)

= 6, que es un valor positivo.

Por tanto, el valor de 3 de la función y, representa un mínimo relativo como lo sentencia el libro que estamos estudiando Métodos fundamentales de economía matemática de la autoría de Chiang y Wainwright en la pagina 224: *"b) Un mínimo relativo si el signo de la derivada f'(x) es negativo a la izquierda inmediata del punto x_0 y es positivo a su derecha inmediata"*.

1d) $y= 3x^2 -6x +2$

Mi respuesta

Primero, derivamos la función dada

y'= 6x -6 +0

= 6x -6

Segundo, para obtener el valor crítico, es decir, el valor para el que f'(x)= 0, igualamos a cero la función derivada y obtenemos el valor de x:
y'= 6x -6
6x -6= 0
x= 6/6= 1, que es el valor crítico.

Tercero, ese valor crítico es sustituido en la función derivada donde obligatoriamente obtendremos un valor igual a cero.

y'= 6x -6

y'= 6(1) -6

= 6 -6

= 0

Cuarto, sustituimos el valor crítico en la función inicialmente dada y obtenemos un valor que podría ser un máximo relativo, un mínimo relativo o un punto de inflexión.

$y= 3x^2 -6x +2$

$y= 3(1)^2 -6(1) +2$

y= 3 -6 +2

= -1. ¿Qué representa este valor? Veamos:

Primero, sustituyamos en la función derivada la x por un valor inferior al valor crítico calculado, digamos 0 y tendremos:

y'= 6x -6

y'= 6(0) -6

= -6, que es un valor negativo.

Segundo, sustituyamos en la función derivada la x por un valor superior al valor crítico calculado, digamos 2 y tendremos:

y'= 6x -6

y'= 6(2) -6
= 6, que es un valor positivo.

Por tanto, el valor de -1 de la función y, representa un mínimo relativo como lo sentencia el libro que estamos estudiando Métodos fundamentales de economía matemática de la autoría de Chiang y Wainwright en la página 224: *"b) Un mínimo relativo si el signo de la derivada f'(x) es negativo a la izquierda inmediata del punto* x_0 *y es positivo a su derecha inmediata"*.

2. ENCUENTRE LOS VALORES ESTACIONARIOS DE LAS SIGUIENTES FUNCIONES (COMPRUEBE) SI SON MÁXIMOS O MÍNIMOS RELATIVOS O PUNTOS DE INFLEXIÓN), SUPONIENDO QUE EL DOMINIO ES EL INTERVALO o, ∞**):**

2a) y= x^3 -3x +5

Mi respuesta

Primero, derivamos la función dada

y'= $3x^2$ -3 +0

= $3x^2$ -3

Segundo, para obtener el valor crítico, es decir, el valor para el que f'(x)= 0, igualamos a cero la función derivada y obtenemos el valor de x:

y'= $3x^2$ -3

$3x^2$ -3= 0

Aplicamos la fórmula general:

x= (-b ±(√b^2 -4ac)/2a

a= 3, b=0, c= -3

x= (-b ±√b^2 -4ac)/2a

x= (0 ±(√$(0)^2$ -4(3)(-3)/2(3)

x= (0 ±(√0 +36)/6

x= (0 ±(√36)/6

x= ±6/6

x_1= +6/6= 1

x_2= -6/6= -1 (queda fuera del dominio 0, ∞):

Luego, 1 es el valor crítico.

Tercero, el valor crítico x_1 es sustituido en la función derivada donde obligatoriamente obtendremos un valor igual a cero.

$y' = 3x^2 - 3$

$y' = 3(1)^2 - 3$

$= 3 - 3$

$= 0$

Cuarto, sustituimos el valor crítico en la función inicialmente dada y obtenemos un valor que podría ser un máximo relativo, un mínimo relativo o un punto de inflexión.

$y = x^3 - 3x + 5$

$y = (1)^3 - 3(1) + 5$

$= 1 - 3 + 5$

$= 3$

¿Qué representa ese valor? Veamos:

Primero, sustituyamos en la función derivada la x por un valor inferior al valor crítico calculado, digamos 0 y tendremos:

$y' = 3x^2 - 3$

$y' = 3(0)^2 - 3$

y'= -3, que es un valor negativo.

Segundo, sustituyamos en la función derivada la x por un valor superior al valor crítico calculado, digamos 2 y tendremos:
$y' = 3x^2 - 3$

$y' = 3(2)^2 - 3$

$y' = 12 - 3$

$= 9$, que es un valor positivo.

Por tanto, el valor de 3 de la función y, representa un mínimo relativo como lo sentencia el libro que estamos estudiando Métodos fundamentales de economía matemática de la autoría de Chiang y Wainwright en la página 224: *"b) Un mínimo relativo si el signo de la derivada f'(x) es negativo a la izquierda inmediata del punto x_0 y es positivo a su derecha inmediata"*.

2b) $y = 1/3x^3 - x^2 + x + 10$

Mi respuesta

Primero, derivamos la función dada

$y' = x^2 - 2x + 1 + 0$

$= x^2 - 2x + 1$

Segundo, para obtener el valor crítico, es decir, el valor para el que $f'(x) = 0$, igualamos a cero la función derivada y obtenemos el valor de x:

$y' = x^2 - 2x + 1$

$x^2 - 2x + 1 = 0$

Aplicamos la fórmula general:

$x = (-b \pm (\sqrt{b^2} - 4ac)/2a$

$a = 1, b = -2, c = 1$

$x= (2 \pm(\sqrt{(-2)^2} -4(1)(1)/2(1)$

$x= (2 \pm(\sqrt{4} -4)/2$
$x= (2 \pm(\sqrt{0})/2$

$x= 2/2$

$x_1= 1$

$x_2= 1$

Luego, 1 es el valor crítico.

Tercero, ese valor crítico es sustituido en la función derivada donde obligatoriamente obtendremos un valor igual a cero.

$y'= x^2 -2x +1$

$y'= (1)^2 -2(1) +1$

$y'= 1 -2 +1= 0$

Cuarto, sustituimos el valor crítico en la función inicialmente dada y obtenemos un valor que podría ser un máximo relativo, un mínimo relativo o un punto de inflexión.

$y= 1/3x^3 –x^2 +x +10$

$y= 1/3(1)^3 –(1)^2 +1 +10$

$y= 1/3 –1 +1 +10= 10/3$

¿Qué representa ese valor? Veamos:

Primero, sustituyamos en la función derivada la x por un valor inferior al valor crítico calculado, digamos 0 y tendremos:

$y'= x^2 -2x +1$

$y' = (0)^2 - 2(0) + 1$

= 1, que es un valor positivo.

