
Resistencia de las Puestas a Tierra

Prof. Claudio González Cruz
Serie de Apuntes Técnicos
SAT-ELEC04-2025
Edición 2025

La puesta a tierra constituye uno de los elementos fundamentales en el diseño y operación segura de todos los sistemas eléctricos. Su función principal es establecer una conexión controlada entre partes metálicas de una instalación y el suelo circundante, con el propósito de disipar corrientes de falla, estabilizar el potencial de referencia y proteger tanto a las personas como a los equipos frente a fenómenos transitorios o condiciones anormales.

La conexión a tierra se realiza mediante dispositivos físicos de aterramiento que actúan como interfaz entre la instalación y el terreno. El parámetro clave para evaluar su eficacia es la resistencia de dispersión al suelo, comúnmente conocida como resistencia de puesta a tierra, magnitud que refleja la facilidad o dificultad con la que las corrientes que circularían por ella se propagarían hacia el macizo terrestre, minimizando potenciales peligros y daños, la que depende principalmente del arreglo geométrico elegido y las características del suelo en donde estará instalada.

Los electrodos verticales constituyen el dispositivo de tierra más simple, y que normalmente, es utilizado en instalaciones domiciliarias o como complemento de refuerzo a otras configuraciones más complejas. Consisten en una barra circular metálica, normalmente de cobre, la que presentaría en el caso de ser instalada en un suelo homogéneo, un flujo de corriente y distribución de voltaje como el mostrado en la figura siguiente:

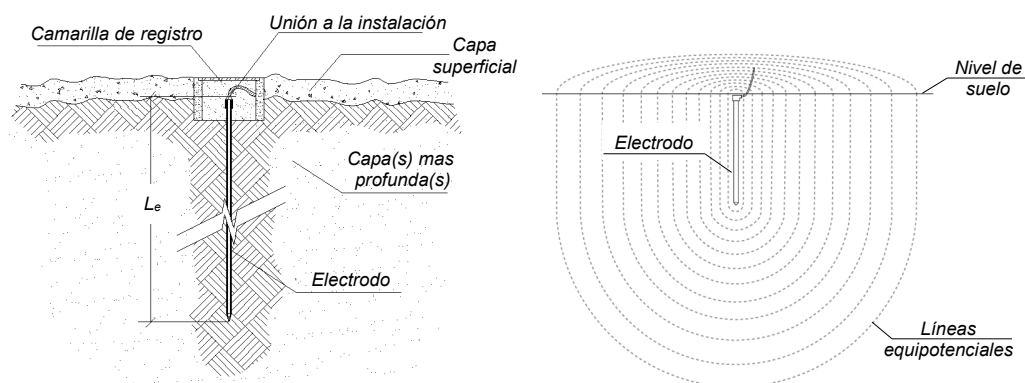


Figura 1 – Electrodo vertical y líneas equipotenciales generadas en el suelo

En condiciones ideales de terreno, el modelo clásico desarrollado por H. B. Dwight (1936), permite calcular la resistencia de un electrodo vertical mediante una expresión logarítmica que considera la resistividad del suelo, la longitud y el radio del electrodo:

$$R_e = \frac{\rho_e}{2\pi L_e} \times \left[\ln \left(\frac{4L_e}{r_e} \right) - 1 \right]$$

R_e : Resistencia del electrodo (Ω)

L_e : Largo del electrodo (m)

ρ_e : Resistividad equivalente del terreno ($\Omega \times m$)

r_e : Radio del electrodo (m)

Supongamos como ejemplo que queremos saber la resistencia de un electrodo vertical de 1,5 mts de largo y $\frac{3}{4}$ " de diámetro, instalado en un terreno de 100 $\Omega \times m$.

$$r_e = \frac{d_e \times 0,0254}{2} = \frac{0,75 \times 0,0254}{2} = 0,009525 \text{ (m)}$$

$$R_e = \frac{\rho_e}{2\pi L_e} \times \left[\ln \left(\frac{4L_e}{r_e} \right) - 1 \right]$$

$$R_e = \frac{100}{2\pi \times 1,5} \times \left[\ln \left(\frac{4 \times 1,5}{0,009525} \right) - 1 \right]$$

$$R_e = 57,78 \text{ (}\Omega\text{)}$$

Un suelo homogéneo es aquel medio terrestre cuya resistividad se mantiene constante en todas las direcciones y profundidades, en otras palabras, sus propiedades eléctricas no varían ni con la posición ni con la profundidad. Esto implica una distribución uniforme de corriente a lo largo del electrodo y una conductividad constante en el terreno, sin embargo, en la mayoría de los casos reales el suelo presenta una estratificación vertical con capas de distinta resistividad y espesor, lo que modifica significativamente la distribución de potencial y, por ende, la resistencia de contacto del dispositivo.

En suelos estratificados la fórmula simple ya no es válida y la resolución pasa por modelos numéricos tales como transformadas de Hankel/Ghosh o métodos de elementos finitos. Durante la década de los 50's Erling D. Sunde extendió el análisis propuesto por Dwight, proponiendo el uso de curvas que contenían un factor que podía corregir y ajustar la fórmula original para poder ser usada en suelos compuestos de dos capas. Estos estudios concluyeron en 1968 con la publicación del texto "Earth Conduction Effects in Transmission Systems".

El planteamiento original de Dwight consiste en calcular la resistencia del electrodo considerando la influencia de la segunda capa, utilizando la ecuación siguiente:

$$R_{e2} = \frac{\rho_1}{2\pi L_e} \times \left[\ln \left(\frac{4L_e}{r_e} \right) - 1 + 2(K - 1) \right]$$

Donde “K” es el factor de corrección calculado con la serie convergente:

$$K(\xi, k) = 1 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} k^n \times \ln \left| \frac{2n\xi + 1}{2n\xi - 1} \right|$$

Como observaciones a la expresión anterior, se puede señalar lo siguiente:

- El valor absoluto asegura un argumento positivo del logaritmo cuando $2n\xi < 1$ (esto pasa cuando $L_e > h_e$).
- La serie converge rápido por que $|k| < 1$; unas pocas decenas de términos suelen bastar.
- Cuando $\rho_1 = \rho_2 \Rightarrow k = 0$, se obtiene $K = 1$, como debe de ser.

