



KENGUR BEZ GRANICA
Subota, 25. mart 2023. – trajanje 75 minuta
Takmičenje za kategoriju Student (IV razred SŠ)

• Rješenja upisivati pocrnjavanjem odgovarajućih kružića na **LISTIĆU SA ODGOVORIMA**.

• **Svaki zadatak ima pet ponuđenih odgovora od kojih je samo jedan tačan.**

- Tačno rješenje za prvih osam zadataka donosi 3 boda, za drugih osam 4 boda, a za trećih osam 5 bodova.
- Za netačan odgovor ne dobijaju se bodovi, nego se oduzima četvrtina bodova predviđenih za taj zadatak.

Pitanja za 3 boda:

1. Čemu je jednaka vrijednost izraza

$$\frac{7777^2}{5555 \times 2222} ?$$

(A) 1

(B) $\frac{7}{10}$

(C) $\frac{49}{10}$

(D) $\frac{77}{110}$

(E) 49

2. Julija je bacila 5 kocki i dobila ukupno 19 poena. Koji je najveći mogući broj šestica koje je mogla da dobije?

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

(E) 4

3. Limenka u obliku valjka ima visinu 15 cm i obim kružne osnove jednak 30 cm.

Mrav hoda od tačke A na dnu do tačke B na vrhu, i njegova putanja je prikazana podebljanim linijama. Koliko iznosi ukupna dužina putanje koju je mrav prešao, u cm?

(A) 45

(B) 55

(C) 60

(D) 65

(E) 75



4. Koliko ima različitih pozitivnih cijelih brojeva n ima, tako da imaju tačno tri različita djelioca, 1, 2 i n ?

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

(E) 4

5. Koliko parova pozitivnih cijelih brojeva x i y zadovoljavaju jednakost $x + 2y = 2^{10}$?

(A) $2^9 - 1$

(B) 2^9

(C) $2^9 + 1$

(D) $2^9 + 2$

(E) 0

6. Dva jednakostranična trougla postavljena tako da im suprotne stranice koje su paralelne formiraju šestougao kao na slici desno. Dužine četiri stranice ovog šestougla su poznate i prikazane su na slici.

Čemu je jednak obim ovog šestougla?

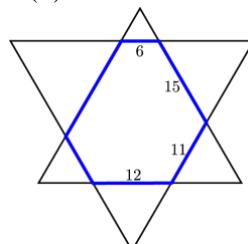
(A) 64

(B) 66

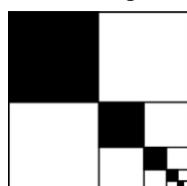
(C) 68

(D) 70

(E) 72



7. Kvadrat površine 84 podijeljen je na četiri manja kvadrata, gdje je gornji lijevi kvadrat obojen crnom bojom.



Donji desni kvadrat je na sličan način podijeljen na 4 manja kvadrata, i tako dalje. Ovaj postupak ponavlja se beskonačno mnogo puta. Čemu je jednaka ukupna površina koja je obojena crnom bojom?

(A) 24

(B) 28

(C) 31

(D) 35

(E) 42

8. Svaki cijeli od 1 do 9 treba upisati u 9 kvadratića na slici tako da zbir bilo koja tri susjedna broja bude djeljiv sa 3. Brojevi 7 i 9 su već upisani. Na koliko se različitih načina mogu upisati preostali brojevi?

	7	9					
--	---	---	--	--	--	--	--

(A) 9

(B) 12

(C) 15

(D) 18

(E) 24

Pitanja za 4 boda:

9. Za prirođan broj n , $n!$ označava proizvod svih cijelih brojeva od 1 do n . Na primjer, $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$. Čemu je jednak zbir cifara broja N ako je $N! = 6! \cdot 7!?$

- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 8 (E) 9

10. Grafici funkcija $y = x^3 + 3x^2 + ax + 2a + 4$ svih prolaze kroz istu tačku, bez obzira na odabir vrijednosti parametra a . Čemu je jednak zbir koordinata te tačke?

- (A) 2 (B) 4 (C) 7 (D) 8 (E) ništa od navedenog

11. Dati su brojevi a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 čiji je zbir jednak S . Za svako k , $1 \leq k \leq 5$, znamo da je $a_k = k + S$. Čemu je jednako S ?

- (A) $\frac{15}{4}$ (B) $-\frac{15}{4}$ (C) -15 (D) 15 (E) ništa od navedenog

12. Koliko parova cijelih brojeva m i n zadovoljavaju nejednakost $|2m - 2023| + |2n - m| \leq 1$?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

13. Dvadeset tri životinje sjede u jednom redu u bioskopu. Svaka životinja je ili dabar ili kengur. Svako ima makar jednog susjeda koji je kengur. Koji je najveći mogući broj dbara u tom redu?

- (A) 7 (B) 8 (C) 10 (D) 11 (E) 12

14. Broj 5^{5^6} može se napisati u obliku n^n za neki cijeli broj n . Čemu je jednak taj broj n ?

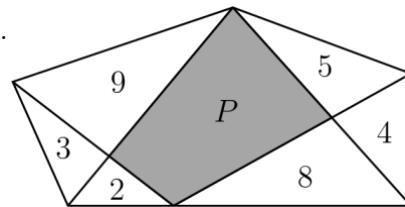
- (A) 5^{30} (B) 5^6 (C) 5^5 (D) 30 (E) 11

15. Petougao je podijeljen na manje djelove kao što je prikazano na slici.

Brojevi unutar trouglova označavaju njihove površine.