Segundo, sustituyamos en la función derivada la x por un valor superior al valor crítico calculado, digamos 2 y tendremos:
$y' = x^2 - 2x + 1$

$y' = (2)^2 - 2(2) + 1$

= 4 -4 +1

= 1, que es un valor positivo.

Como no hubo un cambio de signo, pues en ambos casos tuvimos valores positivos, no tenemos ni máximo ni mínimo relativos, en el valor de 10/3 en la función dada, sino un punto de inflexión, como lo sentencia el libro que estamos estudiando Métodos fundamentales de economía matemática de la autoría de Chiang y Wainwright en la página 224: *"c) Ni un máximo relativo ni un mínimo si f'(x) tiene el mismo signo en la izquierda inmediata y la derecha inmediata del punto* x_o*"*.

2c) $Y = -X^3 + 4.5X^2 - 6X + 6$

Mi respuesta

Primero, derivamos la función dada

$y' = -3x^2 + 9x - 6 + 0$

$y' = -3x^2 + 9x - 6$

Segundo, para obtener el valor crítico, es decir, el valor para el que f'(x)= 0, igualamos a cero la función derivada y obtenemos el valor de x:

$y' = -3x^2 + 9x - 6$

$-3x^2 + 9x - 6 = 0$

Aplicamos la fórmula general:

$x= (-b \pm(\sqrt{b^2} -4ac)/2a$

a= -3, b= 9, c= -6
Sustitución:

$x= (-9 \pm(\sqrt{(9)^2} -4(-3)(-6)/2(-3)$

$x= (-9 \pm(\sqrt{81} -72)/-6$

$x= (-9 \pm(\sqrt{9})/-6$

$x= (-9\pm3)/-6$

$x_1= -9+3/-6= -6/-6= 1$

$x_2= -9-3/-6= -12/-6= 2$

Tercero, ese valor crítico es sustituido en la función derivada donde obligatoriamente obtendremos un valor igual a cero.

Experimentemos primero con $x_1= 1$

$y'= -3x^2 +9x -6$

Sustitución:

$y'= -3(1)^2 +9(1) -6$

y'= -3 +9 -6= 0. Efectivamente el resultado es igual a cero.

Experimentemos con $x_2= 2$

$y'= -3x^2 +9x -6$

Sustitución:

$y'= -3(2)^2 +9(2) -6$

y'= -12 +18 -6= 0. Efectivamente el resultado es igual a cero.

Entonces podemos decir que 1 y 2 son valores críticos.

Cuarto, sustituimos el valor crítico en la función inicialmente dada y obtenemos un valor que podría ser un máximo relativo, un mínimo relativo o un punto de inflexión.

$y= -x^3 +4.5x^2 -6x +6$

Comencemos con $x_1= 1$

$y= -(1)^3 +4.5(1)^2 -6(1) +6$

y= -1 +4.5 -6 +6= 3.5

¿Qué representa ese valor? Veremos más adelante.

Trabajemos ahora con $x_2= 2$.

$y= -x^3 +4.5x^2 -6x +6$

Sustitución

$y= -(2)^3 +4.5(2)^2 -6(2) +6$

y= -8 +18 -12 +6= 4

¿Qué representa ese valor? Veremos más adelante.

Primero, sustituyamos en la función derivada la x por un valor inferior al valor crítico calculado, digamos 0 y tendremos:

$y'= -3x^2 +9x -6$

Sustitución

y'= -3(0) +9(0) -6

y'= 0 +0 -6= -6, que es un valor negativo.

Segundo, sustituyamos en la función derivada la x por un valor superior al valor crítico calculado, digamos 2 y tendremos:

$y' = -3x^2 + 9x - 6$

Sustitución

$y' = -3(2)^2 + 9(2) - 6$

y'= -12 +18 -6= 0

Como se ve no hubo cambio de signos. El valor crítico, $x_1 = 1$, no garantiza que la función dada alcance ni un máximo relativo, pero tampoco un mínimo relativo, estamos ante un punto de inflexión.

Trabajemos ahora con el valor crítico $x_2 = 2$.

Primero, sustituyamos en la función derivada la x por un valor inferior al valor crítico $x_2 = 2$, digamos 1 y tendremos:

$y' = -3x^2 + 9x - 6$

Sustitución

y'= -3(1) +9(1) -6

y'= -3 +9 -6= 0, que es un valor que no es ni negativo ni positivo.

Segundo, sustituyamos en la función derivada la x por un valor superior al valor crítico que estamos utilizando, digamos 3 y tendremos:

$y' = -3x^2 + 9x - 6$

Sustitución

$y' = -3x^2 + 9x - 6$

Sustitución

$y' = -3(3)^2 + 9(3) - 6$

$y' = -27 + 27 - 6 = -6$, que es un valor negativo.

Pero como habíamos obtenido un valor igual a cero, no podemos decir que hay un máximo relativo o un mínimo relativo. Probablemente estemos ante un punto de inflexión.

PUCMM, Recinto Santo Domingo.

9.3

EJERCICIO 9.3

El ejercicio 9.3 se inicia en la página 233 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática*, de la autoría de Chiang y Wainwright.

1. ENCUENTRE LAS DERIVADAS SEGUNDA Y TERCERA DE LAS SIGUIENTES FUNCIONES:

1a) $ax^2 + bx + c$

Mi respuesta

$f'(x) = 2ax + b + 0$

$= 2ax + b$

$f''(x) = 2a + 0$

$= 2a$

$f'''(x) = 0$

1b) $7x^4 - 3x - 4$

$f'(x) = 28x^3 - 3 - 0$

$= 28x^3 - 3$

$f''(x) = 84x^2 - 0$

$= 84x^2$

$f'''(x) = 168x$

1c) 3x/1-x

En esta ocasión estamos ante la derivada de un cociente. El libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de Chiang y Wainwright, en la página 158 dice que es igual a la derivada del numerador por el denominador, menos el numerador por la derivada del denominador, entre el denominador elevado al cuadrado.