Las variables faltantes descritas en las ecuaciones anteriores se calculan con el uso de las siguientes expresiones:

- (a) Coeficiente de reflexión “k”, en donde los valores de resistividad son los respectivos a las capas del suelo en donde se instalará el electrodo.

$$k = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$$

- (b) Razón adimensional de estrato “ξ”, dado por la relación entre el espesor de la capa del primer estrato y el largo del electrodo.

$$\xi = \frac{E_1}{L_e}$$

Si bien es cierto algunas de las ecuaciones son simples de desarrollar, el modelo se torna complejo al utilizar la serie convergente $K(\xi, k)$ para calcular en cada oportunidad el valor del factor de corrección que se necesita.

Como se mencionó anteriormente, Sunde en su texto “Earth Conduction Effects in Transmission Systems”, presenta curvas que permiten obtener el valor del factor de corrección “K”, las que también son posibles de encontrar actualmente en textos tales como el IEEE Std 80-2013 “Guide for Safety in AC Substation Grounding”, pero debemos tener presente que el uso de estas curvas, especialmente cuando las variables de sus ejes resultan ser números con varios decimales (según la naturaleza de los datos del suelo y electrodo), resultan ser poco amigables e introducen márgenes de error según el criterio del utilizador. Una forma alternativa es el uso de tablas construidas con las mismas expresiones con las cuales se realizaron dichas curvas, pero que nos permiten usar valores decimales más cercanos a nuestros casos prácticos, además que en las oportunidades en donde no se tiene la combinación de valores buscada en sus ejes, se puede interpolar para generar las filas y columnas necesarias con un margen de error aceptable. A continuación, se entrega una tabla práctica calculada para este documento, utilizando las expresiones mostradas y que son válidas para encontrar el factor de corrección para el caso de suelos de dos capas:

Tabla 1
Factores de corrección “K” para suelos de dos capas

	$k = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$												
$\xi = \frac{h_n}{L_s}$	-0,999	-0,800	-0,600	-0,400	-0,200	-0,050	0	0,050	0,200	0,400	0,600	0,800	0,999
0,05	2,688804	1,160363	0,986819	0,979738	0,986076	0,995445	1	1,005576	1,031630	1,114919	1,420383	3,260168	52,214812
0,10	-1,461489	0,158537	0,767054	0,935317	0,971436	0,990832	1	1,011302	1,066174	1,267657	1,969287	4,413196	31,285002
0,20	0,902590	0,940476	0,948441	0,944092	0,950645	0,981419	1	1,024084	1,139649	1,449122	2,089279	3,528157	16,655520
0,50	-3,254702	-2,445649	-1,617739	-0,771421	0,098504	0,771070	1	1,231679	1,946269	2,961797	4,100989	5,535757	11,584116
1,00	0,608697	0,669516	0,737090	0,812821	0,899183	0,973153	1	1,028126	1,121663	1,276123	1,490143	1,848920	4,511767
2,00	0,821948	0,849068	0,879454	0,913811	0,953362	0,987533	1	1,013096	1,056896	1,129992	1,232614	1,407270	2,733403
5,00	0,930433	0,940975	0,952811	0,966225	0,981702	0,995104	1	1,005146	1,022383	1,051224	1,091849	1,161249	1,691178
10,00	0,965330	0,970580	0,976476	0,983160	0,990876	0,997558	1	1,002567	1,011166	1,025559	1,045842	1,080510	1,345438
20,00	0,982679	0,985302	0,988247	0,991586	0,995441	0,998780	1	1,001283	1,005580	1,012773	1,022911	1,040241	1,172700

Supongamos que queremos saber la resistencia del electrodo del caso anterior obtenida para un suelo homogéneo, esta vez considerando que se instala en un terreno de dos capas con los siguientes valores:

$$\rho_1 = 100 \, \Omega \text{m} / E_1 = 0,5 \, \text{m}$$

$$\rho_2 = 500 \, \Omega \text{m} / E_2 = \infty$$

Lo primero es calcular el coeficiente de reflexión “k” y la razón adimensional de estrato “ξ”:

$$k = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} = \frac{500 - 100}{500 + 100} = 0,667$$

$$\xi = \frac{E_1}{L_e} = \frac{0,5}{1,5} = 0,333$$

Con los valores anteriores vamos a la tabla N°1 para obtener el valor del factor de corrección “K”, pero por los datos que tenemos al momento deberemos realizar una interpolación doble:

	$k = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$		
$\xi = \frac{h_n}{L_a}$	(B1) 0,600	(B) 0,667	(B2) 0,800
(A1) 0,20	C(1,1) 2,089279		C(1,2) 3,528157
(A) 0,33		C	
(A2) 0,50	C(2,1) 4,100989		C(2,2) 5,535757

$$C = \left[\left(\frac{B_2 - B}{B_2 - B_1} \right) \times C(1,1) + \left(\frac{B - B_1}{B_2 - B_1} \right) \times C(1,2) \right] \left(\frac{A_2 - A}{A_2 - A_1} \right) + \left[\left(\frac{B_2 - B}{B_2 - B_1} \right) \times C(2,1) + \left(\frac{B - B_1}{B_2 - B_1} \right) \times C(2,2) \right] \left(\frac{A - A_1}{A_2 - A_1} \right)$$

Reemplazando los valores de la tabla en la expresión anterior, el valor final de “K” para este ejemplo sería: 3,442157.

Finalmente, el valor de la resistencia del electrodo vertical en el terreno de dos capas de nuestro ejemplo sería el siguiente:

$$R_{e2} = \frac{\rho_1}{2\pi L_e} \times \left[\ln \left(\frac{4L_e}{r_e} \right) - 1 + 2(K - 1) \right]$$

$$R_{e2} = \frac{100}{2\pi \times 1,5} \times \left[\ln \left(\frac{4 \times 1,5}{0,009525} \right) - 1 + 2 \times (3,442157 - 1) \right]$$

$$R_{e2} = 109,60 (\Omega)$$

Hasta el momento, hemos desarrollado la metodología para el caso de terrenos homogéneos y de dos capas, pero como sabemos, en la práctica existe la posibilidad de encontrarnos con terrenos de 3, 4 o más estratos paralelos que modificarían lo visto hasta el momento. Entre las alternativas que podemos abordar para encontrar la resistencia del electrodo vertical en un suelo de “n” capas, sin necesidad de pasar por evaluar por ejemplo, la integral de Hankel con la reflectividad multilayer, se encuentra una adaptación del método para dos capas, con ajuste geométrico y de acoplamiento, que nos permitirá ir agrupando estratos del terreno desde el más profundo hacia el superior, haciendo con esto una conversión de un suelo multicapa, a uno teórico-homogéneo que nos facilite el cálculo de la resistencia. A este método le denominaremos el del “Colapso de Capas”.