Čemu je jednaka površina osjenčenog četvorougla P ?

- (A) 15 (B) $\frac{31}{2}$ (C) 16 (D) 17 (E) 18



16. Koliko pozitivnih cijelih brojeva dijele broj $2^{20}3^{23}$, ali ne dijele broj $2^{10}3^{20}$?

- (A) 13 (B) 30 (C) 273 (D) 460 (E) ništa od navedenog

Pitanja za 5 bodova:

17. Dvije funkcije f i g na skupu \mathbb{R} zadovoljavaju sistem jednačina

$$f(x) + 2g(1-x) = x^2 \text{ i } f(1-x) - g(x) = x^2.$$

Čemu je jednaka funkcija f ?

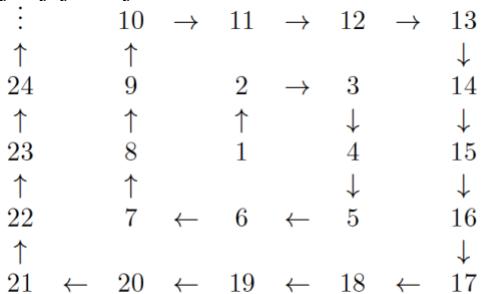
- (A) $x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$ (B) $x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$ (C) $-x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$ (D) $x^2 - 4x + 5$
(E) ne postoje takve funkcije

18. U takmičenju u alpinizmu, 13 učesnika se takmiče u tri kategorije. Za svakog takmičara ukupan broj poena koji je ostvario jednak je proizvodu mjesta koje je taj takmičar zauzeo u svakoj od tri kategorije. Na primjer, ako je neki takmičar rangiran kao četvrti, treći i šesti u te tri kategorije, broj bodova koje je ostvario jednak je $4 \cdot 3 \cdot 6 = 72$. Što je broj poena veći, to je sveukupno mjesto na takmičenju koje je taj takmičar zauzeo niže.

Hana je prva u dvije od tri kategorije. Koje je najgore moguće mjesto koje je mogla da zauzme na takmičenju?

- (A) drugo (B) treće (C) četvrto (D) peto (E) šesto

19. Spirala uzastopnih brojeva počev od 1 je prikazana na slici. Nastavljenjem ovakvog niza, na koji način se pojavljuju brojevi 625, 626 i 627?



- 627
↑ 626 → 627
(A) 626 (B) ↑ (C) 625 → 626 → 627
↑ 625
625
- 625
625 → 626 625
↓ ↓
(D) 625 → 626 (E) 626 627
627 ↓
627

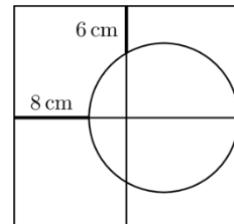
20. Dio polinoma petog stepena ne može se vidjeti zbog mrlje od mastila. Poznato je da su svih pet nula ovog polinoma cijeli brojevi. Koji je najveći stepen od $x - 1$ koji dijeli dati polinom?

$$x^5 - 11x^4 + \text{[REDACTED]} - 7$$

(A) $(x - 1)^1$ (B) $(x - 1)^2$ (C) $(x - 1)^3$ (D) $(x - 1)^4$ (E) $(x - 1)^5$

21. Veliki kvadrat prikazan na slici podijeljen je na četiri manja kvadrata. Prikazan je krug unutar kvadrata dodiruje njegovu desnu stranicu u središtu te stranice. Čemu je jednaka dužina stranica ovog velikog kvadrata? Napomena: slika nije nacrtana u razmjeri.

- (A) 18 cm (B) 20 cm
(C) 24 cm (D) 28 cm
(E) 30 cm

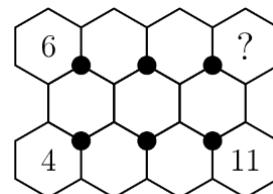


22. Čemu je jednak najveći zajednički djelilac svih brojeva oblika $n^3(n + 1)^3(n + 2)^3(n + 3)^3(n + 4)^3$, gdje je n prirodan broj?

- (A) $2^9 3^3$ (B) $2^{33} 3^5$ (C) $2^6 3^3 5^3$ (D) $2^8 3^2 5^3$ (E) $2^9 3^3 5^3$

23. Cijele brojeve od 1 do 11 treba upisati u šestouglove tako da je za svaku crnu tačku zbir tri broja oko te tačke isti. Brojevi 4, 6 i 11 su već upisani. Koji broj treba upisati u šestougao sa znakom pitanja?

- (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) 9



24. Proizvod šest uzastopnih cijelih brojeva je dvanaestocifreni broj oblika

$$abb\ cdd\ cdd\ abb$$

gdje su cifre a , b , c , i d takođe četiri uzastopna broja nekim redoslijedom. Čemu je jednaka cifra d ?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5