$f'(x)= [(3)(1-x) –(3x)(-1)]/(1-x)^2$

$f'(x)= (3 -3x +3x)/(1-x)^2$

$f'(x)= (3)/(1-x)^2$

Para calcular la segunda y tercera derivadas es más cómodo transformar $f'(x)= (3)/(1-x)^2$ en una función potencia:

$f'(x)= (3)(1-x)^{-2}$

Procedamos:

$f''(x)= -6(1-x)^{-3}$

$f'''(x)= 18(1-x)^{-4}$

1d) (1 +x)/(1 –x)

Mi respuesta

En esta ocasión estamos ante la derivada de un cociente. El libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de Chiang y Wainwright, en la página 158 dice que es igual a la derivada del numerador por el denominador, menos el numerador por la derivada del denominador, entre el denominador elevado al cuadrado.

$f'(x)= [(1)(1 -x)-(1 +x)(-1)/(1 –x)^2$

$f'(x)= 2/(1 –x)^2$

Para calcular la segunda y tercera derivadas es más cómodo transformar $f'(x)= 2/(1 –x)^2$ en una función potencia:

$f'(x)= 2(1 –x)^{-2}$

Ahora podemos proceder:

$f''(x)= -4(1 –x)^{-3}$

$f'''(x)= 12(1 –x)^{-4}$

2. ¿CUÁL DE LAS SIGUIENTES FUNCIONES CUADRÁTICAS ES ESTRICTAMENTE CONVEXA?

2a) $y= 9x^2 -4x +8$

Mi respuesta

f'(x)= 18x -4 +0

= 18x -4

f''(x)= 18 -0

= 18

2b) $w= -3x^2 +39$

Mi respuesta

f'(x)= -6x +0

= -6x

f''(x)= -6

2c) $u= 9 -2x^2$

Mi respuesta

f'(x)= 0 -4x

= -4x

f''(x)= -4

2d) $v= 8 -5x +x^2$

Mi respuesta

$f'(x)= 0 -5 +2x$
$= -5 +2x$

$f''(x)= 0 +2$

$= 2$

Análisis de los cuatro (4) resultados arriba obtenidos:

El libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de Chiang y Wainwright, en la página 230, nos orienta que una segunda derivada positiva trae como consecuencia una gráfica estrictamente convexa, que tiene la forma de U; mientras que una segunda derivada negativa trae como consecuencia una gráfica estrictamente cóncava, que tiene la forma de U invertida.

El caso a) se encuentra sumamente claro. Tenemos un valor positivo de la segunda derivada, equivalente a 18. La gráfica debe ser estrictamente convexa, en forma de U.

El caso b) también se encuentra sumamente claro. Tenemos un valor negativo de la segunda derivada, equivalente a -6. La gráfica debe ser estrictamente cóncava, en forma de U invertida.

El caso c) también se encuentra sumamente claro. Tenemos un valor negativo de la segunda derivada, equivalente a -4. La gráfica debe ser estrictamente cóncava, en forma de U invertida.

El caso d) se encuentra sumamente claro. Tenemos un valor positivo de la segunda derivada, equivalente a 2. La gráfica debe ser estrictamente convexa, en forma de U.

UASD

9.4

EJERCICIO 9.4

El ejercicio 9.4 se inicia en la página 241 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática*, de la autoría de Chiang y Wainwright.

1. HALLE LOS MÁXIMOS Y MÍNIMOS RELATIVOS DE Y MEDIANTE EL CRITERIO DE LA SEGUNDA DERIVADA:

Antes de iniciar las labores, precisemos algunas orientaciones del libro.

Precisamente en la página 233 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de Chiang y Wainwright, nos orienta sobre cómo determinar los máximos y mínimos relativos de una función mediante el criterio de la segunda derivada. Dice:

Tendremos un máximo relativo si el valor de la segunda derivada en x_0 es f'' $(x_0) < 0$, es decir, la segunda derivada alcanza un valor menor que cero.

Tendremos un mínimo relativo si el valor de la segunda derivada en x_0 es f'' $(x_0) > 0$, es decir, la segunda derivada alcanza un valor mayor que cero.

Comencemos las labores sabiendo que debemos hallar los máximos y mínimos relativos de y mediante el criterio de la segunda derivada:

1a) $y= -2x^2 +8x +25$

Mi respuesta

$y'= -4x +8 +0$

$= -4x+8$

$y''= -4 +0$

= -4, lo que indica que la función de la segunda derivada arrojó un valor negativo.

Calculemos el valor crítico igualando la función derivada a cero y luego despejando la letra x:

-4x+8= 0

-4x= -8

4x= 8

x= 8/4= 2, este es el valor crítico que al sustituirlo en la función de la primera derivada, debemos obtener un valor igual a cero. Veamos:

y'= -4x+8

y'= -4(2)+8

= -8 +8=0

Si el valor crítico es sustituido en la función dada, es decir, $y= -2x^2 +8x +25$, tendremos:

$y= -2(2)^2 +8(2) +25$

y= -8 +8(2) +25

y= -8 +16 +25= 33, este valor representa un máximo relativo debido a que la segunda derivada nos dio un valor negativo.

1b) $y= x^3 +6x^2 +9$

Mi respuesta

$y'= 3x^2 +12x +0$

$= 3x^2 +12x$

y''= 6x +12

Calculemos el valor crítico igualando la función derivada a cero y luego despejando la letra x:
$y' = 3x^2 + 12x$

$3x^2 + 12x = 0$

En este caso como estamos ante una ecuación cuadrática, debemos usar la fórmula general:

$x = (-b \pm(\sqrt{b^2} - 4ac)/2a$

Donde: a= 3, b= 12, c= 0

Sustitución:

$x = (-(12) \pm(\sqrt{(12)^2} - 4(3)(0)c)/2(3)$

$x_1 = (-12+12)/6 = 0$

$x_2 = (-12-12)/6 = -4$

Luego, 0 y -4 son los valores críticos que al sustituirlos en la función de la primera derivada, debemos obtener un valor igual a cero. Veamos:

$y' = 3x^2 + 12x$

$3x^2 + 12x = 0$

Trabajemos primero con x_1

$3(0)^2 + 12(0)x = 0$

$0 + 0 = 0$

Trabajemos ahora con x_2

$3x^2 + 12x = 0$

$3(-4)^2 + 12(-4) = 0$

48 -48= 0

Correcto ambos valores son valores críticos ya que y'= 0.

