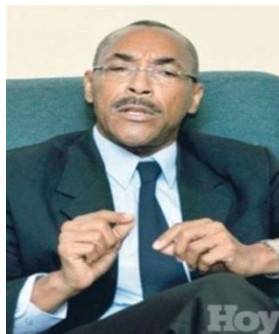


Dr. Manuel de Jesús Linares Jiménez



Obras Completas

Tomo

33

Modelo interacción del multiplicador con el acelerador en la economía dominicana (1980-2000). Publicada en el 2008.

**MODELO INTERACCIÓN DEL MULTIPLICADOR
CON EL ACELERADOR EN LA ECONOMÍA DOMINICANA
(1980-2000).**

Autor: Dr. Manuel Linares
829-637-9303

1ra. Edición, forma física:
Septiembre, 2008.

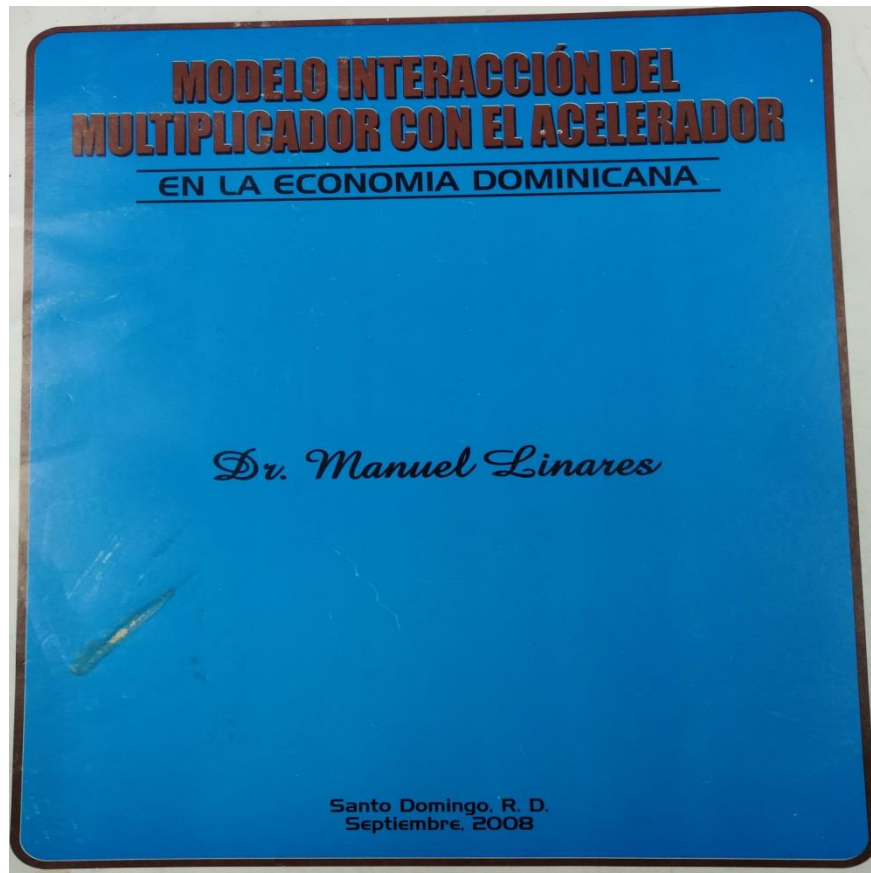
Impresos La Escalera,
Santo Domingo, R.D.,
Tel. 809-688-1449.

Preparación y difusión edición digital:
Septiembre 2017/abril 2018.

Nueva preparación y difusión edición digital:
2023.

Manuel Linares es el único responsable
de las enmiendas introducidas para la edición digital.

PORTADA DE LA PRIMERA EDICIÓN EN FORMATO FÍSICO



CONTRAPORTADA DE LA PRIMERA EDICIÓN EN FORMATO FÍSICO

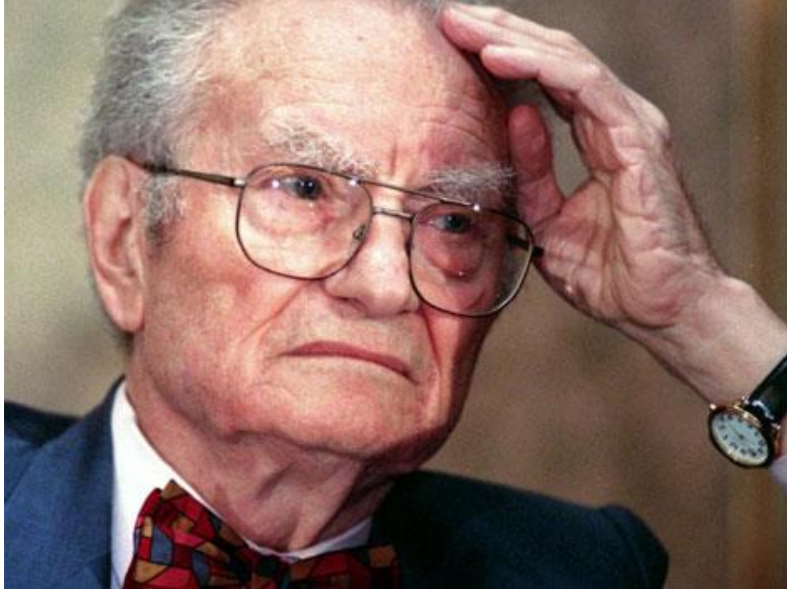
El Dr. Manuel Linares, en la práctica, ha contraído un compromiso con la comunidad académica de la República Dominicana, consistente en desarrollar el proceso científico investigativo y publicar los resultados obtenidos.

He aquí los opúsculos, hasta ahora publicados:

1. Economía dominicana. Retos presentes y prospectivas
2. Anatomía de una economía en crisis: café, cacao, tabaco y azúcar
3. Conflicto presupuestario
4. Mercadeo de productos agropecuarios en la República Dominicana
5. El reverso de la moneda
6. Medidas de política económica
7. La educación superior y los desafíos del cambio
8. Acerca de las novísimas paradojas prevalecientes en el contexto uasdiano
9. Resumen evolutivo de la economía dominicana
10. Paradigmas económicos
11. Economía especializada
12. Una academia en transformación
13. Explorando el camino de la economía matemática
14. Apertura y reformas estructurales. El desafío dominicano (coautor, editor Fernando Pellerano)
15. Evolución de la política social dominicano (1990-2000)
16. Modelo econométrico de la economía cafetalera dominicana
17. Tres banderas en el tope
18. Seguridad social dominicana
19. Política, propuestas y reforma electoral en la UASD
20. Dos disertaciones y dos discursos en el plano económico
21. Análisis básico de la economía dominicana
22. Balance crítico de una gestión
23. Modelo interacción del multiplicador con el acelerador en la economía dominicana.

DEDICATORIA

A mis tres hijos, Emmanuel; Annys Virginia y Yira Maribel.



Paul Samuelson, economista norteamericano.

ÍNDICE GENERAL**CUADROS ESTADÍSTICOS PRESENTADOS 9****GRÁFICOS PRESENTADOS 11****PREFACIO AL TOMO 33 13****CAPÍTULO I****INTRODUCCIÓN 17**

- 1.1 Planteamiento del problema
- 1.2 Marco teórico
- 1.3 Alcances y limitaciones de la investigación
- 1.4 Metodología de investigación
- 1.5 Formulación de hipótesis
- 1.6 Contenido por capítulo

CAPÍTULO II**ANÁLISIS MATEMÁTICO DEL MODELO 27**

- 2.1 Significado del modelo
- 2.2 Estructura del modelo
- 2.3 Simplificación del modelo
- 2.4 Modelo reducido

CAPÍTULO III**ESTIMACIÓN ECONOMETRICA DE LA FUNCIÓN CONSUMO 29**

- 3.1 Planteamiento teórico
- 3.2 Especificación matemática de la función consumo
- 3.3 Especificación econométrica de la función consumo
- 3.4 Informaciones utilizadas
- 3.5 Resultados de la estimación de la función consumo
- 3.6 Estimación de los valores de consumo y del término de perturbación

CAPÍTULO IV**ESTIMACIÓN ECONOMETRICA DE LA FUNCIÓN DE INVERSIÓN 35**

- 4.1 Planteamiento teórico
- 4.2 Especificación matemática de la función de inversión
- 4.3 Especificación econométrica de la función de inversión
- 4.4 Informaciones utilizadas
- 4.5 Resultados de la estimación de la función de inversión
- 4.6 Estimación de los valores de inversión y del término de perturbación

CAPÍTULO V
SOLUCIÓN DEL MODELO 39

- 5.1 Procedimiento de resolución
- 5.2 Solución particular
- 5.3 Función complementaria
- 5.4 Solución general
- 5.5 Solución definida
- 5.6 ¿Convergencia o divergencia?

CAPÍTULO VI
SOLUCIÓN DEL MODELO CON UNA FUNCIÓN DE INVERSIÓN MODIFICADA 45

- 6.1 Introducción
- 6.2 Especificación matemática de la función de inversión modificada
- 6.3 Especificación econométrica de la función de inversión modificada
- 6.4 Informaciones utilizadas
- 6.5 Resultados de la estimación de la función de inversión modificada
- 6.6 Estimación de los valores de inversión y del término de perturbación
- 6.7 Nueva ecuación completa estimada y solución del modelo
 - 6.7.1 Solución particular
 - 6.7.2 Función complementaria
 - 6.7.3 Solución general
 - 6.7.4 Solución definida
 - 6.7.5 ¿Convergencia o divergencia?

CAPÍTULO VII
HALLAZGOS PRINCIPALES 53**CONCLUSIÓN 55****BIBLIOGRAFÍA BÁSICA 57**

CUADROS ESTADÍSTICOS PRESENTADOS

Cuadro 1

Consumo privado e ingreso nacional, medidos a precios constantes del año 1970, en un contexto cerrado con presencia del sector público (1980-2000)

Cuadro 2

Consumo observado y consumo estimado (1981-2000)

Cuadro 3

Inversión privada e incremento del consumo en un contexto cerrado con presencia del sector público (1980-2000)

Cuadro 4

Inversión observada e inversión estimada (1981-2000)

Cuadro 5

Ingreso nacional estimado e ingreso nacional intertemporal de equilibrio (1981-2000)

Cuadro 6

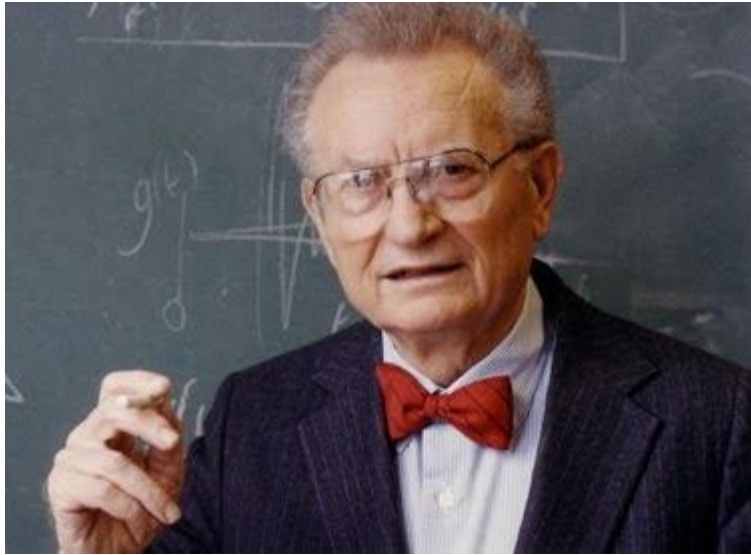
Inversión privada e incremento del ingreso nacional en un contexto cerrado con presencia del sector público (1980-2000)

Cuadro 7

Inversión observada e inversión estimada (1981-2000)

Cuadro 8

Ingreso nacional estimado e ingreso nacional intertemporal



Samuelson, en una de sus disertaciones.

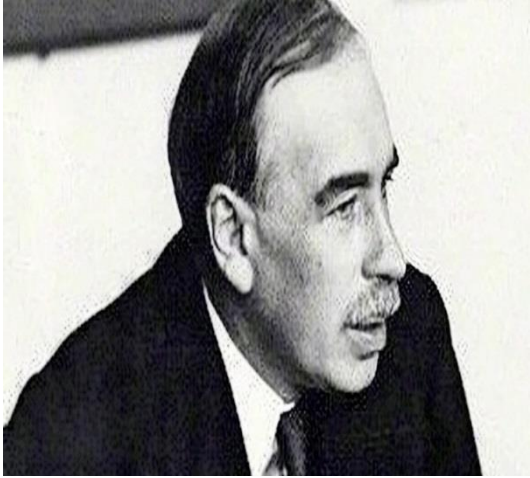
GRAFICOS PRESENTADOS

Gráfico 1: Consumo observado y consumo estimado (1981-2000)

Gráfico 2: Inversión observada e inversión estimada (1981-200)

Gráfico 3: Ingreso nacional estimado e ingreso inter-temporal de equilibrio (1981-2000)

Gráfico 4: Inversión observada e inversión estimada (1981-2000)



Keynes



Samuelson

PREFACIO AL TOMO 33

El tomo 33 de nuestras Obras Completas para el período 1976-2023, se encuentra integrado por el libro *Modelo interacción del multiplicador con el acelerador*, publicado en el 2008.