El método requiere el uso de la siguiente serie de ecuaciones:

$$R_x = \frac{\rho_x}{2\pi L_e} A_x [S_0 + 2(K_x - 1)]$$

El valor de resistividad a utilizar dependerá de las capas que estemos colapsando, lo que, por tanto, nos entregará una porción de resistencia para ese grupo de estratos. Esta es la razón por lo que, en la ecuación anterior, se expresa el término como “ R_x ”.

Para el caso de “ S_0 ”, que se denomina constante geométrica, la ecuación para su cálculo es la siguiente:

$$S_0 = \ln \frac{4L_e}{r_e}$$

La variable “ A_x ”, se denomina factor de acoplamiento, y la expresión matemática para su cálculo es la siguiente:

$$A_x = \frac{1 + k_x}{(1 - k_x) + 2k_x \xi_x}$$

El coeficiente de reflexión “ k_x ” y la razón adimensional de estrato “ ξ_x ” se calculan en este caso según la combinatoria de estratos que se está usando:

$$k = \frac{\rho_i - \rho_{i-1}}{\rho_i + \rho_{i-1}} \qquad \xi = \frac{E_i}{L_e}$$

Los valores de “ K_x ” para las diferentes combinaciones de estratos se determinan con el uso de las informaciones contenidas en la Tabla N°1, mientras que la resistividad equivalente entre capas colapsadas se calcula con el uso de la siguiente ecuación:

$$\rho_x = R_x \frac{2\pi L_e}{S_0}$$

Vamos a explicar el método asumiendo que tenemos un suelo de 4 capas en donde estamos queriendo saber la resistencia del electrodo vertical de 1,5 m de largo y $\frac{3}{4}$ ” de diámetro. Usaremos los siguientes datos de resistividades y espesores de capas:

ρ_1	:	100 (Ωxm)	/	E_1	:	0,4 (m)
ρ_2	:	250 (Ωxm)	/	E_2	:	0,6 (m)
ρ_3	:	500 (Ωxm)	/	E_3	:	1,0 (m)
ρ_4	:	900 (Ωxm)	/	E_3	:	∞

1. Cálculo de la constante geométrica (forma analítica base):

$$S_0 = \ln \frac{4L_e}{r_e} = \ln \frac{4 \times 1,5}{0,009525} = 6,44559$$

2. Colapsar capa 3 sobre 4:

$$k = \frac{\rho_i - \rho_{i-1}}{\rho_i + \rho_{i-1}} \Rightarrow k_{34} = \frac{\rho_4 - \rho_3}{\rho_4 + \rho_3} = \frac{900 - 500}{900 + 500} = 0,286$$

3. Encontrar la razón adimensional de estrato " ξ_3 ":

$$\xi_3 = \frac{E_3}{L_e} = \frac{1,0}{1,5} = 0,67$$

4. Encontrar " K_{34} " usando la Tabla N°1:

$$K_{34} = 1,97685$$

5. Encontrar el factor de acoplamiento " A_{34} ".

$$A_x = \frac{1 + k_x}{(1 - k_x) + 2k_x \xi_x}$$

$$A_{34} = \frac{1 + k_{34}}{(1 - k_{34}) + 2k_{34} \xi_3} = \frac{1 + 0,286}{(1 - 0,286) + 2 \times 0,286 \times 0,67} = 1,172032$$

6. Calculamos la resistencia del electrodo para este modelo de capas colapsadas " R_{34} ".

$$R_x = \frac{\rho_x}{2\pi L_e} A_x [S_0 + 2(K_x - 1)]$$

$$R_{34} = \frac{\rho_3}{2\pi L_e} A_{34} [S_0 + 2(K_{34} - 1)] = \frac{500}{2\pi \times 1,5} \times 1,172032 \times [6,44559 + 2 \times (1,97685 - 1)]$$

$$R_{34} = 522,25 (\Omega)$$

7. Calculamos la resistividad equivalente para este modelo de capas colapsadas " ρ_{34} ".

$$\rho_x = R_x \frac{2\pi L_e}{S_0} \Rightarrow \rho_{34} = R_{34} \frac{2\pi L_e}{S_0} = 522,25 \times \frac{2\pi \times 1,5}{6,44559} = 763,64 (\Omega \times m)$$

8. Colapsamos capa 2 sobre capa equivalente “34” y resolvemos siguiendo los mismos pasos anteriores:

Datos a considerar: $\rho_2 = 250 (\Omega \times m)$, $E_2 = 0,6 (m)$, $S_0 = 6,44559$, $\rho_{34} = 763,64 (\Omega \times m)$

$$k_{234} = \frac{\rho_{34} - \rho_2}{\rho_{34} + \rho_2} = \frac{763,64 - 250}{763,64 + 250} = 0,507$$

$$\xi_2 = \frac{E_2}{L_e} = \frac{0,6}{1,5} = 0,40$$

$$K_{234} = 2,978045$$

$$A_{234} = \frac{1 + k_{234}}{(1 - k_{234}) + 2k_{234}\xi_2} = \frac{1 + 0,507}{(1 - 0,507) + 2 \times 0,507 \times 0,40} = 1,677053$$

$$R_{234} = \frac{\rho_2}{2\pi L_e} A_{234} [S_0 + 2(K_{234} - 1)] = \frac{250}{2\pi \times 1,5} \times 1,677053 \times [6,44559 + 2 \times (2,978045 - 1)]$$

$$R_{234} = 462,72 (\Omega)$$

$$\rho_{234} = R_{234} \frac{2\pi L_e}{S_0} = 462,72 \frac{2\pi \times 1,5}{6,44559} = 676,59 (\Omega \times m)$$

9. Finalmente colapsamos capa 1 sobre capa equivalente “234” y resolvemos para obtener la resistencia del electrodo vertical.