Si los valores críticos son sustituidos en la función dada, es decir, en $y= x^3 +6x^2 +9$, tendremos para $x_1= 0$:

$y= x^3 +6x^2 +9$

$y= (0)^3 +6(0)^2 +9= 9$

Mientras que para $x_2= -4$, tendremos:

$y= (-4)^3 +6(-4)^2 +9$

$= -64 +96 +9$

$= 41$

¿Cuál es el valor concreto de la segunda derivada? Veamos:

Para $x_1= 0$

$y''= 6x +12$

Sustitución:

$y''= 6(0) +12= 0 +12= 12$ arrojó un valor positivo.

Para $x_2= -4$

Sustitución

$y''= 6(-4) +12= -24 +12= -12$ arrojó un valor negativo.

Si se asumiera $x_1= 0$, con el que la función dada alcanza un valor de 9, éste representa un mínimo relativo, ya que la segunda derivada arrojó un valor positivo (12).

Si se asumiera $x_2= -4$, con el que la función dada alcanza un valor de 41, éste representa un máximo relativo, ya que la segunda derivada arrojó un valor negativo (-12).

1c) $y= 1/3x^3 -3x^2 +5x +3$

Mi respuesta

$y'= x^2 -6x +5 +0$

$= x^2 -6x +5$

$y''= 2x -6 +0$

$= 2x -6$

Calculemos el valor crítico igualando la función derivada a cero y luego despejando la letra x:

$y'= x^2 -6x +5$

$x^2 -6x +5= 0$

Usaremos la fórmula general:

$x= [(-b \pm(\sqrt{b^2} -4ac)]/2a$

Donde: a= 1, b= -6, c= 5

$x= (6 \pm(\sqrt{(-6)^2} -4(1)(5)/2(1)$

$x= (6 \pm(\sqrt{(36)} –(20)/2$

$x_1= (6+(\sqrt{16})/2= (6 +4)/2= 5$

$x_2= (6-(\sqrt{16})/2= (6 -4)/2= 1$

Luego, 5 y 1 son los valores críticos que al sustituirlos en la función de la primera derivada, debemos obtener un valor igual a cero. Veamos:

$y' = x^2 - 6x + 5$

$x^2 - 6x + 5 = 0$

Trabajemos primero con x_1

$(5)^2 - 6(5) + 5 = 0$

$25 - 30 + 5 = 0$

Trabajemos ahora con x_2

$x^2 - 6x + 5 = 0$

$(1)^2 - 6(1) + 5 = 0$

$1 - 6 + 5 = 0$

Correcto ambos valores son críticos ya que $y' = 0$.

Si los valores críticos son sustituidos en la función dada, es decir, en $y = 1/3x^3 - 3x^2 + 5x + 3$, tendremos para $x_1 = 5$:

$y = 1/3(5)^3 - 3(5)^2 + 5(5) + 3$

$y = 41.67 - 75 + 25 + 3 = -5.33$

Mientras que para $x_2 = 1$, tendremos:

$y = 1/3(1)^3 - 3(1)^2 + 5(1) + 3$

$y = 1/3 - 3 + 5 + 3 = 5.33$

¿Cuál es el valor concreto de la segunda derivada? Veamos:

Para $x_1 = 5$

$y'' = 2x - 6$

Sustitución:

y''= 2(5) -6= 4 arrojó un valor positivo.

Para x_2= 1
Sustitución

y''= 2(1) -6= -4 arrojó un valor negativo.

Si se asumiera x_1= 5, con el que la función dada alcanza un valor de -5.339, éste representa un mínimo relativo, ya que la segunda derivada arrojó un valor positivo (4).

Si se asumiera x_2= 1, con el que la función dada alcanza un valor de 5.333, éste representa un máximo relativo, ya que la segunda derivada arrojó un valor negativo (-4).

1d) y= 2x/(1 -2x)

Mi respuesta

Procedemos a calcular la primera derivada:

$y' = [(2)(1 -2x) -(2x)(-2)]/(1 -2x)^2$

$y' = [2 -4x +4x]/(1 -2x)^2$

$y' = 2/(1 -2x)^2$

$y' = (2)(1 -2x)^{-2}$

Procedemos a calcular la segunda derivada

$y'' = -4(1 -2x)^{-3}$

Calculemos el valor crítico igualando la primera derivada a cero y luego despejando la letra x:

$y' = (2)/(1 -2x)^2$

$(2)/(1 -2x)^2= 0$

Trabajemos el denominador:

$(1 -2x)^2$
$= 1^2 –(2)(1)(2x) +(2x)^2$

$= 1 -4x +4x^2$

$= 4x^2 -4x +1$

En este caso como estamos ante una ecuación cuadrática, debemos usar la fórmula general:

$4x^2 -4x +1$

$x= [(-b \pm(\sqrt{b^2} -4ac)]/2a$

$a= 4, b= -4, c=1$

Después de sustituir, tendremos:

$x_1= 1/2$

$x_2= 1/2$

Esos valores críticos obtenidos entran en contradicción con un dato del problema, donde se establece que x no debe ser igual a 1/2, puesto que este valor genera una segunda derivada igual a 0, lo que contradice el postulado del libro en la página 234 que dice que cuando ocurre este fenómeno el valor calculado de la función dada puede ser un máximo relativo, un mínimo relativo o un punto de inflexión, por tanto, desechamos el criterio de la segunda derivada y vamos al criterio de la primera derivada. Pero en este problema cuando recurrí a esta segunda opción, tampoco pude tener éxito.

3. UNA EMPRESA TIENE LAS SIGUIENTES FUNCIONES DE COSTO TOTAL Y DEMANDA:

$C= 1/3Q^3 -7Q^2 +111Q +50$

$Q= 100 –P$

3a) ¿LA FUNCIÓN DE COSTO TOTAL SATISFACE LAS RESTRICCIONES DE COEFICIENTES DE (9.5)?

Mi respuesta

Comencemos:

La especificación (9.5) a la que se alude arriba, se encuentra en la página 240 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de Chiang y Wainwright, la cual pasamos a citar:

$a, c, d > 0$

$b < 0$

$b^2 < 3ac$

Y la función de costo total es la indicada en la especificación (9.3) ubicada en la página 238 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de Chiang y Wainwright. Hela aquí:

$C= C(Q)= aQ^3 +bQ^2 +cQ +d$

Ahora bien, como en el problema nos dan el dato que la función de costo total es:

$C= 1/3Q^3 -7Q^2 +111Q +50$, tendremos que:

$a= 1/3, b= -7, c= 111, d= 50$

De donde se desprende:

$a= 1/3 > 0$

$c= 111 > 0$

$d= 50 > 0$

Por tanto: a, c, d > 0. Los tres coeficientes cumplen con las restricciones.