En la presentación de este libro, *Modelo interacción del multiplicador con el acelerador*, edición en formato físico, de fecha agosto 2008, decíamos:

“He estado martillando en las matemáticas, sin ánimo de ser matemático, pues orgullosamente llevo la profesión vinculada con la ciencia económica. Mas, sucede que sin dominar las matemáticas, no es que algún virtuoso no pueda ser un aventajado economista, pero su campo de acción se ve limitado.

“Las revistas especializadas en temas económicos, hoy se ven repletas de trabajos de investigación fundamentados en métodos matemáticos y econométricos. En muchas universidades norteamericanas y europeas, e incluso latinoamericanas, los economistas de débil formación matemático-econométrica e informática, encuentran múltiples obstáculos para permanecer en estudios de maestrías y doctorados.

“Estudiar las matemáticas es una responsabilidad ineludible, es una tarea de cumplimiento inexcusable, para poder avanzar y entender mejor los cada vez más intrincados problemas económicos.

“Motivado por la realidad descrita arriba, en esta ocasión tenemos el placer de presentar, ante nuestra comunidad, los resultados de mi investigación económico-matemática “*Modelo interacción del multiplicador con el acelerador en la economía dominicana (1980- 2000)*”, que tiene como fuente el modelo de la interacción del multiplicador y el acelerador de Paul Samuelson, escrito en el año 1939. .

“*Modelo interacción del multiplicador con el acelerador*, es una investigación que tiene una particular importancia. Confirma, en primer lugar, que las fluctuaciones que experimenta el ingreso nacional, pueden tener una génesis interna, localizada especialmente en el proceso de acumulación de capitales, propio del capitalismo, y en la materialización de políticas económicas desacertadas; y que es posible, en segundo lugar, usando ecuaciones en diferencias, y por tanto, la variable tiempo en una perspectiva discreta, responder interrogantes tan importantes como la referida a si tienen las fluctuaciones del producto un componente endógeno. Hasta el momento, pocos estudios hemos encontrado relacionados con la verificación práctica del modelo samuelsoniano citado, sobre todo usando el tiempo discreto. En el caso de la República Dominicana, este tipo de estudio es inexistente. Todo ello no hace sino poner en relieve la importancia del trabajo emprendido.

“La exposición pública de los resultados de la investigación indicada, a través del indicado opúsculo, no me llena de arrogancia; no la advierto como una hazaña alcanzada frente a mis distinguidos colegas, a cuyos pies me inclino reverentemente y les digo: no soy el PRIMERO, pues semejante autoproclamación en el campo científico

posee un fuerte sabor a petulancia y a menudo esconde la más baja de las maniobras que delatan un vanguardismo sin sentido; prefiero que ustedes me asignen un lugar tal como lo hicieron en el acto de graduación de los doctores y doctoras de la UPV, el 6 de septiembre de 2007, en la Biblioteca Central “Pedro Mir”. ¡Oh, qué día!

“Finalmente expreso testimonio de respeto y agradecimiento, a todos los académicos que recibieron de buen gusto la versión preliminar de la investigación realizada. Hacemos especial mención de los profesores siguientes: Ing. Ramón Peralta, Ing. Darío Navarro, Dr. Amado Reyes, Ing. Manuel San Pablo, Ing. Ramón Moya, M.Sc. Fernando Pellerano, Br. Franklin Espinosa, Dr. Antonio Ciriaco y el Dr. Nikolai Sukhomlin. Los dos primeros, de hecho, son mis orientadores oficiales en matemáticas y el último, que acabo de conocer, mostró en este proceso una capacidad realmente sorprendente, puesta de manifiesto en los correos electrónicos que intercambiamos y en las reuniones efectuadas; él me nutrió con sus sabias críticas. Naturalmente, el suscrito es el único responsable de los errores, de forma y de fondo, que pueda contener este estudio”. (FIN).

Más adelante, específicamente el 8 de abril del año 2018, en la presentación del citado libro, *Modelo de interacción del multiplicador con el acelerador en la economía dominicana (1980-2000)*, versión digital, indicábamos las ideas siguientes:

“El libro *Modelo de interacción del multiplicador con el acelerador en la economía dominicana (1980-2000)*, engalana nuestras Obras Completas como el tomo 33.

“Dicho trabajo de investigación está asociado con una noche inolvidable, una noche mágica.

“Fue aquel momento, cuando en el Paraninfo Ricardo Michel, de la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales, expusimos ante el personal docente de la citada unidad académica y algunos docentes invitados especiales de otras facultades, sobre el contenido de dicha investigación y especialmente sobre los hallazgos fundamentales que pudimos auscultar.

“Cuando concluimos la exposición los asistentes, puestos de pies, tributaron un cerrado aplauso en señal de aprobación.

“La magia no solamente estuvo allí, también se manifestó en el tema objeto de investigación, pues el modelo de interacción del multiplicador con el acelerador, de la autoría de Paul Samuelson, gran economista norteamericano, en los años de mis estudios de grado, los veíamos con cierto temor, por su contenido matemático, y exclusivamente en ejemplos pedagógicos.

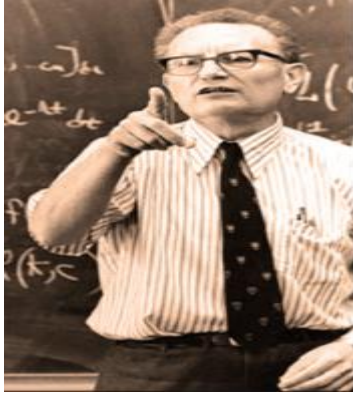
“Mas, muy diferente a los ejemplos de las asignaturas de grado, nuestra meta era aplicar, el citado modelo, a las condiciones concretas de la economía dominicana, con datos estadísticos propios de una economía que, como la dominicana, presenta un nivel de desarrollo muy inferior al ostentado en los Estados Unidos, verbigracia.

“De modo que cuando ya habíamos colectado los datos estadísticos y estos estaban listos para ser procesados, conforme a la econometría y al cálculo diferencial y al cálculo integral, sentimos una cierta aprehensión, que en la medida que fuimos avanzando se fue disipando.

“Ya ustedes verán, amables lectores, que los resultados fueron verdaderamente prodigiosos. ¡Oh qué alivio sentí, que emoción de victoria embargó todo mi ser!

“Fue ese tipo de éxito académico, que sirvió de impulso para continuar adelante materializando un indoblegable espíritu investigativo. Y seguiremos así hasta donde sea posible”. (FIN).

**Dr. Manuel de Jesús Linares Jiménez,
Enero 2023.**



Samuelson

CAPÍTULO I INTRODUCCIÓN

1.1 Planteamiento del problema

Palabras introductorias. El producto agregado de la República Dominicana, está sujeto a múltiples fluctuaciones. De hecho exhibe un comportamiento cíclico.

Dicho ciclo ocasiona momentos de recesión y de expansión, en la economía dominicana, ocasionando impactos directos sobre el bienestar de la colectividad.

La incidencia sobre el ciclo de factores de naturalezas endógena y exógena, hacen de él un fenómeno complejo.

Claridad de pensamiento respecto de la pertinencia del criterio que asocia el ciclo con el accionar de elementos de perturbación interna, es muy importante en la medida que permite identificarlos y adoptar las medidas adecuadas para extirparlos o controlarlos.

El problema que se desea investigar, no es la identificación de los elementos internos que atizan el ciclo; es más bien, poner al descubierto la génesis doméstica de las fluctuaciones del producto agregado, a partir del modelo samuelsoniano de la interacción del multiplicador con el acelerador.

Objetivos principales. Los objetivos de esta investigación se desdoblan en generales y específicos.

El objetivo general consiste en abordar el tema de las fluctuaciones económicas desde la perspectiva del cálculo diferencial e integral.

Los objetivos específicos son los siguientes:

- 1) Analizar el vínculo matemático-económico entre el consumo privado agregado y la renta agregada.
- 2) Encontrar la relación entre la inversión privada agregada y el incremento del consumo privado agregado o en su defecto con el producto agregado.
- 3) Demostrar en el contexto dominicano, que la interacción del multiplicador con el acelerador tiene capacidad para generar fluctuaciones cíclicas, en el ingreso nacional, en forma endógena, en un contexto de economía cerrada con presencia del sector público.

Preguntas de investigación. Se pretende dar respuestas satisfactorias a las siguientes interrogantes: ¿Qué ocurre matemáticamente cuando el multiplicador y el acelerador aparecen interrelacionados? ¿Dicha interrelación provoca fluctuaciones del ingreso nacional? ¿Con cuáles características, divergentes o convergentes? ¿De dónde es que dimanen, principalmente las fluctuaciones del ingreso nacional, son endógenas o exógenas? ¿Qué es lo que explica el hecho de que, en caso de que las fluctuaciones del ingreso nacional en la República Dominicana tienda hacia el nivel de equilibrio intertemporal, en ocasiones dichas fluctuaciones se muten en divergentes, derivando en verdadera crisis económica?

Justificación. La justificación del tema de investigación asumido, se puede expresar del modo siguiente. En primer lugar, permite explorar la veracidad del punto de vista que sustenta que las fluctuaciones del ingreso nacional, en la economía capitalista, generalmente llevan consigo un componente interno, asociado con la propia dinámica de reproducción y expansión de dicha economía y con el ejercicio de políticas económico-sociales incorrectas; y en segundo lugar, sirve de entrenamiento para impulsar la investigación en el campo de la economía matemática, bajo la presunción de que contrariamente “(...) a la impresión común, los métodos matemáticos, si se utilizan adecuadamente, lejos de hacer más abstracta la teoría económica, sirven realmente como un poderoso instrumento que permite establecer y analizar hipótesis cada vez más complicadas y realistas”.¹ (Comillas, cursiva y el punto suspensivo son nuestros).

1.2 Marco teórico

El objeto de investigación, consiste en explorar la verificación empírica del modelo de la interacción del multiplicador con el acelerador, de Paul Samuelson, en la economía dominicana.

Modelo con el cual el gran Paul Samuelson², demostró que la interacción del multiplicador y del acelerador, tiene la capacidad de generar fluctuaciones cíclicas en forma endógena.

¹ Samuelson, Paul (1939): “Interacción entre el análisis por medio del multiplicador y el principio de aceleración”, en Mueller, M. (1974): *Lecturas de macroeconomía*. CECSA., Buenos Aires, pp.271-76.

² Sirva este estudio como una muestra de admiración por el economista estadounidense Paul Samuelson, respecto al cual, Agustín Mancera, profesor-investigador del Departamento de Economía de la UAM-Azcapotzaco, dice: “En las últimas seis décadas, numerosos economistas y analistas de variadas disciplinas, han dedicado un número considerable de páginas al análisis de las múltiples facetas de la llamada revolución keynesiana. Por un lado, se ha abordado y debatido a profundidad el cambio de enfoque que significó el keynesianismo frente a la economía clásica; por otro, se han evaluado y discutido las propuestas keynesianas de política económica, con toda su gama de implicaciones. Sin embargo, la faceta que menos ha llamado la atención a los estudiosos del keynesianismo es la que corresponde a la revolución pedagógica, esto es, aquella que significó un viraje profundo en los libros de textos básicos con que se inicia el estudio de la teoría económica. Respecto de esta última revolución, que algunos llaman la tercera revolución keynesiana, y la influencia que Paul Samuelson ha tenido en ella, es que hemos desarrollado el presente artículo”. (Mancera. Agustín. Samuelson y la enseñanza de la teoría económica. <http://www.analiseconomico.com.mx/pdf/3814.pdf>. Consultado en agosto de 2008. p. 1). (Comillas y cursiva son nuestras).

El marco teórico, de esta investigación, relacionase necesariamente con la teoría del ciclo económico, con la teoría del crecimiento económico, respecto a las cuales existe una exuberante literatura.

La economía capitalista, en la medida que se fue desarrollando e imponiéndose a escala internacional, sobre todo con la imposición de la gran industria sobre el sector primario de la economía, se vio aquejada de la presencia de fluctuaciones de carácter cíclico.

Carlos Marx estudió profundamente los ciclos industriales del capitalismo. “*Los ciclos tienen fases y la crisis es una de las fases que Marx analizó ampliamente definiéndola como “soluciones violentas momentáneas de las contradicciones existentes” (...) La crisis capitalista es un proceso de destrucción de valores de uso y de cambio -por la disminución de precios y por la interrupción del proceso productivo-, que presenta un aumento del ejército industrial de reserva y un incremento en la bancarrota de los capitalistas. Para Marx, la crisis, es el punto de partida para una nueva oleada de inversiones, y, consecuentemente, una nueva fase de animación media y de producción a toda marcha. Las crisis se explican por varias causas: por la disminución de la tasa de ganancia, por el subconsumo, por la sobreproducción de mercancías, por la sobreinversión de capitales y por la desproporcionalidad de los sectores productivos*”.³ (Comillas, cursiva y el punto suspensivo son nuestros).