Datos a considerar: $\rho_1 = 100 (\Omega \times m)$, $E_1 = 0,4 (m)$, $S_0 = 6,44559$, $\rho_{234} = 676,59 (\Omega \times m)$

$$k_{1234} = \frac{\rho_{234} - \rho_1}{\rho_{234} + \rho_1} = \frac{676,59 - 100}{676,59 + 100} = 0,742$$

$$\xi_1 = \frac{E_1}{L_e} = \frac{0,4}{1,5} = 0,27$$

$$K_{1234} = 3,579600$$

$$A_{1234} = \frac{1 + k_{1234}}{(1 - k_{1234}) + 2k_{1234}\xi_1} = \frac{1 + 0,742}{(1 - 0,742) + 2 \times 0,742 \times 0,27} = 2,644683$$

$$R_{1234} = \frac{\rho_1}{2\pi L_e} A_{1234} [S_0 + 2(K_{1234} - 1)] = \frac{100}{2\pi \times 1,5} \times 2,644683 \times [6,44559 + 2 \times (3,579600 - 1)]$$

$$R_{1234} = 325,64 (\Omega)$$

Para disminuir la resistencia del electrodo vertical, podríamos utilizar dos o más unidades en paralelo, de la forma en como lo muestra la siguiente figura:

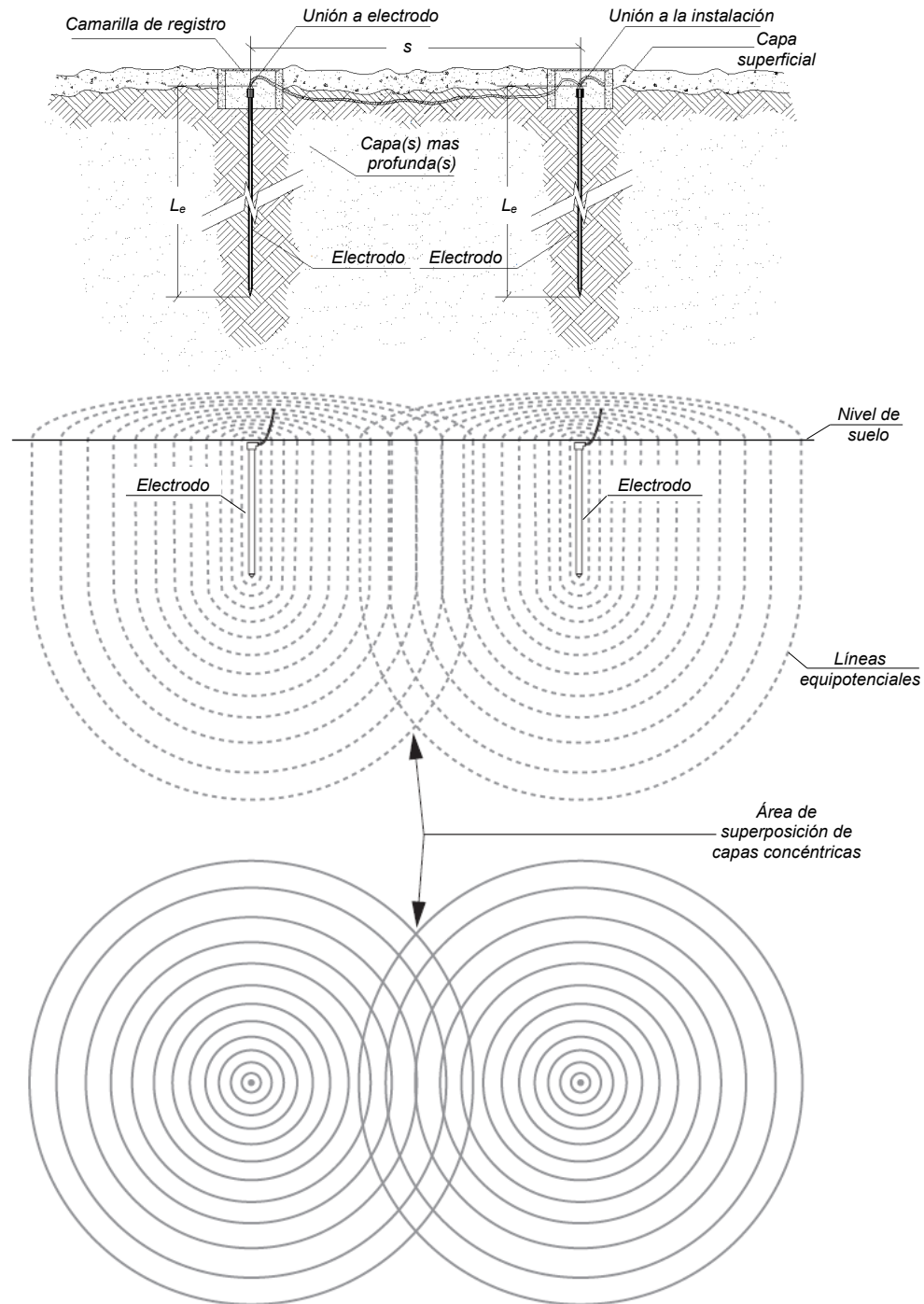


Figura 2 – Electrodos verticales paralelos y líneas equipotenciales generadas en el suelo

Al utilizar electrodos en paralelo, la separación existente entre ellos (D_e), influye en la resistencia combinada debido a la superposición de las capas concéntricas de cada uno, lo que provoca una disminución en la eficiencia del dispositivo haciendo con esto que la fórmula básica de resistencias en paralelo no sea aplicable de forma directa.

Dwight (1936), fue uno de los primeros en formular expresiones prácticas para calcular la resistencia de electrodos de puesta a tierra verticales y analizar el efecto cuando se conectan en paralelo, introduciendo la idea de un factor de utilización o factor de acoplamiento que corrige la resistencia teórica cuando las varillas se afectan mutuamente. Sunde (1949), sistematizó y extendió estos métodos, presentando fórmulas y tablas que permiten calcular la resistencia equivalente de varios electrodos en paralelo, considerando la superposición de los campos de corriente en el suelo y corrigiendo mediante un coeficiente de reducción de resistencia.

Al utilizar electrodos verticales paralelos en línea, la expresión que nos permitirá determinar la resistencia del conjunto es la presentada a continuación:

$$R_N = R_1 \times F(N, \{\eta\})$$
$$F(N, \{\eta\}) = \frac{1}{N^2} \left[N + 2 \sum_{m=1}^{N-1} (N-m) \eta \left(\frac{s}{L_e} \right) \right]$$

R_N : Resistencia del conjunto de electrodos (Ω)

R_1 : Resistencia de un electrodo calculado según consideraciones vistas (Ω)

N : Número de electrodos verticales paralelos

s : Separación de entre electrodos (m)

L_e : Largo del electrodo (m)

Algo importante de mencionar es que las expresiones anteriores consideran siempre que la distancia entre los electrodos es siempre la misma entre ellos, caso contrario se deberá separar y agrupar el cálculo por elementos semejantes para finalmente aplicar teoremas de elementos paralelos.