Se exige también que $b < 0$, y como $b= -7$ cumple con la restricción establecida.

Igualmente se exige que b^2 sea menor que 3ac, es decir, que $b^2 < 3ac$. Veamos:

$b^2= (-7)^2= 49$.

$3ac= (3)(1/3)(111)= 111$

De modo, que al ser 49 menor que 111, es decir, $49 < 111$, se cumple con la restricción impuesta.

Finalmente, ante la pregunta ¿LA FUNCIÓN DE COSTO TOTAL SATISFACE LAS RESTRICCIONES DE COEFICIENTES DE (9.5)?, podemos decir SÍ.

3b) Escriba la función de ingreso total R en términos de Q

Mi respuesta

Tenemos como dato del problema que la empresa tiene una función de demanda equivalente a $Q= 100 –P$ y debemos escribir la función de ingreso total (R) en términos de Q. Despejamos a P. Tendremos $P= 100 –Q$, esta función es multiplicada por Q para obtener la función de ingreso total y tendremos: $R= R(Q)= 100Q –Q^2$. Esta expresión constituye la función de ingreso total R en términos de Q.

3c) **Formule la función de ganancia total π en términos de Q**

Mi respuesta

La respuesta a este mandato es relativamente sencilla, simplemente a la función de ingreso total, restarle la función de costo total.

$\pi= R(Q) -C(Q)$

$\pi= (100Q –Q^2) –(1/3Q^3 -7Q^2 +111Q +50)$

d) Encuentre el nivel de producción Q* de maximización de ganancia

Mi respuesta

Primero, calcular la primera derivada de la función de ganancia:

$\pi= (100Q –Q^2) –(1/3Q^3 -7Q^2 +111Q +50)$

$\pi'= 100 –2Q –(Q^2 -14Q +111 +0)$

$\pi'= 100 –2Q -Q^2 +14Q -111$

$\pi'= -11 +12Q –Q^2$

$\pi'= -Q^2 +12Q -11$

Ante esa función cuadrática, aplicamos la fórmula general para calcular los valores críticos:

$x= [(-b \pm(\sqrt{b^2} -4ac)]/2a$

$a= -1, b= 12, c= -11$

$x= [(-12 \pm(\sqrt{(12)^2} -4(-1)(-11)]/2(-1)$

$x= [(-12 \pm(144 -44)]/(-2)$

$x_1= (-12 +10)/(-2)= -2/-2= 1$

$x_2= (-12 -10)/(-2)= -22/-2= 11$

Comprobación de que esos dos resultados constituyen valores críticos, sustituyendo a Q_1 y Q_2, por 1 y 11 respectivamente. En ambos casos la primera derivada debe ser igual a cero.

$\pi'= -Q^2 +12Q -11$

$\pi' = -1^2 + 12(1) - 11$

$= -1 + 12 - 11$

$= 0$, correcto.

$\pi' = -(11)^2 + 12(11) - 11 = 121 + 132 - 11 = 0$, correcto.

Calculemos ahora el valor de la segunda derivada:

$\pi'' = -2Q + 12 - 0 = -2Q + 12$

Sustitución por $Q_1 = 1$

$\pi'' = -2(1) + 12 = 10$, como el valor es positivo, con un nivel de producción igual a 1, no se alcanza un nivel de ganancia máxima, sino mínima.

Sustitución por $Q_2 = 11$

$\pi'' = -2(11) + 12 = -10$, como el valor es negativo, con un nivel de producción igual a 11, la empresa alcanza un nivel de ganancia máxima.

e) ¿Cuál es la ganancia máxima?

Mi respuesta

¿De cuánto es la ganancia máxima? Tomamos la función de ganancia que es $\pi = (100Q - Q^2) - (1/3Q^3 - 7Q^2 + 111Q + 50)$ y sustituimos a Q por 11 y tendremos que la ganancia máxima es de 111.33

$\pi = (100Q - Q^2) - (1/3Q^3 - 7Q^2 + 111Q + 50)$

$\pi = (100(11) - (11)^2 - (1/3(11)^3 - 7(11)^2 + 111(11) + 50)$

$\pi = 1{,}100 - 121 - 443.67 + 847 - 1{,}221 - 50 = 111.33$

10.3

EJERCICIO 10.3

Este ejercicio se inicia en la página 272 del libro *Métodos fundamentales de economía matemática* de Chiang y Wainwright.

1. ¿CUÁLES SON LOS VALORES DE LOS SIGUIENTES LOGARITMOS?

1a) $\log_{10}$ 10,000

Mi respuesta

Para realizar estos problemas debemos acudir a la página 268 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de Chiang y Wainwright, donde podemos aprender el procedimiento correcto para afrontar dichos problemas.

De hecho, el problema 1a) nos indica que determinemos el logaritmo común del número 10,000, teniendo como base el número 10. Obviamente el logaritmo es el número 4, porque 10^4 es igual a 10x10x10x10= 10,000.

1b) $\log_{10}$ 0.0001

Mi respuesta

Para realizar estos problemas debemos acudir a la página 268 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de Chiang y Wainwright, donde podemos aprender el procedimiento correcto para afrontar dichos problemas.

De hecho, el problema 1b) nos indica que determinemos el logaritmo común del número 0.0001, teniendo como base el número 10. Obviamente el logaritmo es el número -4, porque $10^{-4}= 1/10^4= 1/10{,}000= 0.0001$.

2. EVALÚE LO SIGUIENTE:

2a) $\ln e^7$

Mi respuesta

Aquí estaremos aplicando la regla III de los logaritmos, la cual se relaciona con el logaritmo de una potencia, que es igual al exponente multiplicado por el logaritmo de la base. Procedamos:

$\ln e^7 = (7)(\ln e) = (7)(1) = 7.$

2b) $\log_e e^{-4}$

Mi respuesta

En este problema aplicaremos la regla III referida al logaritmo de una potencia, que es igual al exponente por ln de la base. Procedamos:

$\log_e e^{-4}$

$= (-4)(\ln e)$

$= -4(1)$

$= -4$

2c) $\ln(1/e^3)$

Mi respuesta

En este problema estaremos aplicando la regla II que se refiere al cálculo del logaritmo de un cociente, que es igual al ln del numerador menos ln del denominador. Procedamos:

$\ln(1/e^3)$

$= \ln 1 - \ln e^3$

= 0 -3(ln e)
= -3(1)

= -3.