Marx insistía en que la causa principal de las crisis económicas es la contradicción fundamental del capitalismo: la contradicción entre el carácter social de la producción y la forma privada de apropiación. La contradicción fundamental del capitalismo se manifiesta de igual forma entre las condiciones de explotación de la masa trabajadora y las condiciones de realización. Esta contradicción consiste en que la creciente masa de mercancías, materialización del valor y de la plusvalía requiere que se amplíen constantemente los mercados de venta. Sin embargo, a la par con ellos el incremento de la explotación de los obreros restringe el consumo de la enorme mayoría de la sociedad.⁴

Por otra parte, J. M. Keynes, estudió también el ciclo económico capitalista, plasmando sus ideas en su obra principal, *Teoría general de la ocupación, el interés y el dinero*.⁵

Por movimiento cíclico, Keynes entendía que al progresar el sistema económico capitalista, en dirección ascendente, las fuerzas que lo empujan hacia arriba al principio toman impulso y producen efectos acumulativos unas sobre otras, pero pierden gradualmente su potencia hasta que, en cierto momento, tienden a ser reemplazadas por las operantes en sentido opuesto; las cuales a su vez, toman impulso por cierto tiempo y se fortalecen mutuamente hasta que ellas también, habiendo alcanzado su desarrollo

³ Rodríguez Vargas, J. J. (2005): “La nueva fase de desarrollo económico y social del capitalismo mundial”. Tesis doctoral accesible a texto completo en <http://www.wumed.net/tesis/itr/v/>. Consultada en agosto de 2008.

⁴ Madruga Torres, A.G., y otros. Enfoque teórico metodológico de los contenidos de las asignaturas macro y microeconomía a la luz de la teoría marxista leninista. Biblioteca virtual de derecho, economía y ciencias sociales. <http://www.wumed.net/libros/2007/250/15.htm>. Consultado en agosto de 2008.

⁵ Véase. Keynes (1977): *Teoría general de la ocupación, el interés y el dinero*. Novena reimpresión. FCE. México.

máximo, decaen y dejan sitio a sus contrarios. Las tendencias ascendentes y descendentes, al dar cuenta del ciclo, no abandonan la dirección en que emergieron, sino más bien terminan por invertirse, como resultado de una pugna dialéctica de contrarios, acusando cierto grado de regularidad en la secuencia y duración de los movimientos indicados.

Keynes, dijo: *“Si examinamos los detalles de cualquier ejemplo real del ciclo económico, veremos que es muy complejo y que para su explicación completa serán necesarios todos y cada uno de los elementos de nuestro análisis. En particular, encontraremos que las fluctuaciones en la propensión a consumir, en estado de preferencia por la liquidez y en la eficiencia marginal del capital han desempeñado su parte. Pero sugiero que el carácter esencial del ciclo económico y, especialmente, la regularidad de la secuencia de tiempo y de la duración que justifica el que lo llamemos ciclo, se debe sobre todo a cómo fluctúa la eficiencia marginal del capital. A mi modo de ver, lo mejor es considerar que el ciclo económico se debe a un cambio cíclico en la eficiencia marginal del capital, aunque complicado y frecuentemente agravado por cambios asociados en las otras variables importantes de período breve del sistema económico”*.⁶ (Comillas y cursiva son nuestras).

Es claro, entonces, que para comprender la esencia del ciclo económico, desde el punto de vista keynesiano, tenemos que entender el concepto de eficiencia marginal del capital.

*“(…) La relación —dijo Keynes— entre el rendimiento probable de un bien de capital y su precio de oferta o de reposición, es decir, la que hay entre el rendimiento probable de una unidad más de esa clase de capital y el costo de producirla, nos da la eficiencia marginal del capital de esa clase. Más exactamente, defino la eficiencia marginal del capital como si fuera igual a la tasa de descuento que lograría igualar el valor presente de la serie de anualidades dada por los rendimientos esperados del bien de capital, en todo el tiempo que dure, a su precio de oferta (…)”*⁷ (Comillas, cursiva y puntos suspensivos son nuestros).

Juega un rol tan importante, la eficiencia marginal del capital, en el ciclo económico, de conformidad con el keynesianismo, que el fenómeno de la crisis dentro del ciclo, Keynes lo concibe determinado directamente por la citada eficiencia. Él dijo: *“(…) Pero creo que la explicación más típica, y con frecuencia la predominante de la crisis, no es principalmente un alza en la tasa de interés, sino un colapso repentino de la eficiencia marginal del capital”*.⁸ (Comillas, cursiva y el punto suspensivo son nuestros).

Es claro, entonces, que en Keynes, la génesis del ciclo económico, emana de la economía real; la monetaria juega un papel accesorio. En efecto, él dijo: *“(…) De este modo, el hecho de que un derrumbamiento de la eficiencia marginal del capital tienda a*

⁶ Keynes (1977): *Teoría general de la ocupación, el interés y el dinero*. Novena reimpresión .FCE, México, p. 279.

⁷ *Ibíd.*, p. 125.

⁸ *Ibíd.*, p. 281.

*ir acompañado por un alza en la tasa de interés, puede agravar mucho el descenso de la inversión. Pero lo esencial de tal estado de cosas se encuentra, sin embargo, en el colapso de la eficiencia marginal del capital (...)*⁹ (Comillas, cursiva y puntos suspensivos son nuestros).

La subordinación de los factores monetarios a los reales, en la explicación del ciclo, se ve enfatizada en mucha de las páginas del apartado que lleva por título “Notas sobre el ciclo económico”, de la obra de Keynes. Él reitera: *“Esto es lo que hace tan difícil el estudio de la depresión. Posteriormente, un descenso en la tasa de interés sería de gran ayuda para la recuperación y, probablemente, condición necesaria de la misma. Pero, por el momento, el colapso en la eficiencia marginal del capital puede ser tan complejo que no baste ninguna reducción factible en la tasa de interés. Si una baja de ésta fuera capaz de proveer un remedio efectivo por sí misma, cabría alcanzar la recuperación sin el transcurso de algún intervalo considerable de tiempo y por medios más o menos directamente bajo el control de la autoridad monetaria. Pero, de hecho, esto no suele ocurrir, y no es tan fácil resucitar la eficiencia marginal del capital, estando como está, determinada por la indirigible y desobediente psicología del mundo de los negocios. Es el retomo de la confianza, para hablar en lenguaje ordinario, el que resulta tan poco susceptible de control en una economía de capitalismo individual. Este es el aspecto de la depresión que los banqueros y los hombres de negocios han tenido razón en subrayar, y el que los economistas que han puesto su fe en un remedio “puramente monetario” han subestimado”*.¹⁰ (Comillas y cursiva son nuestras).

En cambio, la posición monetarista sobre el ciclo, se aloja en el elemento monetario; hecho que se patentiza particularmente en la versión de Milton Friedman, sobre la teoría cuantitativa del dinero, la cual supone que los cambios en la cantidad de dinero ocasionan a su vez cambios en el ingreso, pero con cierto retraso.

“El concepto del retraso está vinculado también con el conocido concepto del ciclo económico, esas fluctuaciones en la actividad que tan fácilmente se pueden discernir de los antecedentes históricos. Friedman sostiene que esos ciclos tienen primordialmente un origen monetario y que una de sus causas fundamentales es el tiempo que tardan las distintas magnitudes económicas en ajustarse a los cambios monetarios. Un cambio monetario afecta a muchas variables, algunas de las cuales se ajustan más rápidamente que otras, provocando cierta discrepancia en el resultado final y dando lugar al ciclo de actividad económica”.¹¹ (Comillas y cursiva son nuestras).

Para el monetarismo, en la realidad económica se produce todo un mecanismo de transmisión de los efectos generados en la esfera monetaria, hacia la economía real, pero con retraso. Así un aumento de la cantidad de dinero en la economía, provoca modificaciones en la estructura de activo y pasivo del público, de manera gradual. No es posible que el público pueda rehacer sus carteras de la noche a la mañana, y la demora aumenta a medida que los efectos se propagan. De hecho *“(...) según esta explicación,*

⁹ *Ibíd.*, p. 281.

¹⁰ *Ibíd.*, p. 282.

¹¹ Butler, Eamonn (1989): *Milton Friedman. Su pensamiento económico*. LIMUSA. México, p. 161.

primero resultarán afectados los bonos, luego las acciones y posteriormente los pagos por bienes raíces. Los mercados financieros tendrán un auge mucho antes que el resto de la economía. Desde el punto de vista histórico, dice Friedman, eso es exactamente lo que ha ocurrido: los bonos, las acciones y otros activos financieros se han recuperado antes de que los pedidos comiencen a aumentar y los ingresos empiecen a subir".¹² (Comillas, cursiva y el punto suspensivo son nuestros).

Las propuestas austríacas del ciclo económico, relacionadas con Mises y Hayek, principalmente, no hacen sino confirmar las tesis monetaristas. En "Orden natural y espontáneo" (página electrónica), leemos: "*El ciclo comienza cuando el gobierno expande la masa monetaria, cuyo resultado inevitable es una inflación, por lo que los precios comenzarán a subir en "general" (...) y las tasas de interés se verán afectadas (...)*"¹³ (Comillas, cursiva y puntos suspensivos son nuestros). De hecho esa es la posición monetarista: la variable esencial que explica el ciclo es precisamente la expansión de la masa monetaria.

La nueva economía clásica, por su parte, considera a las fluctuaciones no anticipadas de la demanda agregada como la principal causa de las fluctuaciones económicas (Lucas, Sargent y Barro). Cuando disminuye la demanda agregada, si la tasa de salario nominal no cambia, el PIB real y el nivel de precios disminuyen. La caída del nivel de precios aumenta la tasa de salario real, el empleo disminuye y el desempleo aumenta. Si la disminución de la demanda agregada es anticipada, se espera que el nivel de precios caiga y tanto empresas como trabajadores acordarán una tasa de salario nominal menor. Al hacerlo pueden impedir que el salario real suba y así evitan que la tasa de desempleo aumente. De manera similar, si empresas y trabajadores anticipan un aumento de la demanda agregada, también esperan que el nivel de precios suba y, por tanto, pueden acordar una tasa de salario nominal más alta. Al hacerlo, impiden que la tasa de salario real caiga y de esta manera evitan que la tasa de desempleo caiga por debajo de su tasa natural.

La corriente neokeynesiana, coincidiendo en parte con la nueva economía clásica, concibe a los salarios nominales determinados por una expectativa racional de los precios. Entiende los contratos salariales en un contexto de largo plazo. Cree que patronos y trabajadores atrapados en la lógica de dichos contratos son incapaces de modificarlos y por tanto igualmente de modificar los salarios nominales; estos son pues inflexibles, por tanto, los cambios de la demanda agregada dan lugar a las fluctuaciones del PIB.

El problema que tenemos por delante, independientemente de los enfoques teóricos sobre el ciclo económico capitalista, es que probablemente estamos ante ciclos económicos distintos a los lidiados en el período posterior a la segunda guerra mundial. "*El rasgo distintivo del sistema internacional a comienzos del primer decenio del siglo*

¹² *Ibíd.*, p. 167.

¹³ ORDEN NATURAL Y ESPONTANEO.

http://onhl.blogspot.com/2008/Q3teora-austrica-del-ciclo-economico_o3.html. Consultado en agosto de 2008.

XXI consiste en la incertidumbre acerca del tipo de ciclos económicos que produce la economía naciente, en un siglo que arranca marcado precisamente por la globalización, en la que la inestabilidad económica de unas áreas se contagia fácilmente a las restantes, de modo que el control de las fluctuaciones (...) se convierte en objetivo de interés común".¹⁴ (Comillas, cursiva y el punto suspensivo son nuestros). En el contexto latinoamericano, el vínculo de la globalización con el ciclo, ha tendido a agudizar la presencia de la fase depresiva. "*(...) Encontramos que la liberación ha sido comercial seguida en general por la liberación financiera que, a su vez, ha conducido a una mayor incidencia de ciclos auge-crisis (...)*"¹⁵ (Comillas, cursiva y puntos suspensivos son nuestros).

Si el marco teórico que se debe construir, con el fin de alumbrar el proceso investigativo emprendido, refiérese al ciclo económico, obvio es que el centro ha de ser el crecimiento económico. Las perspectivas teóricas, aquí, se reiteran. De lo que se trata es si se concibe el crecimiento como un resultado dirigido de la oferta o como un crecimiento dirigido por la demanda.¹⁶

En esta investigación, a los fines del marco teórico queda asumido el enfoque teórico del crecimiento dirigido por la demanda. De hecho el objeto de investigación definido arriba, el modelo samuelsoniano, descansa en el multiplicador y en el acelerador. El primero se relaciona directamente con la propensión marginal al consumo, y por tanto con un componente esencial de la demanda agregada: el consumo privado. El segundo se relaciona directamente con la inversión privada y el incremento del consumo agregado, dos componentes fundamentales de la demanda agregada, por consiguiente, resulta coherente adherir el marco teórico a la teoría del crecimiento dirigido por la demanda.