En lo que respecta al valor de " η " en la tabla N°2 siguiente, se presentan diferentes valores que son una reconstrucción/ajuste numérico aproximado basado en las tablas y curvas clásicas de Sunde, cuyos valores están redondeados y suavizados para facilitar su uso.

Tabla 2
Factores de acoplamiento “η”

s/L _e	η
0,10	0,950
0,20	0,880
0,30	0,750
0,40	0,660
0,50	0,600
0,60	0,530
0,75	0,480
1,00	0,380
1,25	0,320
1,50	0,250
1,75	0,210
2,00	0,180
2,50	0,130
3,00	0,100
4,00	0,060
5,00	0,030
7,50	0,010
10,00	0,005

“Valores reconstruidos a partir de “Earth Conduction Effects in Transmission Systems; E.D. Sunde”

Supongamos que conectamos en paralelo tres electrodos en el suelo de 4 estratos del ejemplo anterior, en donde la resistencia final que calculamos fue de 325,64 (Ω). Consideremos que la separación entre cada electrodo es de 3,0 mts.

$$F(N, \{\eta\}) = \frac{1}{N^2} \left[N + 2 \sum_{m=1}^{N-1} (N - m) \eta \left(\frac{s}{L_e} \right) \right]$$

$$F(N, \{\eta\}) = \frac{1}{3^2} [3 + 2 \times ((3 - 1)\eta(1) + (3 - 2)\eta(2))]$$

Buscamos los valores de “η” en la tabla N°1 y los reemplazamos:

$$F(N, \{\eta\}) = \frac{1}{3^2} [3 + 2 \times ((3 - 1) \times 0,38 + (3 - 2) \times 0,18)] = 0,542$$

$$R_3 = 325,64 \times 0,542 = 176,5 \text{ (}\Omega\text{)}$$

Los conductores enmallados son dispositivos conformados por arreglos cuadrados o rectangulares de conductores desnudos de cobre, los que se disponen en posición horizontal. Con ellos se logran resistencias bastante bajas comparativamente con las conseguidas al utilizar electrodos verticales.

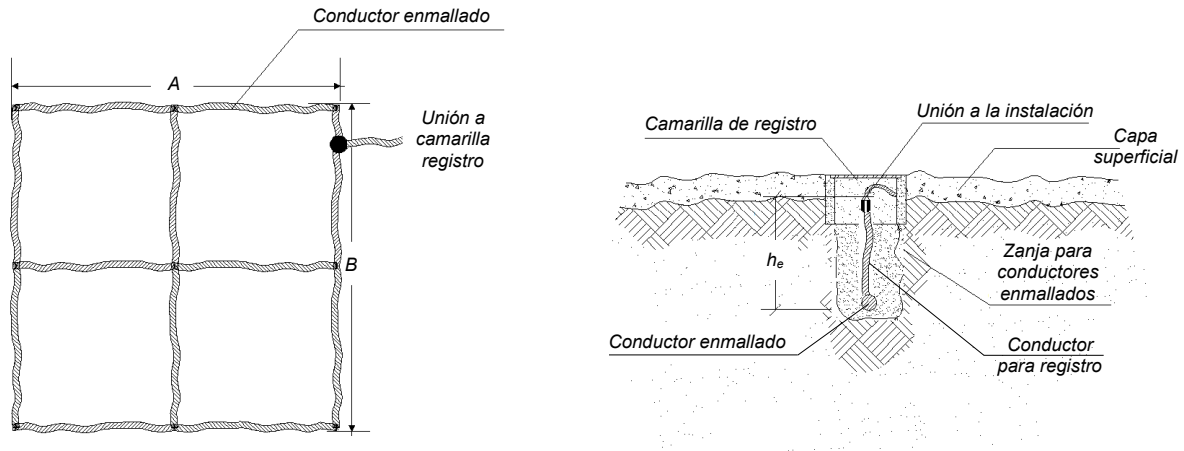


Figura 3 – Conductores enmallados (mallas a tierra)

Para el cálculo de la resistencia de un conductor enmallado o también denominado malla de puesta a tierra, existen dos alternativas de cálculo, una debida al Ingeniero Francés Pierre Laurent (1919) y la otra debida al matemático Alemán Hans-Rudolf Schwarz (1954). Ambas presentan métodos que permiten determinar la resistencia equivalente de configuraciones superficiales basándose en la integración del potencial debido a corrientes distribuidas.

Laurent, solamente considera como parámetros fundamentales de la malla, los concernientes a la longitud del conductor que la conforma, y el radio equivalente de la misma que está en función de la superficie o área cubierta. Debido a esto, algunos autores nombran a este método como el “*método aproximado*”. La expresión que permite determinar la resistencia de la malla de puesta a tierra mediante este método es la siguiente:

$$R_{ML} = \frac{\rho_{eq}}{4 \left(\sqrt{\frac{S}{\pi}} \right)} + \frac{\rho_{eq}}{L_m}$$

- R_{ML} : Resistencia de la malla según Laurent (Ω)
- ρ_{eq} : Resistividad equivalente del terreno ($\Omega \times m$)
- S : Superficie de la malla (m^2)
- L_m : Largo del conductor de la malla (m)

Schwarz (a diferencia de Laurent), considera tanto las características del terreno, como las concernientes a la malla, debido a esto, al método se le llama “exacto”. Las expresiones de calculo que permiten determinar la resistencia de una malla, se presentan a continuación:

$$K_1 = 1,43 - \left(\frac{2,3h_e}{\sqrt{S}} \right) - \left[0,044 \left(\frac{A}{B} \right) \right]$$

$$K_2 = 5,5 - \left(\frac{8h_e}{\sqrt{S}} \right) + \left[\left(0,15 - \frac{h_e}{\sqrt{S}} \right) \left(\frac{A}{B} \right) \right]$$

$$R_{MS} = \frac{\rho_{eq}}{\pi \times L_m} \left[\ln \left(\frac{2L_m}{\sqrt{h_e d}} \right) + \left(\frac{K_1 L_m}{\sqrt{S}} \right) - K_2 \right]$$

- R_{MS} : Resistencia de la malla según Schwarz (Ω)
 ρ_{eq} : Resistividad equivalente del terreno ($\Omega \times m$)
 L_m : Largo del conductor de la malla (m)
 S : Superficie de la malla (m^2)
 d : Diámetro del conductor de la malla (m)
 h_e : Profundidad de enterramiento de la malla (m)
 A : Longitud por el lado de mayor dimensión de la malla (m)
 B : Longitud por el lado de menor dimensión de la malla (m)

Tanto en el método de Laurent como en el de Schwarz, las ecuaciones utilizan un único valor de resistividad del terreno (al que le denominan “resistividad equivalente”), parámetro que a diferencia del caso de utilizar electrodos verticales como puesta a tierra, es posible calcular mediante el uso de métodos definidos y directos.