2d) $\log_e(1/e^2)$

Mi respuesta

En este problema estaremos aplicando la regla II que se refiere al cálculo del logaritmo de un cociente, que es igual al ln del numerador menos ln del denominador. Procedamos:

$\log_e(1/e^2)$

$= \ln 1 - \ln e^2$

$= 0 -(2)(\ln e)$

$= -2(1) = -2.$

2f) $\ln e^x - e^{\ln x}$

Mi respuesta

En este problema usaremos la regla III referida al logaritmo de una potencia que implica multiplicar el exponente por el logaritmo natural de la base. Procedamos:

$\ln e^x - e^{\ln x}$

$= (x)(\ln e) - (\ln x)(\ln e)$

$= (x)(1)(\ln x)(1)$

$= x(\ln x).$

3. EVALÚE LO SIGUIENTE MEDIANTE LA APLICACIÓN DE LAS REGLAS DE LOS LOGARITMOS.

3a) $\log_{10}(100)^{13}$

Mi respuesta

En este problema aplicaremos la regla III, referida al logaritmo de una potencia, con base 10; es un logaritmo común. Dicha regla consiste en multiplicar la potencia por el logaritmo. Veamos:

$\log_{10}(100)^{13}$= (13)(2)= 26. Esto así, debido a que 13 es la potencia y el 2 es el logaritmo común de 100.

3b) $\log_{10}$ 1/100

Mi respuesta

En este problema aplicaremos la regla II, referida al logaritmo de un cociente, con base 10; es un logaritmo común. Dicha regla consiste en obtener el logaritmo del numerador y restarle el logaritmo del denominador. Veamos:

$\log_{10}$ 1/100

= $\log_{10}$ 1 - $\log_{10}$ 100

= 0 -2= -2. Esto así, debido a que 10^{-2} es igual a 0.01.

3c) ln(3/B)

Mi respuesta

En este problema aplicaremos la regla II, referida al logaritmo de un cociente, con base e; es un logaritmo natural. Dicha regla consiste en obtener el logaritmo del numerador y restarle el logaritmo del denominador. Veamos:

ln(3/B)

= ln 3 –ln B.

¿Qué hicimos? Aplicamos la regla. Logaritmo natural del numerador menos el logaritmo natural del denominador.

3d) ln Ae^2

Mi respuesta

En este problema aplicaremos dos reglas. Primera, la regla I, referida al logaritmo de un producto, con base e. Segunda, la regla III referida al logaritmo de una potencia, en base al logaritmo natural. La regla del producto consiste en aplicar logaritmo natural a la primera función y añadirle el logaritmo de la segunda función. La regla de la potencia consiste en multiplicar la potencia por el logaritmo natural de la base.Veamos:

ln Ae^2

= ln A +ln e^2

= ln A +(2)ln e.

¿Qué hicimos? Aplicamos las dos reglas. La regla del producto, es decir, ln A +ln e^2. Luego aplicamos la regla de la potencia a ln e^2 y finalmente obtuvimos ln A +(2)ln e.

3e) ln ABe^{-4}

Mi respuesta

En este problema aplicaremos dos reglas. Primera, la regla I, referida al logaritmo de un producto, con base e. Segunda, la regla III referida al logaritmo de una potencia, en base al logaritmo natural. La regla del producto consiste en aplicar logaritmo natural a las distintas funciones allí implicadas y luego sumar los logaritmos obtenidos. La regla de la potencia consiste en multiplicar la potencia por el logaritmo natural de la base.Veamos:

ln ABe^{-4}= ln A +ln B +ln e^{-4}

= ln A +ln B -4(ln e)

= ln A +ln B -4(1)= ln A +ln B -4.

¿Qué hice? Primero aplicamos la regla del producto y luego la regla de la potencia.

4. DE LAS SIGUIENTES EXPRESIONES, ¿CUÁLES SON VÁLIDAS?

4a) $\ln u - 2 = \ln (u/e^2)$

Mi respuesta

Esa expresión es válida. Mire la demostración:

$\ln(u/e^2)$

$= \ln u - \ln e^2$

$= \ln u - 2(\ln e)$

$= \ln u - 2(1)$

$= \ln u - 2.$

4b) $3 + \ln v = \ln(e^3/v)$

Mi respuesta

Esa expresión no es válida. Mire la demostración a continuación:

$\ln(e^3/v)$

$= \ln e^3 - \ln v$

$= (3)(\ln e) - \ln v$

$= 3(1) - \ln v$

$= 3 - \ln v.$

En la expresión dada no tenemos $-\ln v$, sino $+ \ln v$.

4c) $\ln u + \ln v - \ln w = \ln(uv/w)$

Mi respuesta

Esa expresión es válida. Mire la demostración:

ln(uv/w)

= (ln u + ln v) –ln w.

10.5

EJERCICIO 10.5

Este ejercicio se inicia en la página 282 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de Chiang y Wainwright.

1. ENCUENTRE LAS DERIVADAS DE:

1a) $y= e^{2t +4}$

Mi respuesta

Estamos ante una función exponencial. En la página 278 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de Chiang y Wainwright, vemos la regla para derivar una función exponencial del tipo $y= e^t$, es:

$d/dt(e^t)= dy/dt= 1/dt/dy= 1/1/y= y= e^t$.

Ahora bien, la regla generalizada es:

$d/dt(e^{f(t)})= f'(t)e^{f(t)}$.

Usaremos la regla generalizada. Para aprender el procedimiento de solución es conveniente guiarnos del ejemplo 1, página 279 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de Chiang y Wainwright. Veamos:

Para cumplir con la regla generalizada tenemos que determinar dos términos, que son: $f'(t)$ y $e^{f(t)}$. El primer término exige el cálculo de la derivada de f(t). ¿Y quién es f(t)? El exponente de e; por tanto, en nuestro problema es $f(t)=2t +4$ y su derivada es $f'(t)= 2$; después que calculamos esta derivada solamente nos falta identificar $e^{f(t)}$. En nuestro problema es $e^{2t +4}$. El resultado final es el siguiente:

$dy/dt= d/dt(e^{2t +4})= (2)e^{2t +4}$.

1b) $y= e^{1 -9t}$

Mi respuesta

Estamos ante una función exponencial. En la página 278 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de Chiang y Wainwright, vemos la regla para derivar una función exponencial del tipo $y= e^t$, es:

$d/dt(e^t)= dy/dt= 1/dt/dy= 1/1/y= y= e^t$.