Y es que en primer lugar "*(...) el papel de la demanda a la hora de influir en la utilización de los recursos productivos se reconoce como fundamental: no existe un equilibrio determinado por la oferta que actúe como epicentro ni que atraiga de forma inexorable al nivel de actividad económica...En segundo lugar, la propia evolución de los recursos productivos a lo largo del tiempo se ve afectada por la demanda. Las condiciones de la oferta no definen la senda de producción potencial de la economía de forma independiente a la senda de producción real que se determina a través de la demanda (...)*"¹⁷ (Comillas, cursiva y puntos suspensivos son nuestros). Este es el núcleo central del marco teórico de nuestra investigación.

¹⁴ Espina, Álvaro (2005): "El primer ciclo económico global en el siglo XXI". Documento de trabajo (DT).http://www.viviendadigna.org/catalunya/docs/estudios/elcano_ciclo_global.pdf. . p. 18. Consultado en agosto de 2008.

¹⁵ Martínez, L., Tomell, A. y Westermann, F. (2004): "Globalización, crecimiento y crisis financieras. Lecciones de México y del mundo en desarrollo". Revista El Trimestre Económico. Vol. LXXI (2), México, abril-junio de 2005, Núm. 282, p. 251.

¹⁶ Véase a Setterfield, M. (): "Introducción: una visión disidente del desarrollo de la teoría del crecimiento y de la importancia del crecimiento dirigido por la demanda"; en *La economía del crecimiento dirigido por la demanda. Cambiando la visión desde el lado de la oferta en el largo plazo*: pp. 7-23.

¹⁷ *Ibíd.*, pp. 10-11.

1.3 Alcances y limitaciones de la investigación

Esta investigación, se enmarca en el campo de la economía matemática y la econometría. Su esencia es cuantitativa.

Es cuantitativa, su esencia, habida cuenta de la verificación empírica del modelo samuelsoniano de la interacción del multiplicador y el acelerador, en la economía dominicana.

Es una investigación que explora un campo poco cultivado. La resolución del modelo citado, no a partir del tiempo en una perspectiva continua, sino tomando el tiempo en una perspectiva discreta, prácticamente inexistente en los textos de economía matemática.

Es una investigación descriptiva, en tanto que procura establecer y exponer algunas características que asume el proyecto de investigación, en la medida que se ejecuta, en lo que concierne principalmente a las propiedades estadísticas que asumen los parámetros una vez son estimados.

Es una investigación correlacional, ya que las variables sujetas a investigación, a partir de la teoría económica, muestran relaciones de dependencia unas de otras.

Es una investigación explicativa, debido a que teniendo como fondo la situación correlacional de las variables estudiadas, la teoría económica supone obviamente una relación causa-efecto entre las mismas.

Así las cosas, esta investigación tiene un alcance que va desde lo exploratorio, pasando por la descripción y lo correlacional, hasta llegar a la explicación causal del fenómeno bajo estudio.

Sus limitaciones son muy evidentes. La primera limitación radica en el mismo investigador, cuya formación matemático-econométrica es limitada; factor que tiene su impacto directo en la investigación. La segunda, es que el entorno de la actividad científica de los economistas uadrianos, respecto a la economía matemática, es muy reducido, lo que genera una especie de “deseconomía externa” en el ámbito de la investigación emprendida.

1.4 Método de investigación

El método de investigación que consideramos apropiado se desmenuza en diversas vertientes: en primer lugar pretendemos que sea científico, por lo que necesariamente se deberá identificar causas y efectos del fenómeno bajo estudio; en segundo lugar, debe ser primordialmente inductivo, en la medida que nos apoyaremos en una teoría específica, en la relación del multiplicador y el acelerador, para estudiar las fluctuaciones en un período histórico concreto del devenir dominicano, para luego extraer conclusiones generales.

1.5 Formulación de hipótesis

1) La renta agregada, con un período de rezago, Y_{t-1} , constituye el determinante principal del consumo privado agregado; siendo lineal dicha relación, de la forma $C_t = \gamma Y_{t-1}$. Esta función, sin dudas, es de stirpe keynesiana, pues expresa la dependencia del consumo respecto del producto agregado o ingreso nacional, pero difiere en el hecho de que la función propiamente keynesiana subordina el consumo al ingreso del período corriente.

2) La inversión privada agregada, depende linealmente del incremento del consumo, y se expresa en una función de la forma $I_t = \alpha(C_t - C_{t-1})$. Esta función de hecho omite, de manera explícita, factores claves en la explicación keynesiana de los determinantes de la inversión, tales como la tasa de interés y las expectativas de ganancia que se forja el empresario. Naturalmente, la estructura de $I_t = \alpha(C_t - C_{t-1})$ supone que el aumento del consumo, a través del tiempo, acelera el proceso de inversión, ya que las empresas capitalistas producen (al menos, bienes de consumo) para satisfacer la demanda de los consumidores.

3) Las fluctuaciones cíclicas experimentadas por el ingreso nacional de la República Dominicana, en forma endógena, en el periodo 1980-2000, tienen por origen la interacción del multiplicador con el acelerador. Obviamente esta hipótesis adquiere cierta validez en circunstancias caracterizadas por la existencia de una economía cerrada, como la propuesta en esta investigación a los fines de verificar precisamente si tal interacción tiene el poder de provocar o no oscilaciones en el ingreso nacional.

1.6 Contenido por capítulo

Los frutos de la investigación realizada se presentan, en los siguientes siete (7) capítulos:

El primer capítulo, “Análisis matemático del modelo”, versa sobre la estructura del modelo de Samuelson y su correspondiente solución, pero en el campo estrictamente matemático; aquí no aparece la econometría, ni mucho menos la economía dominicana. Para el desarrollo de este capítulo nos apoyamos exclusivamente en Chiang.¹⁸

En el segundo capítulo, “Estimación econométrica de la función consumo”, se aborda todo el procedimiento matemático expuesto en el primer capítulo, pero aplicado a la economía dominicana, con el auxilio de la econometría; vinculando el consumo con el producto agregado con un período de rezago.

En el tercer capítulo, “Estimación econométrica de la función inversión”, se aborda todo el procedimiento matemático expuesto en el primer capítulo, pero aplicado a la economía dominicana, con el auxilio de la econometría; vinculando la inversión con el incremento del consumo.

¹⁸ Chiang, Alpha y Wainwright. Kevin (2006): *Métodos fundamentales de economía matemática*. Cuarta edición. McGraw Hill. México, pp.568-581.

En el cuarto capítulo, “Solución del modelo”, se procede a resolver la ecuación lineal en diferencias de segundo orden, con coeficientes constantes y término constante.

En el quinto capítulo, “¿Convergencia o divergencia?”, se exponen los resultados de la estimación del ingreso nacional, el cual es comparado con el ingreso nacional intertemporal de equilibrio.

En el sexto capítulo, “Solución del modelo con una función de inversión modificada”, se presenta una nueva resolución del modelo, pero con la inclusión de una función de inversión diferente a la que originalmente aparece en el modelo samuelsoniano.

En el séptimo capítulo, “Hallazgos principales”, se presentan de manera puntual las novedades encontradas, en la interacción del multiplicador con el acelerador en la economía dominicana, período 1980-2000.

Finalmente, en la “Conclusión” presentamos los elementos conclusivos básicos.

CAPÍTULO II ANÁLISIS MATEMÁTICO DEL MODELO

2.1 Significado del modelo

El modelo interacción del multiplicador con el acelerador de Paul Samuelson “(...) busca explorar el proceso dinámico de la determinación del ingreso cuando el principio de aceleración está en operación junto con el multiplicador Keynesiano. Entre otras cosas, ese modelo sirve para demostrar que la sola interacción del multiplicador y del acelerador tiene la capacidad de generar fluctuaciones cíclicas en forma endógena”.¹⁹ (Comillas, cursiva y el punto suspensivo son nuestros).

2.2 Estructura del modelo

El modelo consta de tres ecuaciones fundamentales:

- 1) $Y_t = C_t + I_t + G_0$
- 2) $C = \gamma Y_{t-1} \quad (0 < \gamma < 1)$
- 3) $I = \alpha(C_t - C_{t-1}) \quad (\alpha > 0)$

Donde:

Y_t = Ingreso nacional

C_t = Consumo privado agregado

I_t = Inversión privada agregada

G_0 = Gasto del gobierno

Y_{t-1} = Ingreso nacional del período anterior

C_{t-1} = Consumo agregado del período anterior

γ = Propensión marginal al consumo

¹⁹ Chiang, op. cit., p. 576.

α = Coeficiente de aceleración.

La primera ecuación es del tipo definicional, pues establece una identidad entre el ingreso nacional, por un lado, y el consumo, la inversión y el gasto del gobierno, por el otro lado. Obviamente el ingreso nacional se determina en un contexto cerrado con presencia del sector público.

La segunda ecuación es de comportamiento, debido a que presenta cómo se comporta el consumo ante la renta rezagada en un período.

La tercera ecuación también es de comportamiento, debido a que presenta cómo se comporta la inversión ante el incremento del consumo.

2.3 Simplificación del modelo

Sustitución de la ecuación 2 en la 3:

$$I_t = \alpha(\gamma Y_{t-1} - \gamma Y_{t-2})$$

factor común,

$$I_t = \alpha\gamma(Y_{t-1} - Y_{t-2})$$

sustitución de este último resultado y de la ecuación 2 en la 1:

$$Y_t = \gamma Y_{t-1} + \alpha\gamma(Y_{t-1} - Y_{t-2}) + G_0$$

reordenando:

$$Y_t - \gamma Y_{t-1} - \alpha\gamma(Y_{t-1} - Y_{t-2}) = G_0$$

$$Y_t - \gamma(1 + \alpha)Y_{t-1} + \alpha\gamma Y_{t-2} = G_0$$

2.4 Modelo reducido

En la última expresión obtenida, los subíndices son desplazados hacia delante por dos períodos y obtenemos:

$$Y_{t-2} - \gamma(1 + \alpha)Y_{t-1} + \alpha\gamma Y_t = G_0$$

De hecho el modelo reducido de Samuelson, $Y_{t-2} - \gamma(1 + \alpha)Y_{t-1} + \alpha\gamma Y_t = G_0$ es similar a una ecuación en diferencias lineal de segundo orden con coeficientes constantes y término constante, de la forma $y_{t+2} + a_1 y_{t+1} + a_2 y_t = c$.

El primer coeficiente constante en el modelo discutido, $\gamma(1 + \alpha)$, es igual a a_1 ; $\alpha\gamma$ es igual a a_2 y G_0 es igual a c en el modelo general arriba presentado.

CAPÍTULO III ESTIMACIÓN ECONOMETRICA DE LA FUNCIÓN CONSUMO

3.1 Planteamiento teórico

Keynes, afirmó: “*Por consiguiente, definiremos lo que hemos llamado la propensión a consumir como la relación funcional (...) entre (...) un nivel de ingreso dado, medido en unidades de salario, y (...) el gasto que para el consumo se toma de dicho nivel de ingreso (...)*”²⁰ (Comillas, cursiva y puntos suspensivos son nuestros). Y más adelante agregó: “*La ley psicológica fundamental en que podemos basarnos con entera confianza, tanto a priori partiendo de nuestro conocimiento de la naturaleza humana como de la experiencia, consiste en que los hombres [y las mujeres] están dispuestos, por regla general y en promedio, a aumentar su consumo a medida que su ingreso crece, aunque no tanto como el crecimiento de su ingreso. Esto quiere decir que si C , es el monto del consumo e Y , el ingreso (...), AC , tiene el mismo signo que ΔY , pero es de menor magnitud, es decir, dC/dY es positivo y menor que la unidad*”.²¹ (Comillas, cursiva, el punto suspensivo y el corchete son nuestros).

3.2 Especificación matemática de la función consumo

La función consumo, en esta investigación, asume la siguiente forma:

$$C_t = \delta + \gamma Y_{t-1}, \quad (0 < \gamma < 1)$$

En esta función la novedad radica en el parámetro δ (delta), que representa el consumo en circunstancia en que el ingreso se reduzca a cero y desde el punto de vista matemático implica la intercepción de la curva de consumo con el eje de la ordenada.

La ecuación matemática, en discusión, expresa que el consumo está relacionado linealmente con el ingreso, siendo éste la variable independiente y la primera, la variable dependiente; y supone una relación determinística entre el consumo y el ingreso nacional.

3.3 Especificación econométrica de la función consumo

La especificación econométrica de la función consumo, permite que no sea observada la relación entre el consumo y el ingreso desde una perspectiva determinística, sino enfocándola a partir de la existencia de posibles relaciones inexactas entre las dos

²⁰ Keynes, op. cit., p. 88.

²¹ *Ibíd.*, p. 93.

variables involucradas en la citada función.

Ahora se puede expresar así:

$$C = \delta + \gamma Y_{t-1} + \mu;$$

donde:

μ = Variable aleatoria (término de perturbación).²²

3.4 Informaciones utilizadas

Las informaciones que se utilizaron para estimar la función consumo, se encuentran plasmadas en el cuadro 1.²²

Cuadro 1
Consumo privado e ingreso nacional, medidos a
precios constantes del año 1970, en un contexto cerrado
con presencia del sector público (1980-2000)

Año	Consumo privado	Ingreso nacional
1980	2460.90	3428.00
1981	2422.60	3444.90
1982	2588.60	3521.70
1983	2774.10	3766.30
1984	3082.10	4026.20
1985	2930.50	3823.80
1986	2907.70	3926.60
1987	3406.90	4548.10
1988	3318.30	4492.50
1989	3139.50	4273.70
1990	3053.10	4034.90
1991	3159.00	3953.00
1992	3491.10	4450.40
1993	3324.40	4514.00
1994	3506.00	4667.20
1995	3655.00	4797.20
1996	3936.40	5145.40
1997	4103.50	5560.30
1998	4418.60	6215.30
1999	4636.00	6626.20
2000	5168.00	7313.00

Fuente: Banco Central de la República Dominicana.

²² Ésta se supone que posee una distribución de probabilidad normal.

3.5 Resultados de la estimación de la función consumo

Los resultados son como siguen:

1) Ecuación lineal estimada	$C_t = 19.472 + 0.769Y_{t-1}$
2) Error estándar estimado	ee= (251.211) (0.055)
3) Valores t estimados	t= (0.078) (13.906)
4) Valor de probabilidad	(0.939) (0.000)
5) Coeficiente de correlación	CCP= 0.956
6) Coeficiente de determinación	$r^2 = 0.915$
7) Grados de libertad	g de 1= 18
8) Test de la F de Fisher	$F_{1, 18} = 193.368$
9) índice de colinealidad	IC= 1 y 10.598
10) Durbin Watson	DW= 1.824

Los coeficientes obtenidos de la ecuación de regresión 19.472 y 0.769 fueron sometidos a prueba de hipótesis nula, en base a la distribución t, en una prueba de dos colas, con un nivel de confianza de 95% y 18 grados de libertad, equivalente en consecuencia a $t = \pm 2.101$. El primer coeficiente no resultó estadísticamente significativo, pues su t (0.078) cayó dentro de la región de aceptación, en cambio el segundo, sí resultó estadísticamente significativo, debido a que su t (13.906) cayó fuera del área de aceptación.

El r^2 indica que el 91.5% de las variaciones de la variable dependiente viene explicado por la variable independiente. La razón de varianzas, F, para los grados de libertad especificados (1 en el numerador y 18 en el denominador) para 95% de nivel de confianza, arrojó un valor de $F_{1, 18} = 4.41$, obviamente inferior a la F obtenida (193.368), por lo que queda rechazada la hipótesis de ausencia de influencia de la variable independiente sobre la dependiente. Existe una apreciable correlación positiva entre las variables involucradas en el modelo de un 95.6%.

Por otra parte, se podrían presentar algunos problemas de multicolinealidad ya que los índices de condición (1 y 10.598) arrojaron magnitudes relativamente altas. En cambio, no hay problemas de autocorrelación, pues el estadístico Durbin Watson (1.824) está próximo a 2.

Hagamos una reflexión final, referida al coeficiente de la pendiente. Éste que fue de una magnitud equivalente a 0.769 y, está revestido de una singular importancia, ya que representa la propensión marginal al consumo (PMC), indica que por cada peso que aumentó el producto agregado, se destinaron 76.9 centavos al consumo; asimismo, revela que al variar, dicho producto, en un 1%, el consumo lo hizo en un 0.769%.

Respecto al intercepto, 19.472, debemos decir que indica el probable monto destinado al consumo, aun cuando la renta sea cero (0).

3.6 Estimación de los valores de consumo y del término de perturbación

El procedimiento utilizado para estimar los valores de consumo, para la serie histórica estudiada, fue el que sigue: en la ecuación de regresión estimada, $C_t = 19.472 + 0.769Y_{t-1}$, se sustituyen los valores de la variable ingreso nacional, los cuales son multiplicados por el coeficiente de la pendiente (0.769) y se les añade la constante del intercepto (19.472). Esta operación se efectúa para cada año.

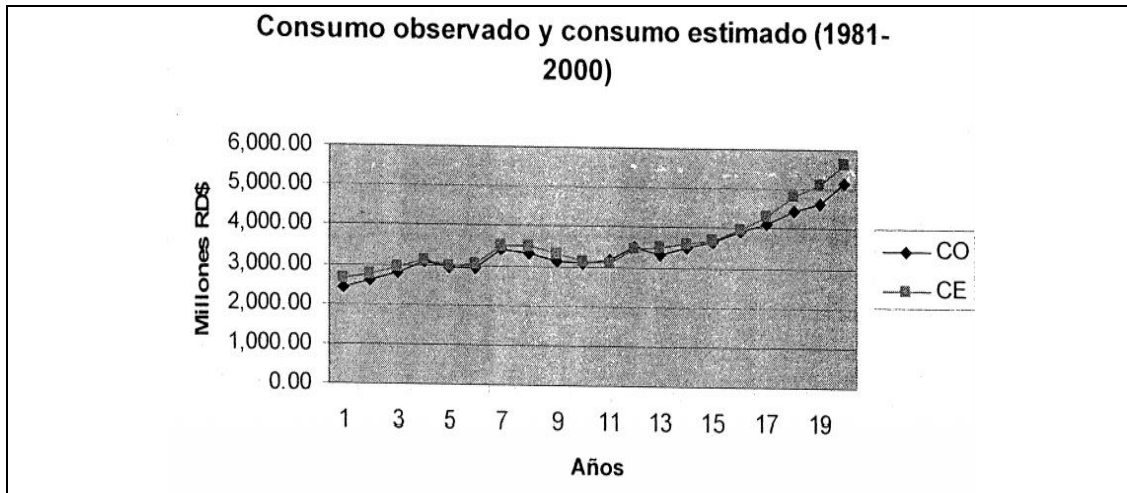
En cambio, los valores de la variable aleatoria (término de perturbación), fueron obtenidos buscando la diferencia entre el consumo observado y el consumo estimado.

Cuadro 2
Consumo observado y consumo estimado (1981-2000)

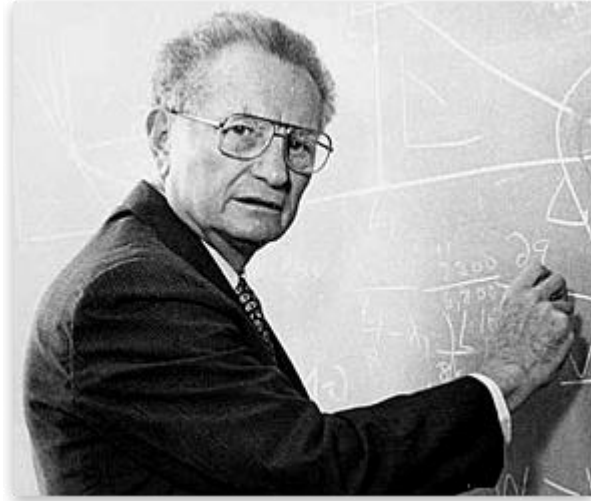
Año	Consumo observado	Consumo estimado	Variable aleatoria (μ)
1981	2422.60	2668.60	-246.00
1982	2588.60	2727.66	-139.06
1983	2774.10	2915.76	-141.66
1984	3082.10	3115.62	-33.52
1985	2930.50	2959.97	-29.47
1986	2907.70	3039.03	-131.33
1987	3406.90	3516.96	-110.06
1988	3318.30	3474.20	-155.90
1989	3139.50	3305.95	-166.45
1990	3053.10	3122.31	-69.21
1991	3159.00	3059.33	99.67
1992	3491.10	3441.83	49.27
1993	3324.40	3490.74	-166.34
1994	3506.00	3608.55	-102.55
1995	3655.00	3708.52	-53.52
1996	3936.40	3976.28	-39.88
1997	4103.50	4295.34	-191.84
1998	4418.60	4799.04	-380.44
1999	4636.00	5115.02	-479.02
2000	5168.00	5641.63	-473.63

Fuente: Banco Central de la República Dominicana y Manuel Linares.

Gráfico 1



Fuente: Banco Central de la República Dominicana y Manuel Linares.



Samuelson, disertando...

CAPÍTULO IV ESTIMACIÓN ECONOMETRICA DE LA FUNCIÓN DE INVERSIÓN

4.1 Planteamiento teórico

La inversión es un componente clave de la demanda agregada de la economía, que depende principalmente de la tasa de interés y de las expectativas de ganancia del sector empresarial; sin embargo, de conformidad con el modelo samuelsoniano estudiado, se liga la inversión con el incremento del consumo.

4.2 Especificación matemática de la función de inversión

La función de inversión asume la siguiente forma:

$$I_t = \tau + \alpha(C_t - C_{t-1}) \quad (\alpha > 0)$$

La novedad que se advierte en esta función, es la presencia de τ (tau), que representa la cuantía de inversión ante la reducción eventual a cero del incremento del consumo; matemáticamente supone el intercepto de la curva de inversión con el eje de ordenada.

La ecuación matemática en discusión expresa que la inversión está relacionada linealmente con el incremento del consumo, siendo éste la variable independiente y la primera, la variable dependiente; y supone una relación determinística entre la inversión y el incremento del consumo.

4.3 Especificación econométrica de la función de inversión

La especificación econométrica de la función de inversión, permite que no sea observada la relación entre la inversión y el incremento del consumo desde una perspectiva determinística, sino desde una visión donde sean posibles relaciones inexactas entre las dos variables involucradas en la citada función.

Ahora se puede expresar así:

$$I_t = \tau + \alpha(C_t - C_{t-1}) + \mu;$$

donde:

μ = Variable aleatoria (término de perturbación).

4.4 Informaciones utilizadas

Las informaciones que se utilizaron para estimar la función de inversión, se encuentran plasmadas en el cuadro 3.

Cuadro 3
Inversión privada e incremento del consumo en un contexto cerrado con presencia del sector público (1980-2000)

Año	Inversión privada	Incremento del consumo
1980	742.40	
1981	728.30	-38.30
1982	626.20	166.00
1983	693.10	185.50
1984	664.80	308.00
1985	634.60	-151.60
1986	742.20	-22.80
1987	970.90	499.20
1988	1,018.80	-88.60
1989	1,018.30	-178.80
1990	872.50	-86.40
1991	698.00	105.90
1992	833.50	332.10
1993	1,003.60	-166.70
1994	946.00	181.60
1995	904.00	149.00
1996	930.30	281.40
1997	1,051.60	167.10
1998	1,338.40	315.10
1999	1,492.90	217.40
2000	1,585.40	532.00

Fuente: Banco Central de la República Dominicana.

4.5 Resultados de la estimación de la función de inversión

Los resultados fueron como siguen:

1) Ecuación lineal estimada	$I_t = 872.298 + 0.483(C_t - C_{t-1})$
2) Error estándar estimado	ee = (69.029) (0.28)
3) Valores t estimados	t = (12.637) (1.728)
4) Valor de probabilidad	(0.000) (0.101)
5) Coeficiente de correlación	CCP = 0.377
6) Coeficiente de determinación	$r^2 = 0.142$
7) Grados de libertad	g de 1 = 18
8) Test de la F de Fisher	$F_{1, 18} = 2.985$
9) índice de colinealidad	IC = 1 y 1.851
10) Durbin Watson	DW = 0.546

Los coeficientes obtenidos de la ecuación de regresión 872.298 y 0.483 fueron sometidos a prueba de hipótesis nula, en base a la distribución t, en una prueba de dos colas, con un nivel de confianza de 95% y 19 grados de libertad, equivalente en consecuencia a $t = \pm 2.101$. El primer coeficiente resultó estadísticamente significativo, pues su t (12.637) cayó fuera de la región de aceptación, en cambio el segundo, no resultó estadísticamente significativo, debido a que su t (1.728) cayó dentro del área de aceptación. El r^2 indica que apenas el 14.2% de las variaciones de la variable dependiente viene explicado por la variable independiente. La razón de varianzas, F, para los grados de libertad especificados (1 en el numerador y 18 en el denominador) para 95% de nivel de confianza, arrojó un valor de $F_{1, 18} = 4.41$, obviamente superior a la F calculada (2.985), por lo que queda aceptada la hipótesis de ausencia de influencia de la variable independiente sobre la dependiente. Finalmente no existe una apreciable correlación positiva entre las variables involucradas en el modelo, apenas fue de 37.7%.

Sin embargo, probablemente no se presenten problemas agudos de multicolinealidad ya que los índices de condición (1 y 1.851) arrojaron magnitudes relativamente bajas. En cambio, hay problemas de autocorrelación, pues el estadístico Durbin Watson (0.546) está más próximo de cero (0) que de dos (2).

El coeficiente de la pendiente, que fue de una magnitud equivalente a 0.483, representa la propensión marginal a invertir, referida al aumento de la inversión, inducido por el incremento del consumo, supone entonces que por cada peso de aumento en el incremento del consumo, se verifica un aumento de 48 centavos en la inversión.

4.6 Estimación de los valores de inversión y del término de perturbación

El procedimiento utilizado para estimar los valores de inversión para la serie histórica estudiada, fue el que sigue: en la ecuación de regresión estimada, $I_t = 872.298 + 0.483(C_t - C_{t-1})$, sustituimos los valores de la variable incremento del consumo, los cuales fueron multiplicados por el coeficiente del acelerador (α) y se les añade la constante del intercepto. Esta operación fue efectuada para cada año.

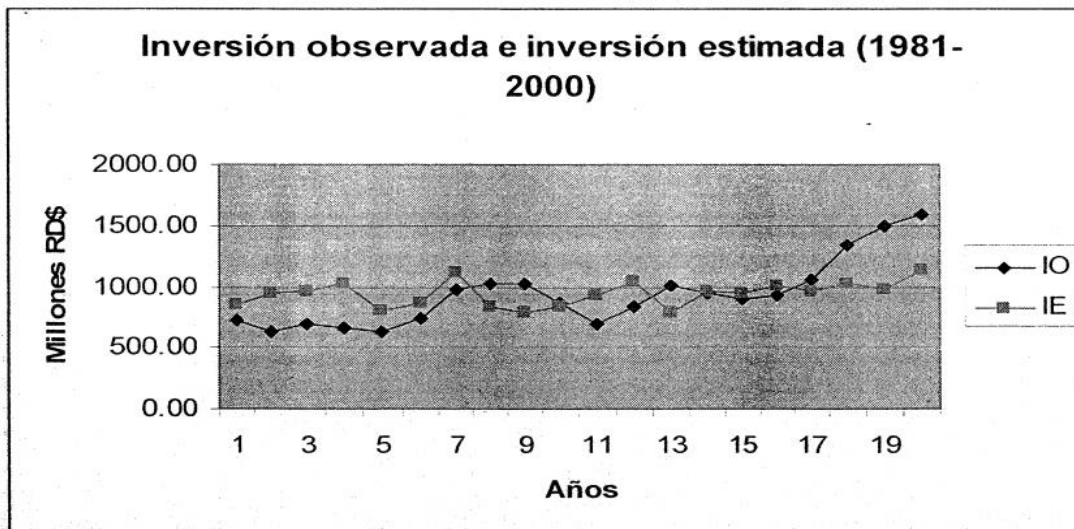
Por su parte, los valores de la variable aleatoria (término de perturbación), fueron obtenidos buscando la diferencia entre la inversión observada y la inversión estimada.

Cuadro 4
Inversión observada e inversión estimada (1981-2000)

Año	Inversión observada	Inversión estimada	Variable aleatoria (μ)
1981	728.30	853.80	-125.50
1982	626.20	952.48	-326.28
1983	693.10	961.89	-268.79
1984	664.80	1021.06	-356.26
1985	634.60	799.08	-164.48
1986	742.20	861.29	-119.09
1987	970.90	1113.41	-142.51
1988	1,018.80	829.50	189.30
1989	1,018.30	785.94	232.36
1990	872.50	830.57	41.93
1991	698.00	923.45	-225.45
1992	833.50	1032.70	-199.20
1993	1,003.60	791.78	211.82
1994	946.00	960.01	-14.01
1995	904.00	944.27	-40.27
1996	930.30	1008.21	-77.91
1997	1,051.60	953.01	98.59
1998	1,338.40	1024.49	313.91
1999	1,492.90	977.30	515.60
2000	1,585.40	1129.25	456.15

Fuente: Banco Central de la República Dominicana y Manuel Linares.

Gráfico 2



Fuente: Banco Central de la República Dominicana y Manuel Linares.

CAPÍTULO V SOLUCIÓN DEL MODELO

5.1 Procedimiento de resolución

Finalmente, la ecuación lineal en diferencias, de segundo orden, con coeficientes constantes y término constante estimada, fue la siguiente:

$$Y_{t+2} - 0.769(1+0.483)Y_{t+1} + (0.483)(0.769)Y_t = G_0$$

Para resolver dicha ecuación, se dan los siguientes pasos: primero, obtener la integral particular o solución particular del modelo; segundo, cálculo de la función complementaria; tercero, cálculo de la solución general; y cuarto, cálculo de la solución definida.

5.2 Solución particular

Se prueba un tipo de solución de la forma $Y_t = k$; en base a esta igualdad se sustituye k en la ecuación completa del modelo:

$$Y_{t-2} - 0.769(1+0.483)Y_{t+1} + (0.483)(0.769)Y_t = G_0$$

$$k - 0.769(1+0.483)k + (0.483)(0.769)k = G_0$$

$$k[1 - 0.769(1 + 0.483) + (0.483)(0.769)] = G_0$$

$$k = [1 / (1 - 0.769(1 + 0.483) + (0.483)(0.769))] G_0$$

$$k = [1 / (1 - 0.769)] G_0$$

es obvio que la solución particular es

$$Y_p = k = G_0 / 1 - 0.769$$

$$Y_p = k = (4.329)(G_0).$$

Así, 4.329, es el multiplicador que prevalecería en ausencia de la inversión inducida, en consecuencia, tendremos que $(4.329)(G_0)$, que no es sino la variable exógena, por el multiplicador, arroja los valores del ingreso de equilibrio intertemporal.

5.3 Función complementaria

Para calcular la función complementaria, se parte de:

$$Y_c = R^t (A_5 \cos \theta t + A_6 \sin \theta t)$$

Ecuación característica:

$$b^2 - 0.769(1+0.483)b + (0.483)(0.769) = 0$$

cuyas raíces se obtienen así:

$$b_1, b_2 = [0.769(1+0.483) \pm \sqrt{(0.769)^2(1+0.483)^2 - 4(0.483)(0.769)}] / 2$$

Se equiparan $\gamma^2(1+\alpha)^2$ y $4\alpha\gamma$, cuyos valores son $1.3 < 1.4857$, por lo que en el caso de la ecuación característica, se estaría frente a raíces complejas conjugadas. De ahí que se hacen los cálculos en función de:

$$b_1, b_2 = h \pm vi$$

$$h = (-1) - a_1/2 = (-1) - \gamma(1+\alpha)/2 = (-1) - 1.14/2 = 0.57$$

$$v = \sqrt{4(0.483)(0.769) - (0.769)^2} / 2 = 0.215$$

$$b_1, b_2 = 0.57 \pm 0.215i$$

El cálculo de R, el valor absoluto de las raíces complejas, sería:

$$R = \sqrt{\alpha\gamma} = 0.609$$

mientras que:

$$\text{Sen } \theta = v/R = 0.215/0.609 = 0.353$$

$$\text{Cos } \theta = h/R = 0.57/0.609 = 0.9356$$

De allí se desprende que $\theta = 0.1148\pi$. ¿De dónde surge éste resultado? De la inversa tanto de la función seno, como de la función coseno, que posteriormente, mediante una simple regla de tres (3), es transformada en términos de π .

Luego la función complementaria es:

$Y_c = (0.609)^t (A_5 \cos 0.1148\pi t + A_6 \sin 0.1148\pi t)$, que representa, para cada período, la desviación respecto al equilibrio.

5.4 Solución general

Esta es la suma de la función complementaria y la solución particular:

$$Y_t = Y_c + Y_p = (0.609)^t [A_5 \cos 0.1148\pi t + A_6 \sin 0.1148\pi t] + (4.329)(G_0)$$

5.5 Solución definida

Datos: $t = 0$; $Y(0) = 3,444.90$ (el producto en el año 1981; $G_0 = 294$ (gasto del gobierno en el año 1981); $Y'(0) = 3,521.7$ (el producto en el año 1982).

Sustitución de $t=0$ en la ecuación de la solución general:

$$Y(0) = (0.609)^0 [A_5 \cos 0.1148\pi(0) + A_6 \sin 0.1148\pi(0)] + (4.329)(G_0)$$

$$Y(0) = (0.609)^0 [A_5 \cos 0 + A_6 \sin 0] + (4.329)(G_0)$$

$$Y(0) = (0.609)^0 [A_5(1) + A_6(0)] + (4.329)(G_0)$$

$$Y(0) = (0.609)^0 [A_5 + 0] + (4.329)(G_0)$$

$$Y(0) = (0.609)^0 [A_5] + (4.329)(G_0)$$

$$Y(0) = A_5 + (4.329)(294)$$

Sustitución de $Y(0)$:

$$3444.9 = A_5 + (4.33)(294)$$

$$A_5 = 2,172.17.$$

Derivar la ecuación de la solución general:

$$Y'(t) = (0.609)^t \frac{d}{dt}(A_5 \cos 0.1148\pi t + A_6 \sin 0.1148\pi t) + (A_5 \cos 0.1148\pi t +$$

$$+ A_6 \sin 0.1148\pi t) \frac{d}{dt}(0.609)^t + \frac{d}{dt}(4.329)(G_0)$$

$$Y'(t) = (0.609)^t [(A_5) \frac{d}{dt} \cos 0.1148\pi t + (A_6) \frac{d}{dt} \sin 0.1148\pi t] + [A_5 \cos 0.1148\pi t +$$

$$+ A_6 \sin 0.1148\pi t] \frac{d}{dt}(0.609)^t + \frac{d}{dt}(4.329)(G_0)$$

$$Y'(t) = (0.609)^t [(A_5)(-0.1148 \sin 0.1148\pi t) + (A_6)(0.1148 \cos 0.1148\pi t)] + (A_5 \cos 0.1148\pi t +$$

$$+ A_6 \sin 0.1148\pi t)(0.609)^t (\ln 0.609) + 0$$

Siendo $t=0$

$$Y'(0) = (0.609)^0 [(A_5)(-0.1148 \sin 0.1148\pi 0) + (A_6)(0.1148 \cos 0.1148\pi 0) + (A_5) \cos 0.1148$$

$$\pi_0 + A_6 \sin 0.1148\pi_0 (0.609)^0 (\ln 0.609)$$

$$Y'(0) = (A_5)(-0.1148 \sin 0) + (A_6)(0.1148 \cos 0) + (A_5) \cos 0 + A_6 \sin 0 (-0.4959)$$

$$Y'(0) = (A_5)(0) + (A_6)(0.1148) + (A_5)(1) + (A_6)(0)(-0.4959)$$

$$Y'(0) = 0.1148A_6 + A_5$$

$$\text{al tener } Y'(0) = 3521.7 \text{ y } A_5 = 2,172.17$$

$$3521.7 = 0.1148A_6 + 2,172.17$$

$$A_6 = 11,755.49$$

Por tanto, la solución definida es:

$$Y_t = (0.609)^t [2,172.17 \cos 0.1148 \pi t + 11,755.49 \sin 0.1148 \pi t] + 4.329(G_0).$$

5.5 ¿Convergencia o divergencia?

Como $R = 0.609$, menor que uno (1), pero mayor que cero (0), o sea, un decimal, en:

$Y_t = 0.609^t [2,172.17 \cos 0.1148 \pi t + 11,755.49 \sin 0.1148 \pi t] + 4.329(G_0)$, la trayectoria de tiempo del ingreso nacional es convergente con el nivel de equilibrio intertemporal de dicho ingreso, es decir, en la ecuación de la solución definida, arriba replicada, en la medida que t tiende a infinito, el valor de R tiende a cero, que multiplicado por los términos de la función complementaria, que están entre corchetes, arroja resultados que igualmente tenderán a cero, en consecuencia desaparece la denominada función complementaria y se mantiene la solución particular (ingreso de equilibrio); se verifica pues la convergencia, como muy bien se puede observar en el cuadro 5 y en el gráfico 3. Se puso de manifiesto, pues, este teorema: *“Las soluciones de una ecuación en diferencias lineales de segundo orden, con coeficientes constantes son convergentes si las raíces del polinomio característico asociado son menores que uno en valor absoluto”*.²³ (Comillas y cursiva son nuestras).

En el cuadro y en el gráfico, abajo expuestos, se nota que la diferencia entre el ingreso estimado y el ingreso observado, no desaparece de manera abrupta, se manifiesta de manera gradual. La convergencia se logra, de manera estricta, solamente cuando ya se ha agotado el período en estudio. Esto así, debido a que si bien es cierto que R es un decimal, no menos cierto es que su valor se acerca a uno (1), por tanto, en la medida que el factor tiempo avanza, en el plano discreto, R tiende a cero, pero no de modo abrupto.