La resistividad equivalente de un terreno deberá entenderse como la representación matemática de la interacción conjunta de las diferentes capas en terrenos de múltiples estratos, con la malla de puesta a tierra representada por un disco equivalente situado en la capa superficial del suelo. Esta consideración es uno de los modelos más utilizados actualmente y fue logrado gracias a las investigaciones de los Soviéticos Burgsdorf V.V. y Yakobs A.I.

Consideremos una malla de puesta a tierra de superficie “S” a la que representamos por un disco equivalente de radio “r” con corriente “I” inyectada hacia la tierra proveniente del sistema al cual pertenece. Los conductores del enmallado están enterrados a profundidad “ h_e ” en el medio es estratificado en capas horizontales con resistividades “ ρ_i ” y espesores “ E_i ” según lo mostrado en la figura siguiente:

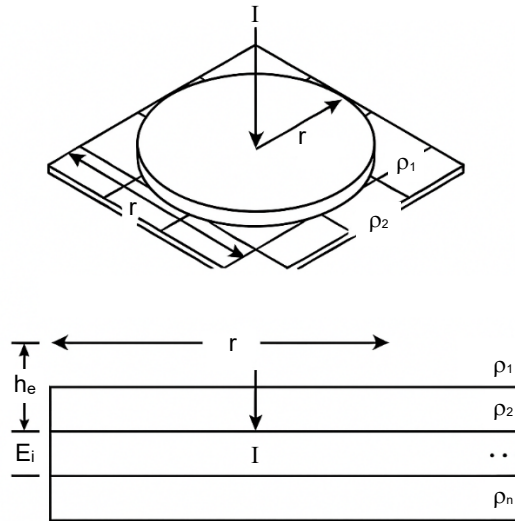


Figura 4 – Esquema representativo del criterio Burgsdorf- Yakobs

La ecuación de Laplace (o Poisson con fuente puntual superficial), en coordenadas cilíndricas, para la componente radial con simetría axial, admite la representación por transformada de Hankel:

$$\Phi(\rho, z) = \int_0^{\infty} A(v) J_0(v\rho) e^{-v|z-b|} dv$$

Donde “v” es la variable de la transformada (espacio de números de onda radial), “ J_0 ” es la Bessel de orden cero y “ $A(v)$ ” contiene la información de la fuente (la geometría del disco) y de las condiciones en las capas (coeficientes de reflexión/transmisión).

La deducción completa y rigurosa de la integral, exige pasar por la escritura explícita de “ $A(v)$ ” usando matrices de propagación para capas, análisis por métodos asintóticos y evaluación en extremo cuidadosa de las diferentes variables. Burgsdorf y Yakobs realizaron estos pasos o equivalentes y lograron establecer una cadena de ecuaciones que permiten calcular la resistividad equivalente de un terreno multiestratificado cuando en éste se inserta una malla de puesta a tierra.

(a) Parámetros geométricos:

$$r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} \qquad r_0^2 = r^2 - h_e^2 \qquad q_0^2 = 2r(r + h_e)$$

(b) Variable auxiliar de campo, solución para la escala dominante y factor de ponderación:

$$U_i = q_0^2 + \left(\sum_{i=1}^n E_i \right)^2 + r_0^2 \qquad v_i^2 = \frac{U_i - \sqrt{U_i^2 - (4q_0^2 r_0^2)}}{2} \qquad F_i = \sqrt{1 - \frac{v_i^2}{r_0^2}}$$

(c) Resistividad equivalente:

$$\rho_{eq} = \left[\sum_{i=1}^n \frac{F_i - F_{(i-1)}}{\rho_i} \right]^{-1}$$

r : Radio equivalente de la malla (m)

S : Superficie de la malla (m²)

h_e : Profundidad de enterramiento de la malla (m)

E_i : Profundidad del estrato (m)

ρ_i : Resistividad de la capa "i" (Ω×m)

ρ_{eq} : Resistividad equivalente del terreno (Ω×m)

Supongamos que tenemos que calcular la resistencia de una malla de puesta a tierra enterrada a 0,6 mts de profundidad, de 10x15m² de superficie, con un reticulado central, construida con cable de 33,6 mm² y en un suelo con las siguientes resistividades:

$$\begin{array}{llll} \rho_1 & : & 100 \text{ (}\Omega\text{xm)} & / \quad E_1 : 0,4 \text{ (m)} \\ \rho_2 & : & 250 \text{ (}\Omega\text{xm)} & / \quad E_2 : 0,6 \text{ (m)} \\ \rho_3 & : & 500 \text{ (}\Omega\text{xm)} & / \quad E_3 : 1,0 \text{ (m)} \\ \rho_4 & : & 900 \text{ (}\Omega\text{xm)} & / \quad E_3 : \infty \end{array}$$