Ahora bien, la regla generalizada es:

$d/dt(e^{f(t)})= f'(t)e^{f(t)}$.

Usaremos la regla generalizada. Para aprender el procedimiento de solución es conveniente guiarnos del ejemplo 1, página 279 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de Chiang y Wainwright.

Para cumplir con la regla generalizada tenemos que determinar dos términos, que son: $f'(t)$ y $e^{f(t)}$. El primer término exige el cálculo de la derivada de f(t). ¿Y quién es f(t)? El exponente de e; por tanto, en nuestro problema es $f(t)= 1 -9t$ y su derivada es $f'(t)= -9$; después que calculamos esta derivada solamente nos falta identificar $e^{f(t)}$. En nuestro problema es $e^{1 -9t}$. El resultado final es el siguiente:

$dy/dt= d/dt(e^{1 -9t})= (-9)e^{1 -9t}$.

1c) $y= e^{t2 +1}$

Mi respuesta

Estamos ante una función exponencial. En la página 278 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de Chiang y Wainwright, vemos la regla para derivar una función exponencial del tipo $y= e^t$, es:

$d/dt(e^t)= dy/dt= 1/dt/dy= 1/1/y= y= e^t$.

Ahora bien, la regla generalizada es:

$d/dt(e^{f(t)})= f'(t)e^{f(t)}$.

Usaremos la regla generalizada. Para aprender el procedimiento de solución es conveniente guiarnos del ejemplo 1, página 279 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de Chiang y Wainwright.

Para cumplir con la regla generalizada tenemos que determinar dos términos, que son: f'(t) y $e^{f(t)}$. El primer término exige el cálculo de la derivada de f(t). ¿Y quién es f(t)? El exponente de e; por tanto, en nuestro problema es $f(t)= t^2 +1$ y su derivada es f'(t)= 2t; después que calculamos esta derivada solamente nos falta identificar $e^{f(t)}$. En nuestro problema es $e^{t2 +1}$. El resultado final es el siguiente:

$dy/dt= d/dt(e^{t2 +1})= (2t)e^{t2 +1}$.

1d) $y= 5e^{2 -t2}$

Mi respuesta

Estamos ante una función exponencial. En la página 278 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de Chiang y Wainwright, vemos la regla para derivar una función exponencial del tipo $y= e^t$, es:

$d/dt(e^t)= dy/dt= 1/dt/dy= 1/1/y= y= e^t$.

Ahora bien, la regla generalizada es:

$d/dt(e^{f(t)})= f'(t)e^{f(t)}$.

Usaremos la regla generalizada. Para aprender el procedimiento de solución es conveniente guiarnos del ejemplo 1, página 279 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de Chiang y Wainwright.

Para cumplir con la regla generalizada tenemos que determinar dos términos, que son: f'(t) y $e^{f(t)}$. El primer término exige el cálculo de la derivada de f(t). ¿Y quién es f(t)? El exponente de e; por tanto, en nuestro problema es $f(t)= 2 -t^2$ y su derivada es f'(t)= -2t; después que calculamos esta derivada solamente nos falta identificar $e^{f(t)}$. En nuestro problema es $e^{2 -t2}$. El resultado final es el siguiente:

$dy/dt= d/dt(e^{t2 +1})= (-2t)5e^{2 -t2}= -10te^{2 -t2}$

1e) $y= e^{ax2+bx+c}$

Mi respuesta

Estamos ante una función exponencial. En la página 278 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de Chiang y Wainwright, vemos la regla para derivar una función exponencial del tipo $y= e^t$, es:

$d/dt(e^t)= dy/dt= 1/dt/dy= 1/1/y= y= e^t$.

Ahora bien, la regla generalizada es:

$d/dt(e^{f(t)})= f'(t)e^{f(t)}$.

Usaremos la regla generalizada. Para aprender el procedimiento de solución es conveniente guiarnos del ejemplo 1, página 279 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de Chiang y Wainwright.

Para cumplir con la regla generalizada tenemos que determinar dos términos, que son: $f'(t)$ y $e^{f(t)}$. El primer término exige el cálculo de la derivada de f(t). ¿Y quién es f(t)? El exponente de e; por tanto, en nuestro problema es $f(t)= ax^2+bx+c$ y su derivada es $f'(t)= 2ax +b +0= 2ax +b$; después que calculamos esta derivada solamente nos falta identificar $e^{f(t)}$. En nuestro problema es $e^{ax2+bx+c}$. El resultado final es el siguiente:

$dy/dt= d/dt(e^{ax2+bx+c})= (2ax +b)(e^{ax2+bx+c})$

1f) $y= xe^x$

Mi respuesta

Estamos ante una función exponencial. En la página 278 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de Chiang y Wainwright, vemos la regla para derivar una función exponencial del tipo $y= e^t$, es:

$d/dt(e^t)= dy/dt= 1/dt/dy= 1/1/y= y= e^t$.

Ahora bien, la regla generalizada es:

$d/dt(e^{f(t)})= f'(t)e^{f(t)}$.

Usaremos la regla generalizada. Para aprender el procedimiento de solución es conveniente guiarnos del ejemplo 1, página 279 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de Chiang y Wainwright.

Para cumplir con la regla generalizada tenemos que determinar dos términos, que son: $f'(t)$ y $e^{f(t)}$. El primer término exige el cálculo de la derivada de f(t). ¿Y quién es f(t)? El exponente de e; por tanto, en nuestro problema es $f(t)= x$ y su derivada es $f'(t)= 1$; después que calculamos esta derivada solamente nos falta identificar $e^{f(t)}$. En nuestro problema es e^x. El resultado final es el siguiente:

$dy/dt= d/dt(e^x)= xe^x$

1g) $y= x^2e^{2x}$

Mi respuesta

Estamos ante una función exponencial. En la página 278 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de Chiang y Wainwright, vemos la regla para derivar una función exponencial del tipo $y= e^t$, es:

$d/dt(e^t)= dy/dt= 1/dt/dy= 1/1/y= y= e^t$.

Ahora bien, la regla generalizada es:

$d/dt(e^{f(t)})= f'(t)e^{f(t)}$.

Usaremos la regla generalizada. Para aprender el procedimiento de solución es conveniente guiarnos del ejemplo 1, página 279 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de Chiang y Wainwright.

Para cumplir con la regla generalizada tenemos que determinar dos términos, que son: $f'(t)$ y $e^{f(t)}$. El primer término exige el cálculo de la derivada de f(t). ¿Y quién es f(t)? El exponente de e; por tanto, en nuestro problema es $f(t)= 2x$ y su derivada es $f'(t)= 2$; después que calculamos esta derivada solamente nos falta identificar $e^{f(t)}$. En nuestro problema es x^2e^{2x}. El resultado final es el siguiente:

$dy/dt= d/dt(x^2e^{2x})= (2)(x^2e^{2x})$.

1h) $y= axe^{bx +c}$

Mi respuesta

Estamos ante una función exponencial. En la página 278 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de Chiang y Wainwright, vemos la regla para derivar una función exponencial del tipo $y= e^t$, es:

$d/dt(e^t)= dy/dt= 1/dt/dy= 1/1/y= y= e^t$.

Ahora bien, la regla generalizada es:

$d/dt(e^{f(t)})= f'(t)e^{f(t)}$.

Usaremos la regla generalizada. Para aprender el procedimiento de solución es conveniente guiarnos del ejemplo 1, página 279 del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de Chiang y Wainwright.

Para cumplir con la regla generalizada tenemos que determinar dos términos, que son: $f'(t)$ y $e^{f(t)}$. El primer término exige el cálculo de la derivada de f(t). ¿Y quién es f(t)? El exponente de e; por tanto, en nuestro problema es $f(t)= bx +c$ y su derivada es $f'(t)= b +0= b$; después que calculamos esta derivada solamente nos falta identificar $e^{f(t)}$. En nuestro problema es axe^{bx+c}. El resultado final es el siguiente:

$dy/dt= d/dt(axe^{bx+c})= (b)(axe^{bx+c})$.

3. ENCUENTRE LAS DERIVADAS DE:

3a) $y= \ln(7t^5)$

Mi respuesta

Este problema es propio de la derivada de una función logarítmica. El libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de Chiang y Wainwright, en la página 277 nos plantea la regla que debemos seguir para derivar este tipo de función. Dice que la derivada de la función log y= ln t es d/dt(lnt)= 1/t; en cambio, la regla generalizada de la derivación de una función logarítmica es d/dt(ln)f(t)= f'(t)/f(t). El libro en cuestión, en la página 279 propone un ejemplo (el numero 3) que es bien preciso. Lo usaremos como guía.

El problema que estamos resolviendo nos proporciona esta función logarítmica: $y= \ln(7t^5)$, por tanto, f(t) será $7t^5$, en virtud de lo cual, su derivada, $f'(t)= 35t^4$, y de inmediato procedemos a efectuar las sustituciones más abajo:

$d/dt(\ln)f(t)= f'(t)/f(t)$

$d/dt(\ln 7t^5)= 35t^4/7t^5$

$= 5t^4/t^5$

$= (5t^4)(t^{-5})$

$= 5t^{-1}$

$= 5/t$

3b) $y= \ln(at^c)$

Mi respuesta

Este problema es propio de la derivada de una función logarítmica. El libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de Chiang y Wainwright, en la página 277 nos plantea la regla que debemos seguir para derivar este tipo de función. Dice que la derivada de la función log y= ln t es d/dt(lnt)= 1/t; en cambio, la regla generalizada de la derivación de una función logarítmica es

d/dt(ln)f(t)= f'(t)/f(t). El libro en cuestión, en la página 279 propone un ejemplo (el número 3) que es bien preciso. Lo usaremos como guía.

El problema que estamos resolviendo nos proporciona esta función logarítmica: y= ln(at^c), por tanto, f(t) será at^c, en virtud de lo cual, su derivada es f'(t)= act^{c-1}, y de inmediato procedemos a efectuar las sustituciones más abajo:

d/dt(ln)f(t)= f'(t)/f(t)

d/dt(ln)f(t)= act^{c-1}/ at^c= (ct^{c-1})/(t^c)= (ct^{c-1})(at^{-c})= act^{-1}= ac/t.

3c) y= ln(t+19)

Mi respuesta

Este problema es propio de la derivada de una función logarítmica. El libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de Chiang y Wainwright, en la página 277 nos plantea la regla que debemos seguir para derivar este tipo de función. Dice que la derivada de la función log y= ln t es d/dt(lnt)= 1/t; en cambio, la regla generalizada de la derivación de una función logarítmica es d/dt(ln)f(t)= f'(t)/f(t). El libro en cuestión, en la página 279 propone un ejemplo (el número 3) que es bien preciso. Lo usaremos como guía.

El problema que estamos resolviendo nos proporciona esta función logarítmica: y= ln(t+19), por tanto, f(t) será (t +19), en virtud de lo cual, su derivada es f'(t)= 1 +0= 1 y de inmediato procedemos a efectuar las sustituciones más abajo:

d/dt(ln)f(t)= f'(t)/f(t)

d/dt(ln)(t +19)= 1/(t +19).

3d) y= (5)ln(t +1)^2

Mi respuesta

Este problema es propio de la derivada de una función logarítmica. El libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de Chiang y Wainwright, en la página 277 nos plantea la regla que debemos seguir para derivar este tipo de función. Dice que la derivada de la función log y= ln t es d/dt(lnt)= 1/t;

en cambio, la regla generalizada de la derivación de una función logarítmica es d/dt(ln)f(t)= f'(t)/f(t). El libro en cuestión, en la página 279 propone un ejemplo (el número 3) que es bien preciso. Lo usaremos como guía.

El problema que estamos resolviendo nos proporciona esta función logarítmica: y= (5)ln(t +1)^2, por tanto, f(t) será (5)ln(t +1)^2, en virtud de lo cual, su derivada es f'(t)= (10)ln(t +1) y de inmediato procedemos a efectuar las sustituciones más abajo:

d/dt(ln)f(t)= f'(t)/f(t)

d/dt(ln)(5)(t +1)^2

= (10)ln(t +1)/(5)ln(t +1)^2

= 5/ln(t +1)

Mi universidad inolvidable, PUCMM, Recinto Santo Domingo.

Conclusión

Con la resolución de algunos problemas planteados en los ejercicios que afrontamos del libro que estamos estudiando, *Métodos fundamentales de economía matemática* de Chiang y Wainwright, afianzamos conocimientos de los capítulos 1-8, en tanto que ya entramos en el ámbito de la optimización en los capítulos 9-10, aprendiendo algo de la derivada de funciones exponenciales y logarítmicas. Estamos contentos.