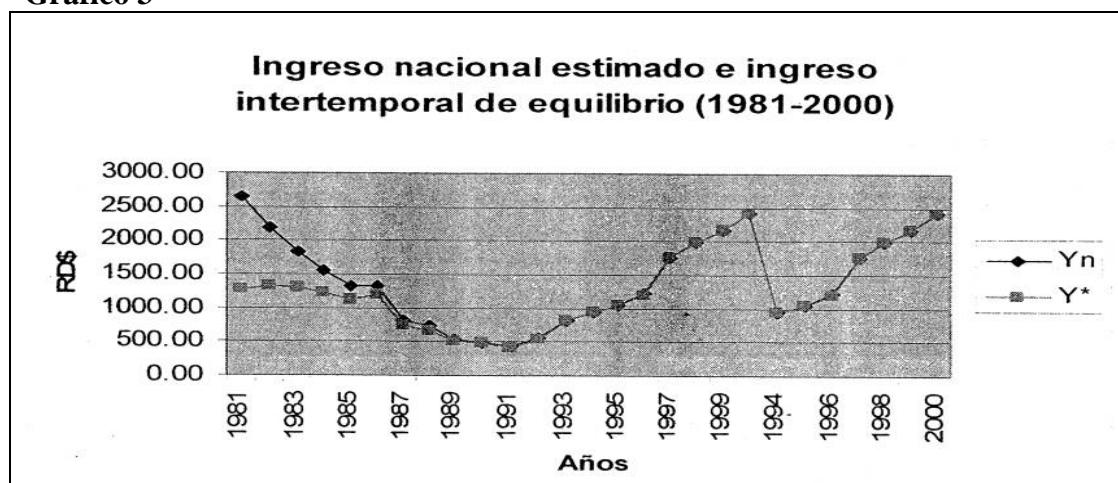
²³ Oviedo. Jorge Mauricio. “Interacciones entre el multiplicador-acelerador y política fiscal”. http://www.eco.unc.edu.ar/iefiembros/archivQs/prof_oviedo/oviedo-multiplicadoracelerador.PDF. Consultado en agosto de 2008. p.4.

Cuadro 5
Ingreso nacional estimado e ingreso nacional intertemporal de equilibrio
(1981-2000)

Año	Ingreso estimado	ingreso de equilibrio	Diferencia
1981	2640.50	1272.73	1367.78
1982	2189.04	1328.57	860.47
1983	1835.78	1294.80	540.98
1984	1547.13	1209.09	338.04
1985	1333.36	1119.91	213.45
1986	1331.18	1197.83	133.34
1987	820.55	737.23	83.32
1988	725.19	672.73	52.46
1989	532.91	501.73	31.18
1990	493.51	473.16	20.35
1991	427.51	415.58	11.92
1992	552.53	544.59	7.94
1993	809.88	805.19	4.69
1994	934.67	931.60	3.07
1995	1033.06	1031.17	1.90
1996	1207.69	1206.49	1.20
1997	1754.86	1754.11	0.74
1998	1984.44	1983.98	0.46
1999	2153.10	2152.81	0.29
2000	2414.03	2413.85	0.18

Fuente: cálculos efectuados por Manuel Linares.

Grafico 3



Fuente: Banco Central de la República Dominicana y Manuel Linares.



El gran Samuelson.

6

CAPÍTULO VI SOLUCIÓN DEL MODELO CON UNA FUNCIÓN DE INVERSIÓN MODIFICADA

6.1 Introducción

En el capítulo 4, desarrollado más arriba, fue estimada una función de inversión, de conformidad con los preceptos primigenios del modelo samuelsoniano, es decir, la inversión como variable dependiente del incremento del consumo privado agregado.

Desafortunadamente la función estimada no resultó consistente, aunque la solución del modelo fue obtenida sin contratiempo alguno e igualmente la estimación del ingreso nacional.

Ahora se desea explorar una función de inversión con una variable independiente distinta: el incremento del producto agregado; con el propósito de obtener estimaciones estadísticamente significativas.

6.2 Especificación matemática de la función de inversión modificada

La función de inversión modificada asume la siguiente forma:

$$I_t = \tau + \alpha(Y_t - Y_{t-1}), \quad (\alpha > 0)$$

La nueva ecuación matemática en discusión expresa que la inversión está relacionada linealmente con el incremento del ingreso nacional, siendo éste la variable independiente y la primera, la variable dependiente; y supone una relación determinística entre la inversión y el incremento del ingreso nacional.

6.3 Especificación econométrica de la función de inversión modificada

La especificación econométrica de la función de inversión modificada, permite que no sea observada la relación entre la inversión y el incremento del ingreso nacional desde una perspectiva determinística, sino desde una visión donde sean posibles relaciones inexactas entre las dos variables involucradas en la citada función.

Ahora se puede expresar así:

$$I_p = \tau + \alpha(Y_t - Y_{t-1}) + \mu$$

6.4 Informaciones utilizadas

Las informaciones que se utilizaron para estimar la función de inversión modificada, se encuentran plasmadas en el cuadro 6.

Cuadro 6
Inversión privada e incremento del ingreso nacional en un contexto cerrado con presencia del sector público (1980-2000)

Año	Inversión privada	Incremento del ingreso nacional
1980	742.4	
1981	728.3	16.90
1982	626.2	76.80
1983	693.1	244.60
1984	664.8	259.90
1985	634.6	-202.40
1986	742.2	102.80
1987	970.9	621.50
1988	1018.8	-55.60
1989	1018.3	-218.80
1990	872.5	-238.80
1991	698.0	-81.90
1992	833.5	497.40
1993	1003.6	63.60
1994	946.0	153.20
1995	904.0	130.00
1996	930.3	348.20
1997	1051.6	414.90
1998	1338.4	655.00
1999	1492.9	410.90
2000	1585.4	684.80

Fuente: Banco Central de la República Dominicana.

6.5 Resultados de la estimación de la función de inversión modificada

Los resultados fueron como siguen:

1) Ecuación lineal estimada	$I_t = 834.123 + 0.533(Y_t - Y_{t-1})$
2) Error estándar estimado	ee = (62.351) (0.182)
3) Valores t estimados	t = (13.378) (2.925)
4) Valor de probabilidad	(0.000) (0.009)
5) Coeficiente de correlación	CCP = 0.568
6) Coeficiente de determinación	$r^2 = 0.32$
7) Grados de libertad	g de l = 18
8) Test de la F de Fisher	$F_{1, 18} = 8.553$
9) índice de colinealidad	IC = 1 y 1.905
10) Durbin Watson	DW 0.695

Los coeficientes obtenidos de la ecuación de regresión 834.123 y 0.533 fueron sometidos a prueba de hipótesis nula, en base a la distribución t, en una prueba de dos colas, con un nivel de confianza de 95% y 18 grados de libertad, equivalente en consecuencia a $t = \pm 2.101$. El primer coeficiente resultó estadísticamente significativo, pues su t estimado (13.378) cayó fuera de la región de aceptación e igualmente el segundo con un t equivalente a 2.925. El r^2 indica que el 32% de las variaciones de la variable dependiente viene explicado por la variable independiente. La razón de varianza, F, para los grados de libertad especificados (1 en el numerador y 19 en el denominador) para 95% de nivel de confianza, arrojó un valor de $F_{1, 18} = 4.41$, obviamente inferior a la F calculada (8.553), por lo que queda rechazada la hipótesis de ausencia de influencia de la variable independiente sobre la dependiente. Finalmente existe una apreciable correlación positiva entre las variables involucradas en el modelo, ya que el coeficiente de correlación fue de 0.568.

Es evidente que se presentan problemas de multicolinealidad ya que los índices de condición (1 y 1.851) arrojaron magnitudes relativamente bajas. En cambio, hay problemas de autocorrelación, pues el estadístico Durbin Watson (0.695) está más próximo de cero (0) que de dos (2).

El coeficiente de la pendiente asumió una magnitud equivalente a 0.533, como expresión de la propensión marginal a invertir, referida al aumento de la inversión, inducido por el incremento del ingreso nacional.

6.6 Estimación de los valores de inversión y del término de perturbación

El procedimiento utilizado para estimar los valores de inversión para la serie histórica estudiada, fue el que sigue: en la ecuación de regresión estimada, $I_t = 834.123 + 0.533(Y_t - Y_{t-1})$, sustituimos los valores de la variable incremento del ingreso nacional, los cuales fueron multiplicados por el coeficiente del acelerador (α), equivalente a 0.533 y se les añade la constante del intercepto, es decir, 834.123. Esta operación fue efectuada para cada año.

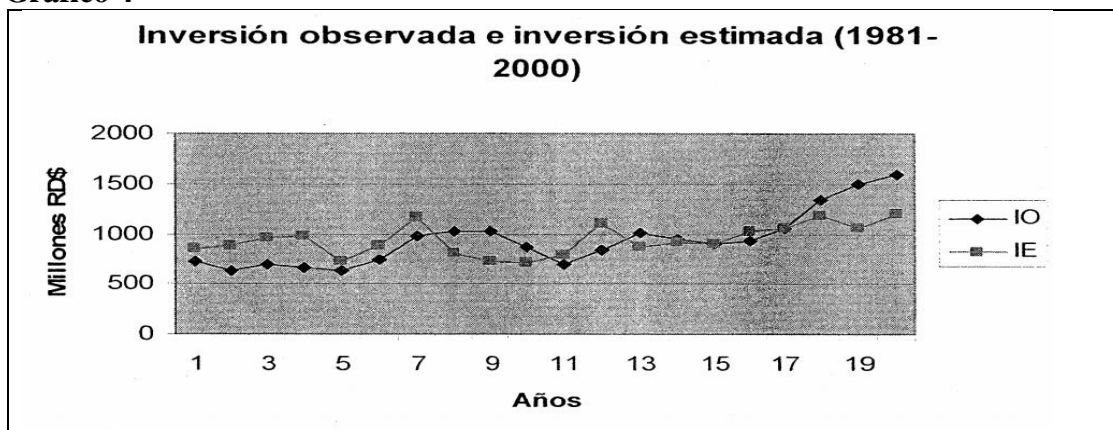
Los valores de la variable aleatoria (término de perturbación), fueron obtenidos buscando la diferencia entre la inversión observada y la inversión estimada.

Cuadro 7
Inversión observada e inversión estimada (1981-2000)

Año	Inversión observada	Inversión estimada	Variable aleatoria (μ)
1981	728.30	843.13	-114.83
1982	626.20	875.06	-248.86
1983	693.10	964.49	-271.39
1984	664.80	972.65	-307.85
1985	634.60	726.24	-91.64
1986	742.20	888.92	-146.72
1987	970.90	1165.38	-194.48
1988	1018.80	804.49	214.31
1989	1018.30	717.50	300.80
1990	872.50	706.84	165.66
1991	698.00	790.47	-92.47
1992	833.50	1099.24	-265.74
1993	1003.60	868.02	135.58
1994	946.00	915.78	30.22
1995	904.00	903.41	0.59
1996	930.30	1019.71	-89.41
1997	1051.60	1055.27	-3.66
1998	1338.40	1183.24	155.16
1999	1492.90	1053.13	439.77
2000	1585.40	1199.12	386.28

Fuente: Banco Central de la República Dominicana y Manuel Linares.

Gráfico 4



Fuente: Banco Central de la República Dominicana y Manuel Linares.

6.7 Nueva ecuación completa estimada y solución del modelo

Para procurar una nueva solución del modelo, usamos la ecuación de consumo estimada en el capítulo 3, pero en lo que respecta a la función de inversión, se utilizó la estimada en este capítulo 6.

La nueva ecuación en diferencias, de segundo orden, es la siguiente:

$$Y_{t+2} - 0.769(1+0.533)Y_{t+1} + (0.533)(0.769)Y_t = G_0$$

Para resolver dicha ecuación, se deben dar los siguientes pasos: primero, obtener la integral particular o solución particular del modelo; segundo, cálculo de la función complementaria; tercero, cálculo de la solución general; y cuarto, cálculo de la solución definida.

6.7.1 Solución particular

Hay que intentar un tipo de solución de la forma $Y_t = k$:

$$Y_{t+2} - 0.769(1+0.533)Y_{t+1} + (0.533)(0.769)Y_t = G_0$$

$$k - 0.769(1+0.533)k + (0.533)(0.769)k = G_0$$

$$k[1 - 0.769(1+0.533) + (0.533)(0.769)] = G_0$$

$$k = [1 / (1 - 0.769(1+0.533) + (0.533)(0.769))] G_0$$

$$k = [1 / (1 - 0.769)] G_0$$

es obvio que la solución particular es,

$$Y_p = k = G_0 / 1 - 0.769$$

$$Y_p = k = 4.329(G_0).$$

Así, 4.329, es el multiplicador que prevalece en ausencia de la inversión inducida, en consecuencia, tendremos que $(4.329)(G_0)$, que no es sino la variable exógena por el multiplicador, arroja el ingreso de equilibrio intertemporal.

6.7.2 Función complementaria

Para calcular la función complementaria, se parte de:

$$Y_c = R^t (A_5 \cos \theta t + A_6 \text{Sen} \theta t).$$

Ecuación característica:

$$b^2 - 0.769(1+0.533)b + (0.533)(0.769) = 0$$

cuyas raíces se obtienen así:

$$b_1, b_2 = [0.769(1+0.533) \pm \sqrt{(0.769^2(1+0.533)^2 - 4(0.533)(0.769)}] / 2$$

Se equiparan $\gamma^2(1+\alpha)^2$ y $4\alpha\gamma$, cuyos valores son $1.39 < 1.63$, de modo que:

$$b_1, b_2 = h \pm vi$$

$$h = (-1)a_1/2 = (-1)-\gamma(1+\alpha)/2 = (-1)-1.18/2 = 0,589$$

$$v = \sqrt{[4(0.533)(0.769) - 0.769^2(1+0.533)^2]}/2 = 0.2498$$

$$b_1, b_2 = 0.589 \pm 0.24985i.$$

Ahora hay que calcular a R, valor absoluto de las raíces complejas, a $\sin \theta$ y a $\cos \theta$:

$$R = \sqrt{\alpha\gamma} = 0.6402$$

$$\text{Sen } \theta = v/R = 0.2498/0.6402 = 0.3902$$

$$\text{Cos } \theta = h/R = 0.589/0.64 = 0.92$$

De allí se desprende que $\theta = 0.13\pi$. ¿De dónde surge éste resultado? De la inversa tanto de seno, como de coseno, que posteriormente, mediante una simple regla de tres (3), es transformada en términos de π .

Luego la función complementaria es: $Y_c = (0.6402)^t [A_6 \cos 0.137\pi t + A_6 \sin 0.137\pi t]$, que representa, para cada período, la desviación respecto al equilibrio.

6.7.3 Solución general

Esta es la suma de la función complementaria y la solución particular:

$$Y_t = Y_c + Y_p = (0.6402)^t [A_5 \cos 0.13\pi t + A_6 \sin 0.13\pi t] + (4.329)(G_0)$$

6.7.4 Solución definida

Datos: $t = 0$; $Y(0) = 3,444.90$ (el producto en el año 1981; $G_0 = 294$ (gasto del gobierno en el año 1981); $Y'(0) = 3,521.7$ (el producto en el año 1982).

Sustitución de $t=0$ en la ecuación de la solución general:

$$Y(0) = (0.6402)^0 [A_5 \cos 0.13\pi(0) + A_6 \sin 0.13\pi(0)] + 4.329(G_0)$$

$$Y(0) = (0.6402)^0 [A_5 \cos 0 + A_6 \sin 0] + 4.329(G_0)$$

$$Y(0) = (0.6402)^0 [A_5(1) + A_6(0)] + 4.329(G_0)$$

$$Y(0) = (0.6402)^0 [A_5 + 0] + 4.329(G_0)$$

$$Y(0) = (0.6402)^0 [A_5] + 4.329(G_0)$$

$$Y(0) = A_5 + 4.329(294)$$

Sustitución de $Y(0)$ y G_0 :

$$3444.9 = A_5 + 4.329(294)$$

$$A_5 = 2,172.17$$

Derivar la ecuación de la solución general:

$$Y'_t = (0.6402)^t \frac{d}{dt}[A_5 \cos 0.13\pi t + A_6 \sin 0.13\pi t] + [A_5 \cos 0.13\pi t + A_6 \sin 0.13\pi t] \frac{d}{dt}(0.6402)^t + \frac{d}{dt}(4.329)(G_0)$$

$$Y'_t = (0.6402)^t [(A_5) \frac{d}{dt} \cos 0.13\pi t + (A_6) \frac{d}{dt} \sin 0.13\pi t] + [A_5 \cos 0.13\pi t + A_6 \sin 0.13\pi t] \frac{d}{dt}(0.6402)^t + \frac{d}{dt} 4.329(G_0)$$

$$Y'_t = (0.6402)^t [(A_5)(-0.13 \sin 0.13\pi t) + (A_6)(0.13 \cos 0.13\pi t)] + (A_5 \cos 0.13\pi t + A_6 \sin 0.13\pi t)(0.6402)^t (\ln 0.6402) + 0$$

hacemos $t=0$

$$Y'(0) = (0.64)^0 [(A_5)(-0.13 \sin 0.13(\pi)0) + (A_6)(0.13 \cos 0.13(\pi)0) + (A_5 \cos 0.13(\pi)0) + A_6 \sin 0.13(\pi)0](0.609)^0 (\ln 0.609)$$

$$Y'(0) = (A_5)(-0.13 \sin 0) + (A_6)(0.13 \cos 0) + (A_5 \cos 0) + A_6 \sin 0)(-0.4959)$$

$$Y'(0) = (A_5)(0) + (A_6)(0.13) + (A_5)(1) + A_6(0)(-0.4959)$$

$$Y'(0) = (0.13A_6) + (A_5) + 0$$

Siendo $Y'(0) = 3,521.70$ y $A_5 = 2,172.17$

$$3521.7 = (0.13A_6) + 2,172.17$$

$$A_6 = 10,381$$

Por tanto, la solución definida es:

$$Y_t = (0.6402)^t [2,172.17 \cos 0.13\pi t + 10,381 \sin 0.13\pi t] + (4.329)(G_0)$$

6.7.5 ¿Convergencia o divergencia?

Como $R = 0.6402$, es menor que uno (1), pero mayor que cero (0), o sea, un decimal, en:

$Y_t = (0.6402)^t [2,172.17 \cos 0.13\pi t + 10,381 \sin 0.13\pi t] + (4.329)(G_0)$, la trayectoria de tiempo del ingreso nacional es convergente con el nivel de equilibrio intertemporal de dicho ingreso, es decir, en la ecuación de la solución definida, arriba replicada, en la

medida que t tiende a infinito, el valor de R tiende a cero, que multiplicado por los términos de la función complementaria, que están entre corchetes, tendremos valores que igualmente tenderán a cero, en consecuencia desaparece la denominada función complementaria y se mantiene la solución particular (ingreso de equilibrio); se verifica pues la convergencia, como muy bien se puede observar en el cuadro 8 y en el gráfico 5. Nuevamente se puso de manifiesto el teorema que dice que *las “ (...) soluciones de una ecuación en diferencias lineales de segundo orden, con coeficientes constantes son convergentes si las raíces del polinomio característico asociado son menores que uno en valor absoluto ”*.²⁴ (Comillas, cursiva y el punto suspensivo son nuestros).

Cuadro 8
Ingreso nacional estimado e ingreso nacional intertemporal de equilibrio (1981-2000)

Año	Ingreso estimado	ingreso de equilibrio	Diferencia
1981	2710.68	1272.73	1437.96
1982	3169.48	1328.57	1840.91
1983	3062.94	1294.80	1768.14
1984	i 2718.47	1209.09	1509.38
1985	2327.20	1119.91	1207.28
1986	2125.03	1197.83	927.19
1987	1430.60	737.23	693.37
1988	1179.45	672.73	506.72
1989	867.62	501.73	365.89
1990	733.71	473.16	260.55
1991	598.42	415.58	182.83
1992	671.27	544.59	126.68
1993	892.79	805.19	87.60
1994	991.35	931.60	59.75
1995	1071.60	1031.17	40.43
1996	1235.24	1206.49	28.75
1997	1773.20	1754.11	19.09
1998	1996.11	1983.98	12.13
1999	2161.35	2152.81	8.54
2000	2418.34	2413.85	4.49

Fuente: Cálculos efectuados por Manuel Linares.

Nota importante: el grafico 5 no fue correctamente escaneado, por esto no aparece en el texto. Es una pena. Pido disculpas (Manuel Linares). Pero la convergencia entre ambas variables se observa nítidamente en el cuadro 8.

²⁴ Oviedo. Jorge Mauricio. “Interacciones entre el multiplicador-acelerador y política fiscal” http://www.eco.unc.edu.ar/ief/miembros/archivos/prof_oviedo/oviedo-multiplicadoracelerador.PDF. Consultado en agosto de 2008. p.4.

CAPÍTULO VII HALLAZGOS PRINCIPALES

1er. Hallazgo: la función estimada de consumo, de naturaleza dinámica, en el caso dominicano, para los decenios de los ochenta y noventa, posee significación estadística. La hipótesis 1, queda validada.

2do. Hallazgo: la función estimada de inversión inducida por el incremento del consumo, en el caso dominicano, para los decenios de los ochenta y noventa, carece de significación estadística. La hipótesis 2, se pone en cuestión.

3er. Hallazgo: la función estimada de inversión inducida por el incremento del producto agregado, para los decenios de los ochenta y noventa, posee significación estadística. La hipótesis 2, podría validarse en la medida que la variable independiente (incremento del consumo) en la función de inversión, sea sustituida por el incremento del producto agregado.

4to. Hallazgo: las fluctuaciones cíclicas experimentadas por el ingreso nacional de la República Dominicana, en el período 1980-2000, tuvieron un claro componente endógeno, merced a la interacción del multiplicador con el acelerador. La hipótesis 3 queda validada.

5to. Hallazgo: El cálculo de R (valor absoluto de las raíces complejas), que al estimar la ecuación lineal en diferencias, bajo estudio, arrojó un valor ubicado entre cero (0) y uno (1), decreta el contenido convergente de las fluctuaciones del ingreso nacional de la República Dominicana, en virtud del teorema siguiente: “Las soluciones de una ecuación en diferencias lineales de segundo orden, con coeficientes constantes, son convergentes si las raíces del polinomio característico asociado son menores que uno en valor absoluto”.



Reconocimiento presidencial a Samuelson.

CONCLUSIÓN

Queda demostrado el modelo samuelsoniano en la economía dominicana, para el período 1980-2000. La interacción del multiplicador y del acelerador, genera fluctuaciones cíclicas en forma endógena en el ingreso nacional. En el caso dominicano, dichas fluctuaciones no discurren hacia una situación divergente, más bien convergente; por consiguiente, las crisis que ha conocido la economía dominicana, en el período analizado, expresadas en situaciones divergentes respecto al ingreso intertemporal de equilibrio, merecen la realización de una nueva investigación, pero en un contexto económico abierto, de modo que en la identidad del ingreso nacional aparezcan las exportaciones e importaciones de bienes y servicios; adiciones éstas que suponen una adulteración del modelo investigado.



BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

Banco Central (2003): Software de las variables macroeconómicas dominicanas (1947- 2000). Santo Domingo, R.D.

Bonilla, C. y Gatica L. (2005): “Economía política neoclásica y la América Latina. Una mirada a la bibliografía”. Revista El Trimestre Económico. Vol. LXXII (1), México, enero-marzo de 2005, Núm. 285.

Butler, Eamonn (1989): *Milton Friedman. Su pensamiento económico*. LIMUSA, México.

Chiang, Alpha y Wainwright, Kevin (2006): “Ecuaciones en diferencias de orden superior”. Capítulo 18; en *Métodos fundamentales de economía matemática*. Cuarta edición. McGraw Hill, México.

Cruz, Domingo y otros. “Matemática, una herramienta para el análisis dinámico en economía y empresa”. Internet: www.uv.es/asepuma/xiv/comunica/18nuevol. Consultado en el mes de julio de 2008.

Escaith, H. y Morley, S. (2001): “El efecto de las reformas estructurales en el crecimiento económico de la América Latina y el Caribe. Una estimación empírica”. Revista El Trimestre Económico. Vol. LXVIII (4), México, octubre-diciembre de 2001, Núm. 272.

Gujarati, Damodar (2003): “Regresión con dos variables: estimación de intervalos y prueba de hipótesis”. Capítulo 5; en *Econometría*. Cuarta edición. McGraw Hill, México.

Keynes (1977): *Teoría general de la ocupación, el interés y el dinero*. Novena reimpresión. FCE, México.

Larson, Hostetler y Edwards (2006): “Ecuaciones diferenciales”. Capítulo 6, en *Cálculo I*. Octava edición. McGraw Hill, China.

Linares, Manuel (2002): Explorando el camino de la economía matemática. Santo Domingo, R.D.

Linares, Manuel (2006): “Balance, estimaciones y proyecciones”. Capítulo 5, tesis doctoral, *Política económico-social dominicana*, UPV. Santo Domingo, R.D.

Mancera, Agustín. “Samuelson y la enseñanza de la teoría económica”. Consultado en agosto de 2008.

Martí, Adolfo (1997): “Base de datos (1947-1995)”; en *Instrumental para el estudio de la economía dominicana*. Editora BUHO. Santo Domingo. R.D.

Martínez, L., Torneil, A. y Westermann, F. (2004): “Globalización, crecimiento y crisis financieras. Lecciones de México y del mundo en desarrollo”. “Revista El Trimestre Económico. Vol. LXXI (2), México, abril-junio de 2005, Núm. 282.

Samuelson, Paul (1939): “Interacción entre el análisis por medio del multiplicador y el principio de aceleración”, en Mueller, M. (1974): *Lecturas de macroeconomía*. CECSA., Buenos Aires.

Samuelson, Paul (1980): “La economía mundial a finales de siglo”. http://www.eduardodoloria.name/articulos/es71_samuelson.pdf. Consultado en agosto de 2008.

Oviedo, Jorge Mauricio. “Interacciones entre el multiplicador-acelerador y política fiscal⁵⁵. [multiplicadoracelerador.PDF](#). Consultado en agosto de 2008.