Lo primero es calcular la resistividad equivalente del terreno:

$$r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{10 \times 15}{\pi}} = 6,910$$

$$r_0^2 = r^2 - h_e^2 = 6,910^2 - 0,6^2 = 47,388$$

$$q_0^2 = 2r(r + h_e) = 2 \times 6,910 \times (6,910 + 0,6) = 103,788$$

$$U_i = q_0^2 + \left(\sum_{i=1}^n E_i \right)^2 + r_0^2$$

$$U_1 = q_0^2 + (E_1)^2 + r_0^2 = 103,788 + (0,4)^2 + 47,388 = 151,336$$

$$U_2 = q_0^2 + (E_1 + E_2)^2 + r_0^2 = 103,788 + (0,4 + 0,6)^2 + 47,388 = 152,176$$

$$U_3 = q_0^2 + (E_1 + E_2 + E_3)^2 + r_0^2 = 103,788 + (0,4 + 0,6 + 1,0)^2 + 47,388 = 155,176$$

$$U_4 = q_0^2 + (E_1 + E_2 + E_3 + E_4)^2 + r_0^2 = 103,788 + (0,4 + 0,6 + 1,0 + \infty)^2 + 47,388 = \infty$$

$$v_i^2 = \frac{U_i - \sqrt{U_i^2 - (4q_0^2 r_0^2)}}{2}$$

$$v_1^2 = \frac{U_1 - \sqrt{U_1^2 - (4q_0^2 r_0^2)}}{2} = \frac{152,056 - \sqrt{152,056^2 - (4 \times 103,788 \times 47,388)}}{2} = 47,254$$

$$v_2^2 = \frac{U_2 - \sqrt{U_2^2 - (4q_0^2 r_0^2)}}{2} = \frac{152,896 - \sqrt{152,896^2 - (4 \times 103,788 \times 47,388)}}{2} = 46,574$$

$$v_3^2 = \frac{U_3 - \sqrt{U_3^2 - (4q_0^2 r_0^2)}}{2} = \frac{155,896 - \sqrt{155,896^2 - (4 \times 103,788 \times 47,388)}}{2} = 44,398$$

$$v_4^2 = \frac{U_4 - \sqrt{U_4^2 - (4q_0^2 r_0^2)}}{2} = \frac{\infty - \sqrt{\infty^2 - (4 \times 103,788 \times 47,388)}}{2} = 0$$

$$F_i = \sqrt{1 - \frac{v_i^2}{r_0^2}}$$

$$F_1 = \sqrt{1 - \frac{v_1^2}{r_0^2}} = \sqrt{1 - \frac{47,254}{47,388}} = 0,053$$

$$F_2 = \sqrt{1 - \frac{v_2^2}{r_0^2}} = \sqrt{1 - \frac{46,574}{47,388}} = 0,131$$

$$F_3 = \sqrt{1 - \frac{v_3^2}{r_0^2}} = \sqrt{1 - \frac{44,398}{47,388}} = 0,251$$

$$F_4 = \sqrt{1 - \frac{v_4^2}{r_0^2}} = \sqrt{1 - \frac{0}{47,388}} = 1$$

$$\rho_{eq} = \left[\sum_{i=1}^n \frac{F_i - F_{(i-1)}}{\rho_i} \right]^{-1}$$

$$\rho_{eq} = \left[\frac{F_1 - F_0}{\rho_1} + \frac{F_2 - F_1}{\rho_2} + \frac{F_3 - F_2}{\rho_3} + \frac{F_4 - F_3}{\rho_4} \right]^{-1}$$

$$\rho_{eq} = \left[\frac{0,053 - 0}{100} + \frac{0,131 - 0,053}{250} + \frac{0,251 - 0,131}{500} + \frac{1 - 0,251}{900} \right]^{-1} = 522,405 (\Omega \times m)$$

Calcularemos ahora la resistencia de la malla por el método de Laurent:

$$R_{ML} = \frac{\rho_{eq}}{4 \left(\sqrt{\frac{S}{\pi}} \right)} + \frac{\rho_{eq}}{L_m} = \frac{522,405}{4 \times \sqrt{\frac{150}{\pi}}} + \frac{522,405}{75} = 25,866(\Omega)$$

Ahora calcularemos la resistencia por Schwarz

$$K_1 = 1,43 - \left(\frac{2,3h_e}{\sqrt{S}} \right) - \left[0,044 \left(\frac{A}{B} \right) \right] = 1,43 - \left(\frac{2,3 \times 0,6}{\sqrt{150}} \right) - \left[0,044 \times \left(\frac{15}{10} \right) \right] = 1,251$$

$$K_2 = 5,5 - \left(\frac{8h_e}{\sqrt{S}} \right) + \left[\left(0,15 - \frac{h_e}{\sqrt{S}} \right) \left(\frac{A}{B} \right) \right] = 5,5 - \left(\frac{8 \times 0,6}{\sqrt{150}} \right) + \left[\left(0,15 - \frac{0,6}{\sqrt{150}} \right) \times \left(\frac{15}{10} \right) \right] = 5,260$$

$$R_{MS} = \frac{\rho_{eq}}{\pi L_m} \left[\ln \left(\frac{2L_m}{\sqrt{h_e d}} \right) + \left(\frac{K_1 L_m}{\sqrt{S}} \right) - K_2 \right]$$

$$R_{MS} = \frac{522,405}{\pi \times 75} \times \left[\ln \left(\frac{2 \times 75}{\sqrt{0,6 \times 0,00654}} \right) + \left(\frac{1,251 \times 0,6}{\sqrt{150}} \right) - 5,260 \right] = 22,574(\Omega)$$

Existe otra configuración de puestas a tierra que mezcla los dos dispositivos vistos anteriormente, es decir, los electrodos verticales y los conductores enmallados. También pueden encontrarse en la literatura varias otras, pero en la práctica no son muy utilizadas.

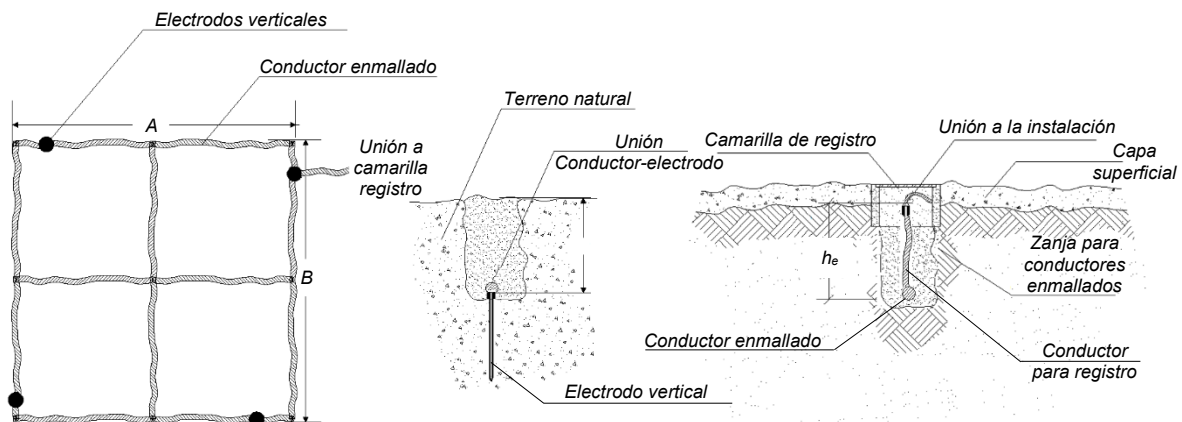


Figura 5 – Conductor enmallado con electrodos verticales

Si la resistencia de la malla determinada por Schwarz la denotamos como R_{MS} , y la resistencia de los electrodos asociados al sistema en conjunto como R_{EL} , tenderemos que las expresiones que permiten determinar la resistencia total de un electrodo enmallado son las siguientes:

