

Álgebra Superior I

Examen 2

Prof: Iker Martínez

Ayud: Erick Rodríguez

Instrucciones: Resuelve 3 de los siguientes 4 ejercicios, si resuelves los 4 tendrás 1/3 puntos extra. Recuerda justificar con todo detalle tus respuestas.

Problema 1. Demuestra que una función $f : A \rightarrow B$ es inyectiva si y solo si $\forall X \subseteq A$, $f(A) \setminus f(X) = f(A \setminus X)$.

Problema 2. Sea X un conjunto cualquiera, y $\mathcal{P}(X)$ su conjunto potencia. Considera

$$f : \mathcal{P}(X) \rightarrow \mathcal{P}(X)$$

una función tal que:

(I) Si $A \subseteq B$ entonces $f(B) \subseteq f(A)$.

(II) $f(f(A)) = A$.

Demuestra que $\forall A, B \in \mathcal{P}(X)$:

(a) $f(A \cup B) = f(A) \cap f(B)$ y que $f(A \cap B) = f(A) \cup f(B)$.

(b) Si además de (I), (II) f cumple que $f(A) \setminus f(B) = B \setminus A$, entonces $f(A) = A^c$.

Problema 3. Dados 2 conjuntos A, B , sea X un conjunto con las siguientes propiedades:

1. $A \subseteq X$ y $B \subseteq X$.

2. Si $A \subseteq Y$ y $B \subseteq Y$, entonces $X \subseteq Y$.

Demuestra que $X = A \cup B$.

Problema 4. Demuestre que para cualesquiera $a, n \in \mathbb{N}$ y $t \in \mathbb{N}^+$,

$$a + at + at^2 + at^3 + \dots + at^n = \frac{a(t^{n+1} - 1)}{t - 1}.$$