

# Álgebra Superior I

## Examen 3

Prof: Iker Martínez

Ayud: Erick Rodríguez

**Instrucciones:** Resuelve 3 de los siguientes 4 ejercicios, si resuelves los 4 tendrás 1/3 puntos extra. Recuerda justificar con todo detalle tus respuestas.

**Problema 1.** Sea  $X$  un conjunto de cardinalidad  $n$ . Determina la cardinalidad de

$$A := \{f : I_k \rightarrow X \mid f \text{ es inyectiva}\}.$$

Donde  $I_k := \{1, \dots, k\}$ .

**Problema 2.** Demuestra que el conjunto de sucesiones crecientes  $(n_0 < n_1 < n_2 < \dots)$  de números naturales es infinito no numerable.

**Problema 3.** Sea  $f : \mathbb{N}^\times \times \mathbb{N}^\times \rightarrow \mathbb{N}^\times$  la función definida por:

$$f(1, n) = 2n - 1, \quad f(m + 1, n) = 2^m(2n - 1)$$

Demuestra que  $f$  es una biyección.

**Problema 4.** Sea  $X$  un conjunto con  $n$  elementos. Demuestra que  $\mathcal{P}(X)$  tiene  $2^n$  elementos.