$$R_{EL} = \frac{\rho_{eq}}{2\pi L_e n} \times \left[\left(\ln \left(\frac{4L_e}{r_e} \right) - 1 \right) + \left(\frac{2K_1 L_e (\sqrt{n} - 1)^2}{\sqrt{S}} \right) \right]$$

$$R_{ME} = R_{MS} - \frac{\rho_{eq}}{\pi L_m} \left[\ln \left(\frac{L_e}{\sqrt{h_e d}} \right) - 1 \right]$$

$$R_{CV} = \frac{R_{MS} R_{EL} - R_{ME}^2}{R_{MS} + R_{EL} - 2R_{ME}}$$

- R_{EL} : Resistencia del conjunto de electrodos (Ω)
- R_{ME} : Resistencia mutua malla – electrodos (Ω)
- R_{MS} : Resistencia de la malla según Schwarz (Ω)
- R_{CV} : Resistencia del conductor enmallado con electrodos verticales (Ω)
- ρ_{eq} : Resistividad equivalente del terreno ($\Omega \times m$)
- L_e : Largo del electrodo (m)
- L_m : Largo del conductor de la malla (m)
- r_e : Radio del electrodo (m)
- n : Número de electrodos
- S : Superficie de la malla (m^2)
- d : Diámetro del conductor de la malla (m)
- h_e : Profundidad de enterramiento de la malla (m)
- K_1 : Ver ecuación de Schwarz

Tomemos el mismo ejemplo anterior, pero esta vez agreguémosle 4 electrodos de 1,5 mts de largo y $\frac{3}{4}$ " de diámetro y determinemos la resistencia final del conjunto.

$$R_{EL} = \frac{\rho_{eq}}{2\pi L_e n} \times \left[\left(\ln \left(\frac{4L_e}{r_e} \right) - 1 \right) + \left(\frac{2K_1 L_e (\sqrt{n} - 1)^2}{\sqrt{S}} \right) \right]$$

$$R_{EL} = \frac{522,405}{2\pi \times 1,5 \times 4} \times \left[\left(\ln \left(\frac{4 \times 1,5}{0,009525} \right) - 1 \right) + \left(\frac{2 \times 1,251 \times 1,5 \times (\sqrt{4} - 1)^2}{\sqrt{150}} \right) \right] = 79,214$$

$$R_{ME} = R_{MS} - \frac{\rho_{eq}}{\pi L_m} \left[\ln \left(\frac{L_e}{\sqrt{h_e d}} \right) - 1 \right]$$

$$R_{ME} = 22,574 - \frac{522,405}{\pi \times 75} \times \left[\ln \left(\frac{1,5}{\sqrt{0,6 \times 0,00654}} \right) - 1 \right] = 17,750$$

$$R_{CV} = \frac{R_{MS}R_{EL} - R_{ME}^2}{R_{MS} + R_{EL} - 2R_{ME}}$$

$$R_{CV} = \frac{22,574 \times 79,214 - 17,750^2}{22,574 + 79,214 - 2 \times 17,750} = 22,223(\Omega)$$

En conclusión, el estudio de la resistencia de las puestas a tierra constituye un aspecto esencial en el diseño de instalaciones eléctricas seguras y confiables. A lo largo de este documento se revisaron los principales métodos de cálculo aplicables a diferentes configuraciones y condiciones de suelo: desde el modelo clásico de Dwight para terrenos homogéneos, hasta las extensiones propuestas por Sunde para suelos estratificados y las formulaciones de Laurent y Schwarz en el caso de mallas superficiales.

Los ejemplos desarrollados muestran que la resistencia de un electrodo o sistema de puesta a tierra depende fuertemente de la geometría del dispositivo, de la estratificación del terreno y de la interacción entre electrodos cuando se instalan en paralelo. En particular, el método del “colapso de capas” y el enfoque de Burgsdorf–Yakobs permiten aproximar con buena precisión el comportamiento de terrenos multiestratificados, sin necesidad de recurrir a modelos numéricos complejos.

Asimismo, se destaca que el uso combinado de electrodos verticales y conductores enmallados ofrece valores de resistencia significativamente menores, resultando una solución práctica en sistemas de alta exigencia.

En definitiva, la aplicación de los métodos aquí revisados entrega al Ingeniero herramientas confiables para evaluar y optimizar la resistencia de las puestas a tierra, facilitando la toma de decisiones en función de las condiciones particulares del terreno y los requerimientos de seguridad de cada instalación.

Referencias Bibliográficas

Calculation of Resistances to Ground (1936)

Herbert Bristol Dwight
Massachusetts Institute of Technology, USA

Earth Conduction Effects in Transmission Systems (1968)

Erling D. Sunde
Bell Telephone Laboratories, Inc.

IEEE Std 80-2000 (2015)

Guide for Safety in AC Substation Grounding
Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE)

Résistance de prise de terre en plaque enterrée dans un sol homogène (1919)

Pierre Laurent
Revue Générale de l'Électricité, Paris France

Über den Widerstand von Erdungsplatten und Erdungsnetzen (1954)

Hans-Rudolf Schwarz.
Archiv für Elektrotechnik, Vol. 38, pp. 145–152. Zürich, Suiza

Zazemlyayushchie ustroystva elektroustanovok (1987)

(Grounding device of electrical installations)
Burgsdorf V.V., Yakobs A.I.
Energoatomizdat, Moscow

Master Tables and Curves for Vertical Electrical Sounding over Layered Structures (1966)

Enrique Orellana y Harold Mooney
Editorial Interciencia, Madrid España

Earth Electrode Design Principles and Testing (2007)

Rohit Narayan
Master's thesis, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand