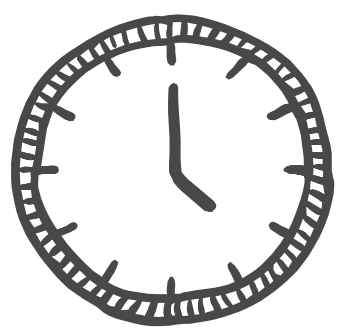
Macroeconomía Dinámica

EC3031 (CEM)

CLASE 6

1

RECESO



Hoy habrá **dos recesos** de 10 minutos:

4:50pm y 5:50pm

2

2

Nuestra agenda de hoy

La importancia de los micro-fundamentos

Introducción a modelos de optimización dinámica en tiempo discreto

Tarea

3

3

Nuestra agenda de hoy

La importancia de los micro-fundamentos

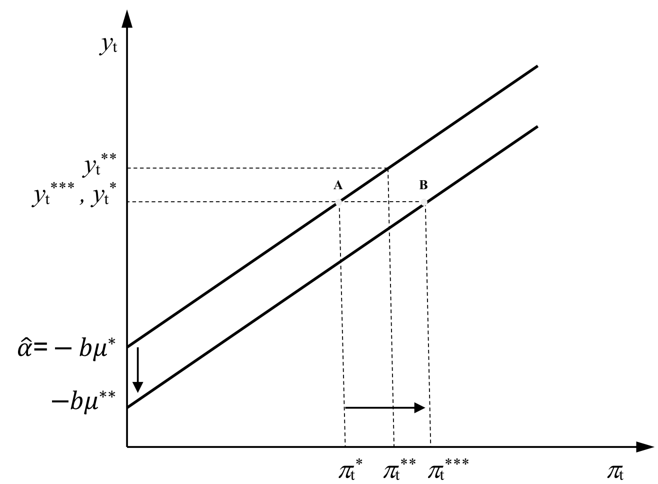
Introducción a modelos de optimización dinámica en tiempo discreto

Tarea

4

4

¿Qué pasa si analizamos una política monetaria expansiva (más μ) y permitir mayor inflación (π_t), con tal de lograr un mayor nivel de y_t?



Sin embargo, resulta que como el incremento de la oferta monetaria μ se encuentra en el parámetro 'profundo' en donde $\hat{\alpha} = -b\mu$ resulta que la curva se mueve hacia abajo.

Así, se pudo haber incrementado más la inflación, pero sin resultado en alcanzar un mayor nivel de producción agregada

5

La 'Crítica de Lucas'

- La idea de Lucas en esta crítica es que cuando uno lleva a cabo una acción de política económica tratando de aprovechar una relación estadística del pasado, es factible que por el simple hecho de llevar a cabo una acción de política económica, la relación estadística de largo plazo cambie

6

La ‘Crítica de Lucas’

- La idea de Lucas en esta crítica es que cuando uno lleva a cabo una acción de política económica tratando de aprovechar una relación estadística del pasado, es factible que por el simple hecho de llevar a cabo una acción de política económica, la relación estadística de largo plazo cambie
- Así, Lucas propone el desarrollo de modelos macroeconómicos estructurales, es decir, que tengan micro-fundamentos para que se conozcan los parámetros ‘profundos’ y entonces se pueda tener una mejor idea de cuáles van a ser los efectos de un cambio de política económica en las variables relevantes

7

Recomendaciones de Lucas

- Desde un punto de vista teórico, Lucas recomienda:

  (1) Crear modelos estructurales con micro-fundamentos en donde las ecuaciones conductuales que describan la dinámica de la economía reflejen la interacción de agentes económicos optimizadores; y

8

Recomendaciones de Lucas

- Desde un punto de vista teórico, Lucas recomienda:
  (1) Crear modelos estructurales con micro-fundamentos en donde las ecuaciones conductuales que describan la dinámica de la economía reflejen la interacción de agentes económicos optimizadores; y
  (2) Modelar las acciones de política económica con cambios en los parámetros, en lugar de cambios en las variables

9

Lucas dio origen a los modelos DSGE

- Lucas marcó un profundo cisma en la macroeconomía tal que los avances se han dado en el marco de los Modelos Dinámicos Estocásticos y de Equilibrio General (o *DSGE*)

10

Lucas dio origen a los modelos DSGE

- Lucas marcó un profundo cisma en la macroeconomía tal que los avances se han dado en el marco de los Modelos Dinámicos Estocásticos y de Equilibrio General (o *DSGE*)
- **Dinámicos**: Deben de decirnos cuándo y cuánto van a durar los efectos de los choques o de las políticas instrumentadas;

11

Lucas dio origen a los modelos DSGE

- Lucas marcó un profundo cisma en la macroeconomía tal que los avances se han dado en el marco de los Modelos Dinámicos Estocásticos y de Equilibrio General (o *DSGE*)
- **Dinámicos**: Deben de decirnos cuándo y cuánto van a durar los efectos de los choques o de las políticas instrumentadas;
- **Estocásticos**: Deben asumir que los individuos actúan con base en expectativas sobre el futuro e incorporar choques que normalmente enfrentan los individuos y las empresas; y

12

Lucas dio origen a los modelos DSGE

- Lucas marcó un profundo cisma en la macroeconomía tal que los avances se han dado en el marco de los Modelos Dinámicos Estocásticos y de Equilibrio General (o *DSGE*)
- **Dinámicos**: Deben de decirnos cuándo y cuánto van a durar los efectos de los choques o de las políticas instrumentadas;
- **Estocásticos**: Deben asumir que los individuos actúan con base en expectativas sobre el futuro e incorporar choques que normalmente enfrentan los individuos y las empresas; y
- **Equilibrio General**: Deben de modelar la macroeconomía entera y cómo interactúan los diferentes agentes. Por eso es necesario especificar tanto las preferencias de los hogares y de las empresas, así como sus restricciones presupuestarias y de tecnología y recursos

13

Dos tipos de modelos DSGE

- En este sentido los modelos DGSE se bifurcaron en:
  (1) **Modelos de Ciclos Económicos Reales** (*Real Business Cycles* o *RBC*): Los choques tecnológicos los que explican los ciclos económicos y desecharon la idea de que los movimientos de la demanda agregada tengan algún efecto real; y

14

Dos tipos de modelos DSGE

- En este sentido los modelos DGSE se bifurcaron en:
  - **(1)** **Modelos de Ciclos Económicos Reales** (*Real Business Cycles* o *RBC*): Los choques tecnológicos los que explican los ciclos económicos y desecharon la idea de que los movimientos de la demanda agregada tengan algún efecto real; y
  - **(2)** **Modelos Neo-Keynesianos** (NK): Fundamentados en los principios metodológicos de los *RBC*, pero reintroduciendo problemas de coordinación e imperfecciones, que hacen que la economía tenga impactos significativos causados por choques en la demanda agregada

15

Ejemplo de un modelo DSGE básico (RBC)

16

Ejemplo de un modelo DSGE básico (RBC)

Hogares

- Maximizan utilidad esperada

  Sujeta a:

  - Restricción presupuestal en términos de consumo, ahorro, salarios y tasa de interés
  - Función de acumulación de capital

17

Ejemplo de un modelo DSGE básico (RBC)

Hogares

- Maximizan utilidad esperada

  Sujeta a:

  - Restricción presupuestal en términos de consumo, ahorro, salarios y tasa de interés
  - Función de acumulación de capital

Empresas

- Maximizan retorno esperado

  Sujeto a:

  - Restricción de tecnología con choques de productividad

18

Ejemplo de un modelo DSGE básico (RBC)

Hogares

- Maximizan utilidad esperada

  Sujeta a:

  - Restricción presupuestal en términos de consumo, ahorro, salarios y tasa de interés
  - Función de acumulación de capital

Condiciones de Primer Orden:

- Modelan el comportamiento en torno a:
- Trabajar y dedicarle tiempo al ocio
- Consumir o ahorrar

Empresas

- Maximizan retorno esperado

  Sujeto a:

  - Restricción de tecnología con choques de productividad

19

Ejemplo de un modelo DSGE básico (RBC)

Hogares

- Maximizan utilidad esperada

  Sujeta a:

  - Restricción presupuestal en términos de consumo, ahorro, salarios y tasa de interés
  - Función de acumulación de capital

Condiciones de Primer Orden:

- Modelan el comportamiento en torno a:
- Trabajar y dedicarle tiempo al ocio
- Consumir o ahorrar

Empresas

- Maximizan retorno esperado

  Sujeto a:

  - Restricción de tecnología con choques de productividad

Condiciones de Primer Orden:

- Modelan el comportamiento de la producción y por lo tanto de demanda de factores de producción, con respecto a los precios relativos de los factores de producción

20

Ejemplo de un modelo DSGE básico (RBC)

Hogares

- Maximizan utilidad esperada

  Sujeta a:

  - Restricción presupuestal en términos de consumo, ahorro, salarios y tasa de interés
  - Función de acumulación de capital

Condiciones de Primer Orden:

- Modelan el comportamiento en torno a:
- Trabajar y dedicarle tiempo al ocio
- Consumir o ahorrar

Empresas

- Maximizan retorno esperado

  Sujeto a:

  - Restricción de tecnología con choques de productividad

Condiciones de Primer Orden:

- Modelan el comportamiento de la producción y por lo tanto de demanda de factores de producción, con respecto a los precios relativos de los factores de producción

Equilibrio General

- Quedan cinco elementos:

(1) Sistema de determinación de precios: Cuatro ecuaciones que describen el equilibrio entre hogares y empresas:

- Salario = f(consumo y ocio)
- Salario = f(Productividad laboral)
- Tasa de interés = f(consumo inter-temporal)
- Tasa de interés = f(Productividad del capital)

(2) Función de producción, función de acumulación de capital y ecuación de choque estocástico de productividad;

(3) Condición de factibilidad:

- Ingreso = Consumo + Inversión

(4) Valores iniciales de producción, consumo, inversión, capital y trabajo; y

(5) Parámetros de las funciones de utilidad y de producción, factor de descuento, tasa de depreciación del capital y del proceso estocástico de productividad

21

Ejemplo de un modelo DSGE básico (RBC)

Hogares

- Maximizan utilidad esperada

  Sujeta a:

  - Restricción presupuestal en términos de consumo, ahorro, salarios y tasa de interés
  - Función de acumulación de capital

Condiciones de Primer Orden:

- Modelan el comportamiento en torno a:
- Trabajar y dedicarle tiempo al ocio
- Consumir o ahorrar

Empresas

- Maximizan retorno esperado

  Sujeto a:

  - Restricción de tecnología con choques de productividad

Condiciones de Primer Orden:

- Modelan el comportamiento de la producción y por lo tanto de demanda de factores de producción, con respecto a los precios relativos de los factores de producción

Equilibrio General

- Quedan cinco elementos:

(1) Sistema de determinación de precios: Cuatro ecuaciones que describen el equilibrio entre hogares y empresas:

- Salario = f(consumo y ocio)
- Salario = f(Productividad laboral)
- Tasa de interés = f(consumo inter-temporal)
- Tasa de interés = f(Productividad del capital)

(2) Función de producción, función de acumulación de capital y ecuación de choque estocástico de productividad;

(3) Condición de factibilidad:

- Ingreso = Consumo + Inversión

Ocho ecuaciones

(4) Valores iniciales de producción, consumo, inversión, capital y trabajo; y

(5) Parámetros de las funciones de utilidad y de producción, factor de descuento, tasa de depreciación del capital y del proceso estocástico de productividad

22

Ejemplo de un modelo DSGE básico (RBC)

Hogares

- Maximizan utilidad esperada

  Sujeta a:

  - Restricción presupuestal en términos de consumo, ahorro, salarios y tasa de interés
  - Función de acumulación de capital

Condiciones de Primer Orden:

- Modelan el comportamiento en torno a:
- Trabajar y dedicarle tiempo al ocio

  Dinámico
- Consumir o ahorrar

Empresas

- Maximizan retorno esperado

  Sujeto a:

  - Restricción de tecnología con choques de productividad

Condiciones de Primer Orden:

- Modelan el comportamiento de la producción y por lo tanto de demanda de factores de producción, con respecto a los precios relativos de los factores de producción

Equilibrio General

- Quedan cinco elementos:

(1) Sistema de determinación de precios: Cuatro ecuaciones que describen el equilibrio entre hogares y empresas:

- Salario = f(consumo y ocio)
- Salario = f(Productividad laboral)
- Tasa de interés = f(consumo inter-temporal)
- Tasa de interés = f(Productividad del capital)

(2) Función de producción, función de acumulación de capital y ecuación de choque estocástico de productividad;

(3) Condición de factibilidad:

- Ingreso = Consumo + Inversión

Ocho ecuaciones

(4) Valores iniciales de producción, consumo, inversión, capital y trabajo; y

(5) Parámetros de las funciones de utilidad y de producción, factor de descuento, tasa de depreciación del capital y del proceso estocástico de productividad

23

Ejemplo de un modelo DSGE básico (RBC)

Hogares

- Maximizan utilidad esperada

  Sujeta a:

  - Restricción presupuestal en términos de consumo, ahorro, salarios y tasa de interés
  - Función de acumulación de capital

Condiciones de Primer Orden:

- Modelan el comportamiento en torno a:
- Trabajar y dedicarle tiempo al ocio

  Dinámico
- Consumir o ahorrar

Empresas

- Maximizan retorno esperado

  Sujeto a:

  - Restricción de tecnología con choques de productividad

    Estocástico

Condiciones de Primer Orden:

- Modelan el comportamiento de la producción y por lo tanto de demanda de factores de producción, con respecto a los precios relativos de los factores de producción

Equilibrio General

- Quedan cinco elementos:

(1) Sistema de determinación de precios: Cuatro ecuaciones que describen el equilibrio entre hogares y empresas:

- Salario = f(consumo y ocio)
- Salario = f(Productividad laboral)
- Tasa de interés = f(consumo inter-temporal)
- Tasa de interés = f(Productividad del capital)

(2) Función de producción, función de acumulación de capital y ecuación de choque estocástico de productividad;

(3) Condición de factibilidad:

- Ingreso = Consumo + Inversión

Ocho ecuaciones

(4) Valores iniciales de producción, consumo, inversión, capital y trabajo; y

(5) Parámetros de las funciones de utilidad y de producción, factor de descuento, tasa de depreciación del capital y del proceso estocástico de productividad

24

Ejemplo de un modelo DSGE básico (RBC)

Equilibrio General

Hogares

- Maximizan utilidad esperada

  Sujeta a:

  - Restricción presupuestal en términos de consumo, ahorro, salarios y tasa de interés
  - Función de acumulación de capital

Condiciones de Primer Orden:

- Modelan el comportamiento en torno a:
- Trabajar y dedicarle tiempo al ocio

Dinámico

- Consumir o ahorrar

Empresas

- Maximizan retorno esperado

  Sujeto a:

  - Restricción de tecnología con choques de productividad

Estocástico

Condiciones de Primer Orden:

- Modelan el comportamiento de la producción y por lo tanto de demanda de factores de producción, con respecto a los precios relativos de los factores de producción

Equilibrio General

- Quedan cinco elementos:

(1) Sistema de determinación de precios: Cuatro ecuaciones que describen el equilibrio entre hogares y empresas:
- Salario = f(consumo y ocio)
- Salario = f(Productividad laboral)
- Tasa de interés = f(consumo inter-temporal)
- Tasa de interés = f(Productividad del capital)

(2) Función de producción, función de acumulación de capital y ecuación de choque estocástico de productividad;

(3) Condición de factibilidad:
- Ingreso = Consumo + Inversión

Ocho ecuaciones

(4) Valores iniciales de producción, consumo, inversión, capital y trabajo; y

(5) Parámetros de las funciones de utilidad y de producción, factor de descuento, tasa de depreciación del capital y del proceso estocástico de productividad

25

Ejemplo de un modelo DSGE básico (RBC)

Equilibrio General

Hogares

- Maximizan utilidad esperada

  Sujeta a:

  - Restricción presupuestal en términos de consumo, ahorro, salarios y tasa de interés
  - Función de acumulación de capital

Condiciones de Primer Orden:

- Modelan el comportamiento en torno a:
- Trabajar y dedicarle tiempo al ocio

Dinámico

- Consumir o ahorrar

Empresas

- Maximizan retorno esperado

  Sujeto a:

  - Restricción de tecnología con choques de productividad

Estocástico

Condiciones de Primer Orden:

- Modelan el comportamiento de la producción y por lo tanto de demanda de factores de producción, con respecto a los precios relativos de los factores de producción

Equilibrio General

- Quedan cinco elementos:

(1) Sistema de determinación de precios: Cuatro ecuaciones que describen el equilibrio entre hogares y empresas:
- Salario = f(consumo y ocio)
- Salario = f(Productividad laboral)
- Tasa de interés = f(consumo inter-temporal)
- Tasa de interés = f(Productividad del capital)

(2) Función de producción, función de acumulación de capital y ecuación de choque estocástico de productividad;

(3) Condición de factibilidad:
- Ingreso = Consumo + Inversión

Ocho ecuaciones

Solución numérica

(4) Valores iniciales de producción, consumo, inversión, capital y trabajo; y

(5) Parámetros de las funciones de utilidad y de producción, factor de descuento, tasa de depreciación del capital y del proceso estocástico de productividad

26

Ya resuelto, se pueden obtener funciones impulso-respuesta a un choque de productividad

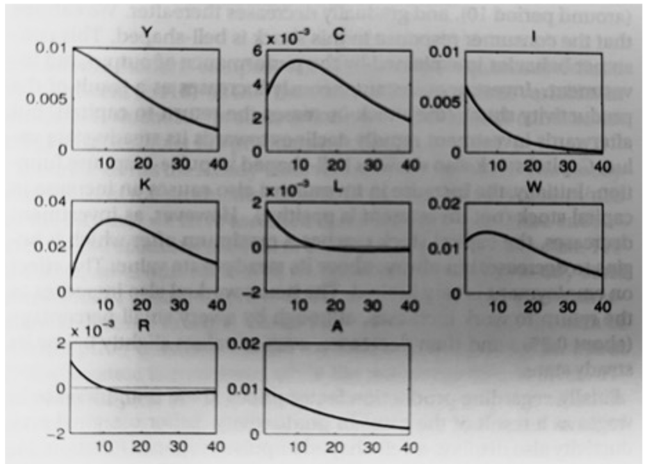


Figure 2.2: Impulse-response functions to a TFP shock

Fuente: **Torres, José A.** *Introduction to Dynamic Macroeconomic General Equilibrium Models.* 2nd ed., Wilmington, DE: Vernon Press, 2015, p. 50

27

…y para poder resolver estos modelos dinámicos, necesitamos…

28

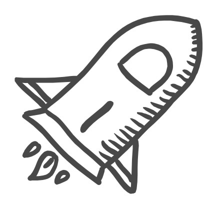
Nuestra agenda de hoy

- La importancia de los micro-fundamentos
- Introducción a modelos de optimización dinámica en tiempo discreto
- Tarea

29

29

Programación Dinámica



Durante la 'Guerra Fría' (1947-1991), existieron al menos cuatro 'carreras' entre los Estados Unidos y la Unión Soviética:

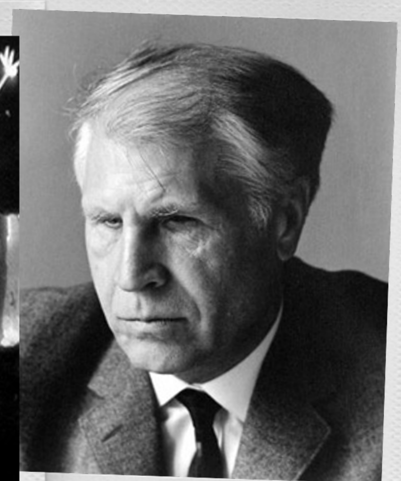
(1) Carrera armamentista;
(2) Carrera espacial, particularmente por llegar a la luna;
(3) Carrera económica (*i.e.* modelo capitalista vs. comunista); y
(4) Carrera matemática

30

30

Richard Bellman
(1920-1984)

Programación Dinámica vs.
Control Óptimo



Lev Pontryagin
(1908-1988)

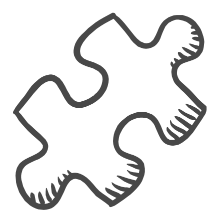
Fuente: Richard Bellman (Wikipedia); Puños (http://az-az-az.com/us-vs-ussr.htm); Lev Pontrgyagin (https://timenote.info)

31

31

Programación Dinámica

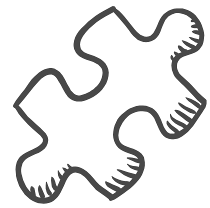
La **Teoría de Control Óptimo** de Pontryagin (OC – *Optimal Control*) nació del Cálculo de Variaciones (Siglo XIX) para dar solución a problemas de optimización dinámica en tiempo continuo ("Principio del Máximo")



32

32

Programación Dinámica



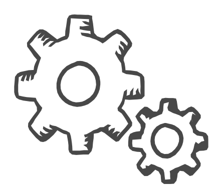
La **Teoría de Control Óptimo** de Pontryagin (OC – *Optimal Control*) nació del Cálculo de Variaciones (Siglo XIX) para dar solución a problemas de optimización dinámica en tiempo continuo ("Principio del Máximo")

Bellman desarrolló el "Principio de Optimalidad", que da origen a la **Programación Dinámica** (DP - *Dynamic Programming*), para encontrar la solución a problemas de optimización dinámica en tiempo discreto

33

33

¿Qué método se utiliza más?



Ambos métodos (OC y DP) se pueden utilizar para resolver problemas de optimización dinámica, pero…

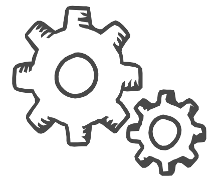
	Tiempo		Características de las variables		
	Continuo	Discreto	Determinístico	Estocástico	Método preferido
(1)	X		X		Control Óptimo
(2)		X	X		
(3)	X			X	
(4)		X		X	

34

34

¿Qué método se utiliza más?

Ambos métodos (OC y DP) se pueden utilizar para resolver problemas de optimización dinámica, pero…



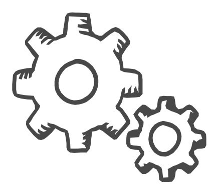
	Tiempo		Características de las variables		
	Continuo	Discreto	Determinístico	Estocástico	Método preferido
(1)	X		X		Control Óptimo
(2)		X	X		Programación Dinámica
(3)	X			X	
(4)		X		X	

35

35

¿Qué método se utiliza más?

Ambos métodos (OC y DP) se pueden utilizar para resolver problemas de optimización dinámica, pero…



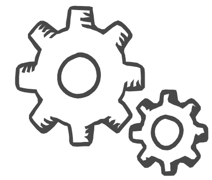
	Tiempo		Características de las variables		
	Continuo	Discreto	Determinístico	Estocástico	Método preferido
(1)	X		X		Control Óptimo
(2)		X	X		Programación Dinámica
(3)	X			X	Programación Dinámica
(4)		X		X	

36

36

¿Qué método se utiliza más?

Ambos métodos (OC y DP) se pueden utilizar para resolver problemas de optimización dinámica, pero…



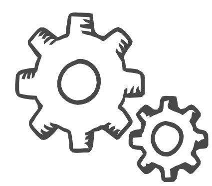
	Tiempo		Características de las variables		
	Continuo	Discreto	Determinístico	Estocástico	Método preferido
(1)	X		X		Control Óptimo
(2)		X	X		Programación Dinámica
(3)	X			X	Programación Dinámica
(4)		X		X	Programación Dinámica

37

37

¿Qué método se utiliza más?

Ambos métodos (OC y DP) se pueden utilizar para resolver problemas de optimización dinámica, pero…



	Tiempo		Características de las variables		
	Continuo	Discreto	Determinístico	Estocástico	Método preferido
(1)	X		X		Control Óptimo
(2)		X	X		Programación Dinámica
(3)	X			X	Programación Dinámica
(4)		X		X	Programación Dinámica

Al final del día, con el método de Lagrange se pueden obtener los mismos resultados que con 'Control Óptimo' o 'Programación Dinámica', pero estas herramientas son mucho más eficientes

38

38

Modelo de Ramsey-Cass-Koopmans → Tiempo continuo vs. discreto

Tiempo continuo

$$\max_{C_t} \int_{t=0}^{\infty} e^{-\beta t} U(C_t) dt$$

sujeto a:

$$\dot{a}_t = w_t + r_t a_t - c_t$$

Ramsey, Frank (1928). "A mathematical theory of saving." *Economic Journal* 38 (diciembre), pp. 543-59.
Cass, David (1965). "Optimum growth in an aggregate model of capital accumulation." *Review of Economic Studies* 32 (julio), pp. 233-40.
Koopmans, Tjalling (1965). "On the concept of optimal economic growth" en *The economic approach to development planning*. Amsterdam, Países Bajos: North Holland

39

39

Modelo de Ramsey-Cass-Koopmans → Tiempo continuo vs. discreto

Tiempo continuo

$$\max_{C_t} \int_{t=0}^{\infty} e^{-\beta t} U(C_t) dt$$

sujeto a:

$$\dot{a}_t = w_t + r_t a_t - c_t$$

Tiempo discreto

$$\max_{\{C_t\}_{t=1}^{\infty}} \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} U(C_t)$$

sujeto a:

$$a_{t+1} = w_t + (1 + r_t)\, a_t - c_t \,, \forall t$$

Ramsey, Frank (1928). "A mathematical theory of saving." *Economic Journal* 38 (diciembre), pp. 543-59.
Cass, David (1965). "Optimum growth in an aggregate model of capital accumulation." *Review of Economic Studies* 32 (julio), pp. 233-40.
Koopmans, Tjalling (1965). "On the concept of optimal economic growth" en *The economic approach to development planning*. Amsterdam, Países Bajos: North Holland

40

40

Modelo de Ramsey-Cass-Koopmans → Tiempo continuo vs. discreto

Tiempo continuo

$$\max_{C_t} \int_{t=0}^{\infty} e^{-\beta t} U(C_t) dt$$

sujeto a:

$$\dot{a}_t = w_t + r_t a_t - c_t$$

Tiempo discreto

$$\max_{\{C_t\}_{t=1}^{\infty}} \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} U(C_t)$$

sujeto a:

$$\overbrace{a_{t+1} - a_t}^{\Delta a_t} = w_t + r_t\, a_t - c_t\,, \forall t$$

Ramsey, Frank (1928). "A mathematical theory of saving." *Economic Journal* 38 (diciembre), pp. 543-59.
Cass, David (1965). "Optimum growth in an aggregate model of capital accumulation." *Review of Economic Studies* 32 (julio), pp. 233-40.
Koopmans, Tjalling (1965). "On the concept of optimal economic growth" en *The economic approach to development planning*. Amsterdam, Países Bajos: North Holland

41

41

El agente representativo y su duración

Los modelos macroeconómicos 'modernos' (post-Lucas) asumen que los individuos se comportan de manera similar en el agregado y que viven eternamente

42

42

El agente representativo y su duración

Los modelos macroeconómicos 'modernos' (post-Lucas) asumen que los individuos se comportan de manera similar en el agregado y que viven eternamente. Claramente el comportamiento de los individuos o agentes económicos sin duda es heterogéneo y no hemos logrado alcanzar la inmortalidad. Sin embargo…

43

43

El agente representativo y su duración

Los modelos macroeconómicos 'modernos' (post-Lucas) asumen que los individuos se comportan de manera similar en el agregado y que viven eternamente. Claramente el comportamiento de los individuos o agentes económicos sin duda es heterogéneo y no hemos logrado alcanzar la inmortalidad. Sin embargo…

(1) **Comportamiento similar en el agregado.** Se utiliza una función de utilidad que 'representa' las preferencias y **describe el comportamiento AGREGADO de la población**. A esto se le llama 'agente representativo'. Lo mismo ocurre cuando se incorporan empresas; y…

44

44

El agente representativo y su duración

(2) **Vida infinita.** Cuando unas personas mueren, otras continúan vivas. Cuando algún gobierno termina, inicia otro y de la misma manera sucede con las empresas

45

45

El agente representativo y su duración

(2) **Vida infinita.** Cuando unas personas mueren, otras continúan vivas. Cuando algún gobierno termina, inicia otro y de la misma manera sucede con las empresas. Pero lo más importante es que cuando las personas, las empresas, los gobiernos o los bancos centrales toman decisiones –como ahorrar o consumir, trabajar o dedicarle tiempo al ocio, invertir, producir, bajar tasas de interés, etc.-, no lo hacen pensando en que se va a terminar su periodo de existencia

46

46

El agente representativo y su duración

(2) **Vida infinita.** Cuando unas personas mueren, otras continúan vivas. Cuando algún gobierno termina, inicia otro y de la misma manera sucede con las empresas. Pero lo más importante es que cuando las personas, las empresas, los gobiernos o los bancos centrales toman decisiones –como ahorrar o consumir, trabajar o dedicarle tiempo al ocio, invertir, producir, bajar tasas de interés, etc.-, no lo hacen pensando en que se va a terminar su periodo de existencia. En este sentido, destaca que **los modelos de optimización de los agentes económicos modelan la toma de decisiones.**

47

47

La optimización del agente representativo

Vamos a ilustrar cómo resolver problemas de optimización dinámica en tiempo discreto, utilizando un modelo sencillo de un consumidor que tiene que decidir cuánto consume y cuánto ahorra (para consumir en el futuro)

48

48

La optimización del agente representativo

Vamos a ilustrar cómo resolver problemas de optimización dinámica en tiempo discreto, utilizando un modelo sencillo de un consumidor que tiene que decidir cuánto consume y cuánto ahorra (para consumir en el futuro)

El consumidor maximiza su utilidad esperada de toda su existencia en función del consumo

49

49

La optimización del agente representativo

Vamos a ilustrar cómo resolver problemas de optimización dinámica en tiempo discreto, utilizando un modelo sencillo de un consumidor que tiene que decidir cuánto consume y cuánto ahorra (para consumir en el futuro)

El consumidor maximiza su utilidad esperada de toda su existencia en función del consumo

sujeto a:

(1) Función de acumulación de los activos en términos del salario y el consumo, en donde el salario es incierto; y
(2) Condición de solvencia

50

50

El problema del agente representativo

$$\max_{\{C_t\}_{t=1}^{\infty}\{A_t\}_{t=2}^{\infty}} E\left[\sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} U(C_t)\right]$$

51

51

El problema del agente representativo

$$\max_{\{C_t\}_{t=1}^{\infty}\{A_t\}_{t=2}^{\infty}} E\left[\sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} U(C_t)\right]$$

En donde:
$U(C_t)$ es una función de utilidad a partir del consumo en t o C_t, $U'(C_t) > 0$ y $U''(C_t) < 0$
β es un factor de descuento, tal que $0 < \beta < 1$

52

52

El problema del agente representativo

$$\max_{\{C_t\}_{t=1}^{\infty}\{A_t\}_{t=2}^{\infty}} E\left[\sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} U(C_t)\right]$$

Sujeto a:

$A_{t+1} = (1 + r_t)\, A_t + \eta_t w_t - C_t$, para toda t

En donde:
$U(C_t)$ es una función de utilidad a partir del consumo en t o C_t,
$U'(C_t) > 0$ y $U''(C_t) < 0$
β es un factor de descuento, tal que $0 < \beta < 1$

53

53

El problema del agente representativo

$$\max_{\{C_t\}_{t=1}^{\infty}\{A_t\}_{t=2}^{\infty}} E\left[\sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} U(C_t)\right]$$

Sujeto a:

$A_{t+1} = (1 + r_t)\, A_t + \eta_t w_t - C_t$, para toda t

En donde:
$U(C_t)$ es una función de utilidad a partir del consumo en t o C_t,
$U'(C_t) > 0$ y $U''(C_t) < 0$
β es un factor de descuento, tal que $0 < \beta < 1$
A_t son los activos que tiene en t,
$A_1 \geq 0$
w_t es el salario que recibe en t,
con un choque estocástico η_t

54

54

El problema del agente representativo

$$\max_{\{C_t\}_{t=1}^{\infty}\{A_t\}_{t=2}^{\infty}} E\left[\sum_{t=1}^{\infty}\beta^{t-1}U(C_t)\right]$$

Sujeto a:

$A_{t+1} = (1 + r_t)\, A_t + \eta_t w_t - C_t$, para toda t

$$\lim_{T\to\infty} A_1(1 + r_1) + \sum_{t=1}^{T}\frac{w_t - C_t}{(1 + r_t)^{t-1}} = 0$$

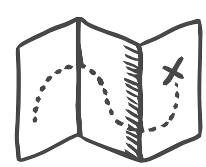
En donde:
$U(C_t)$ es una función de utilidad a partir del consumo en t o C_t, $U'(C_t) > 0$ y $U''(C_t) < 0$
β es un factor de descuento, tal que $0 < \beta < 1$
A_t son los activos que tiene en t, $A_1 \geq 0$
w_t es el salario que recibe en t, con un choque estocástico η_t

55

55

¿Cómo vamos a aprender DP?

	Número de periodos de tiempo	Determinístico / Estocástico	Método de solución
(1)	Tres	Determinístico	Lagrange
(2)	Tres	Determinístico	Función de política
(3)	Tres	Determinístico	Programación Dinámica
(4)	Infinito	Determinístico	Programación Dinámica
(5)	Tres	Estocástico	Programación Dinámica
(6)	Infinito	Estocástico	Programación Dinámica

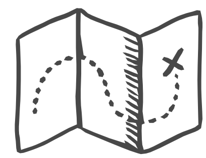


56

56

¿Cómo vamos a aprender DP?

	Número de periodos de tiempo	Determinístico / Estocástico	Método de solución
(1)	Tres	Determinístico	Lagrange
(2)	Tres	Determinístico	Función de política
(3)	Tres	Determinístico	Programación Dinámica
(4)	Infinito	Determinístico	Programación Dinámica
(5)	Tres	Estocástico	Programación Dinámica
(6)	Infinito	Estocástico	Programación Dinámica



57

57

Tres periodos, determinístico

$$\max_{\{C_t\}_{t=1}^{\cancel{\infty}\to 3}\{A_t\}_{t=2}^{\cancel{\infty}\to 3}} E\left[\sum_{t=1}^{\cancel{\infty}\ 3} \beta^{t-1} U(C_t)\right]$$

Sujeto a:

$A_{t+1} = (1 + r_t)\, A_t + \eta_t w_t - C_t$, para toda t

$$\cancel{\lim_{T\to\infty} A_1(1 + r_1) + \sum_{t=1}^{T} \frac{w_t - C_t}{(1 + r_t)^{t-1}} = 0} \rightarrow A_4 \geq 0$$

En donde:
$U(C_t)$ es una función de utilidad a partir del consumo en t o C_t, $U'(C_t) > 0$ y $U''(C_t) < 0$
β es un factor de descuento, tal que $0 < \beta < 1$
A_t son los activos que tiene en t, $A_1 \geq 0$
w_t es el salario que recibe en t

58

58

Tres periodos, determinístico

$$\max_{\{C_t\}_{t=1}^{\cancel{\infty}\to 3}\{A_t\}_{t=2}^{\cancel{\infty}\to 4}} \cancel{E}\left[\sum_{t=1}^{\cancel{\infty}\to 3}\beta^{t-1}U(C_t)\right]$$

Sujeto a:

$A_{t+1} = (1+r_t)\,A_t + \cancel{r_t}\,w_t - C_t$, para toda t

$$\cancel{\lim_{T\to\infty} A_1(1+r_1)+\sum_{t=1}^{T}\frac{w_t-C_t}{(1+r_t)^{t-1}}=0} \to A_4 \geq 0$$

En donde:
$U(C_t)$ es una función de utilidad a partir del consumo en t o C_t, $U'(C_t) > 0$ y $U''(C_t) < 0$
β es un factor de descuento, tal que $0 < \beta < 1$
A_t son los activos que tiene en t, $A_1 \geq 0$
w_t es el salario que recibe en t

59

59

Tres periodos, determinístico

$$\max_{\{C_t\}_{t=1}^{3}\{A_t\}_{t=2}^{4}} \sum_{t=1}^{3}\beta^{t-1}U(C_t)$$

sujeto a:

$A_{t+1} = (1+r_t)\,A_t + w_t - C_t$, para toda t

$A_4 \geq 0$

60

60

(1) Tres periodos, determinístico
→ Método de solución: Lagrange

$$\max_{\{C_t\}_{t=1}^{3}\{A_t\}_{t=2}^{4}} \sum_{t=1}^{3} \beta^{t-1} U(C_t)$$

sujeto a:

$$A_{t+1} = (1 + r_t)\, A_t + w_t - C_t \text{ , para toda } t$$
$$A_4 \geq 0$$

$$\mathcal{L} = \sum_{t=1}^{3} \beta^{t-1} U(C_t) + \sum_{t=1}^{3} \lambda_t [(1 + r_t)\, A_t + w_t - C_t - A_{t+1}]$$

61

61

Función de utilidad logarítmica

$$U(C_t) = \ln C_t \;, C_t > 0$$

$$U'(C_t) = \frac{\partial U(C_t)}{\partial C_t} = \frac{1}{C_t} > 0$$

$$U''(C_t) = \frac{\partial^2 U(C_t)}{\partial {C_t}^2} = -\frac{1}{{C_t}^2} < 0$$

62

62

Condiciones de Inada (1963)

$$\lim_{C_t \to 0} U'(C_t) = \infty\, ; \lim_{C_t \to 0} \frac{1}{C_t} = \infty$$

$$\lim_{C_t \to \infty} U'(C_t) = 0\, ; \lim_{C_t \to \infty} \frac{1}{C_t} = 0$$

Inada, Ken-Ichi (1963), "On the two-sector model of economic Growth: Comments and a generalization". *Review of Economic Studies*, 30 (junio), pp. 119-27.

63

63

Problema de optimización con función de utilidad logarítmica

$$\max_{\{C_t\}_{t=1}^{3}\{A_t\}_{t=2}^{4}} \sum_{t=1}^{3} \beta^{t-1} \ln C_t$$

sujeto a:

$$A_{t+1} = (1 + r_t)\, A_t + w_t - C_t \text{ , para toda } t$$
$$A_4 \geq 0$$

$$\mathcal{L} = \textstyle\sum_{t=1}^{3} \beta^{t-1} \ln C_t + \sum_{t=1}^{3} \lambda_t [(1 + r_t)\, A_t + w_t - C_t - A_{t+1}]$$

64

64

Modelo determinístico de tres periodos – Método de Lagrange

$$\mathcal{L} = \beta^{0} \ln C_1 + \beta^{1} \ln C_2 + \beta^{2} \ln C_3 + \lambda_1[(1 + r_1)\, A_1 + w_1 - C_1 - A_2] + \lambda_2[(1 + r_2)\, A_2 + w_2 - C_2 - A_3] + \lambda_3[(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 - A_4]$$

65

65

Modelo determinístico de tres periodos – Método de Lagrange

0

$$\mathcal{L} = \beta^{0} \ln C_1 + \beta^{1} \ln C_2 + \beta^{2} \ln C_3 + \lambda_1[(1 + r_1)\, A_1 + w_1 - C_1 - A_2] + \lambda_2[(1 + r_2)\, A_2 + w_2 - C_2 - A_3] + \lambda_3[(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 - A_4]$$

66

66

Modelo determinístico de tres periodos – Método de Lagrange

ERROR

67

Modelo determinístico de tres periodos – Método de Lagrange

1

$$\mathcal{L} = \cancel{\beta^0} \ln C_1 + \beta^1 \ln C_2 + \beta^2 \ln C_3 + \lambda_1[(1 + r_1)\, A_1 + w_1 - C_1 - A_2] + \lambda_2[(1 + r_2)\, A_2 + w_2 - C_2 - A_3] + \lambda_3[(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 - A_4]$$

68

Modelo determinístico de tres periodos – Método de Lagrange

$$\mathcal{L} = \overset{1}{\cancel{\beta^0}} \ln C_1 + \overset{\beta}{\cancel{\beta^1}} \ln C_2 + \beta^2 \ln C_3 + \lambda_1[(1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1 - A_2] + \lambda_2[(1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2 - A_3] + \lambda_3[(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4]$$

69

69

Modelo determinístico de tres periodos – Método de Lagrange

$$\mathcal{L} = \overset{1}{\cancel{\beta^0}} \ln C_1 + \overset{\beta}{\cancel{\beta^1}} \ln C_2 + \beta^2 \ln C_3 + \lambda_1[(1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1 - A_2] + \lambda_2[(1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2 - A_3] + \lambda_3[(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4]$$

FOC (First-Order Conditions)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0$ $\quad \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_4}$?

70

70

Modelo determinístico de tres periodos – Método de Lagrange

$$\mathcal{L} = \overset{1}{\cancel{\beta^0}} \ln C_1 + \overset{\beta}{\cancel{\beta^1}} \ln C_2 + \beta^2 \ln C_3 + \lambda_1[(1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1 - A_2] + \lambda_2[(1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2 - A_3] + \lambda_3[(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4]$$

FOC (First-Order Conditions)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$……………(1) $\quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$ $\quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0$ $\quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_4}$?

71

Modelo determinístico de tres periodos – Método de Lagrange

$$\mathcal{L} = \overset{1}{\cancel{\beta^0}} \ln C_1 + \overset{\beta}{\cancel{\beta^1}} \ln C_2 + \beta^2 \ln C_3 + \lambda_1[(1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1 - A_2] + \lambda_2[(1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2 - A_3] + \lambda_3[(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4]$$

FOC (First-Order Conditions)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$……………(1) $\quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$……………(2) $\quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0$ $\quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_4}$?

72

Modelo determinístico de tres periodos – Método de Lagrange

$$\mathcal{L} = \overset{1}{\cancel{\beta^0}} \ln C_1 + \overset{\beta}{\cancel{\beta^1}} \ln C_2 + \beta^2 \ln C_3 + \lambda_1[(1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1 - A_2] + \lambda_2[(1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2 - A_3] + \lambda_3[(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4]$$

FOC (First-Order Conditions)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$……………(1) $\quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_1 + \lambda_2(1+r_2) = 0$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$……………(2) $\quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0$…………..(3) $\quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_4}$?

73

73

Modelo determinístico de tres periodos – Método de Lagrange

$$\mathcal{L} = \overset{1}{\cancel{\beta^0}} \ln C_1 + \overset{\beta}{\cancel{\beta^1}} \ln C_2 + \beta^2 \ln C_3 + \lambda_1[(1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1 - A_2] + \lambda_2[(1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2 - A_3] + \lambda_3[(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4]$$

FOC (First-Order Conditions)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$……………(1) $\quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_1 + \lambda_2(1+r_2) = 0$…….(4)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$……………(2) $\quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_2 + \lambda_3(1+r_3) = 0$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0$…………..(3) $\quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_4}$?

74

74

Modelo determinístico de tres periodos – Método de Lagrange

$$\mathcal{L} = \overset{1}{\beta^0} \ln C_1 + \overset{\beta}{\beta^1} \ln C_2 + \beta^2 \ln C_3 + \lambda_1[(1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1 - A_2] +$$
$$\lambda_2[(1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2 - A_3] +$$
$$\lambda_3[(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4]$$

FOC (First-Order Conditions)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$……………(1) $\quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_1 + \lambda_2(1+r_2) = 0$…….(4)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$…………..(2) $\quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_2 + \lambda_3(1+r_3) = 0$…….(5)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0$…………..(3) $\quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_4}$? ? $A_4 \geq 0$?

75

75

Modelo determinístico de tres periodos – Método de Lagrange

$$\mathcal{L} = \overset{1}{\beta^0} \ln C_1 + \overset{\beta}{\beta^1} \ln C_2 + \beta^2 \ln C_3 + \lambda_1[(1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1 - A_2] +$$
$$\lambda_2[(1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2 - A_3] +$$
$$\lambda_3[(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4]$$

FOC (First-Order Conditions)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$……………(1) $\quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_1 + \lambda_2(1+r_2) = 0$…….(4)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$…………..(2) $\quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_2 + \lambda_3(1+r_3) = 0$…….(5)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0$…………..(3) $\quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_4} \leq 0 \Leftrightarrow -\lambda_3 \leq 0$

76

76

Modelo determinístico de tres periodos – Método de Lagrange

$$\mathcal{L} = \cancelto{1}{\beta^0} \ln C_1 + \cancelto{\beta}{\beta^1} \ln C_2 + \beta^2 \ln C_3 + \lambda_1[(1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1 - A_2] + \lambda_2[(1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2 - A_3] + \lambda_3[(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4]$$

FOC (First-Order Conditions)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$……………(1)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$……………(2)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0$……………(3)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_1 + \lambda_2(1+r_2) = 0$…….(4)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_2 + \lambda_3(1+r_3) = 0$…….(5)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_4} \leq 0 \Leftrightarrow -\lambda_3 \leq 0; A_4 \geq 0$

77

77

Modelo determinístico de tres periodos – Método de Lagrange

$$\mathcal{L} = \cancelto{1}{\beta^0} \ln C_1 + \cancelto{\beta}{\beta^1} \ln C_2 + \beta^2 \ln C_3 + \lambda_1[(1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1 - A_2] + \lambda_2[(1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2 - A_3] + \lambda_3[(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4]$$

FOC (First-Order Conditions)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$……………(1)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$……………(2)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0$……………(3)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_1 + \lambda_2(1+r_2) = 0$…….(4)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_2 + \lambda_3(1+r_3) = 0$…….(5)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_4} \leq 0 \Leftrightarrow \underline{-\lambda_3 \leq 0}; \underline{A_4 \geq 0}; \underline{A_4 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_4} = 0}$

$\lambda_3 \geq 0$

78

78

Modelo determinístico de tres periodos – Método de Lagrange

$$\mathcal{L} = \overset{1}{\cancel{\beta^0}} \ln C_1 + \overset{\beta}{\cancel{\beta^1}} \ln C_2 + \beta^2 \ln C_3 + \lambda_1[(1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1 - A_2] + \lambda_2[(1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2 - A_3] + \lambda_3[(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4]$$

FOC (First-Order Conditions)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$……………(1)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$……………(2)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0$……………(3)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_1 + \lambda_2(1+r_2) = 0$…….(4)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_2 + \lambda_3(1+r_3) = 0$…….(5)

$$\underbrace{\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_4} \leq 0 \Leftrightarrow -\lambda_3 \leq 0;\, A_4 \geq 0;\, A_4 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_4} = 0}_{\text{Condiciones de Kuhn-Tucker}}$$

79

79

Modelo determinístico de tres periodos – Método de Lagrange

$$\mathcal{L} = \ln C_1 + \beta \ln C_2 + \beta^2 \ln C_3 + \lambda_1[(1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1 - A_2] + \lambda_2[(1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2 - A_3] + \lambda_3[(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4]$$

FOC (First-Order Conditions)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$……………(1)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$……………(2)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0$……………(3)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_1 + \lambda_2(1+r_2) = 0$…….(4)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_2 + \lambda_3(1+r_3) = 0$…….(5)

$$\underbrace{\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_4} \leq 0 \Leftrightarrow -\lambda_3 \leq 0;\, A_4 \geq 0;\, A_4 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_4} = 0}_{\text{Condiciones de Kuhn-Tucker}}$$

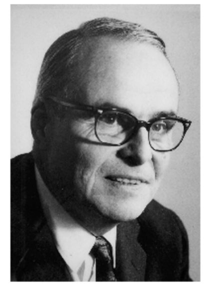
80

80

Digresión: Condiciones de Karush-Kuhn-Tucker

William Karush
(1917-1997)

Harold W. Kuhn
(1925-2014)



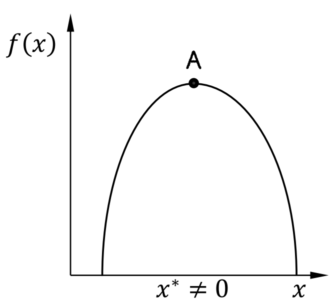
Albert W. Tucker
(1905-1995)

81

81

Digresión: Condiciones de Kuhn-Tucker

Solución interior

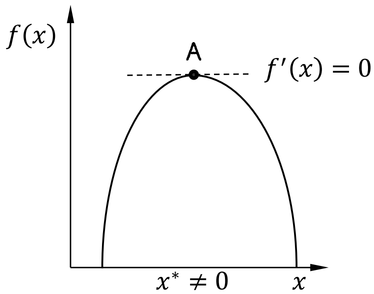


82

82

Digresión: Condiciones de Kuhn-Tucker

Solución interior

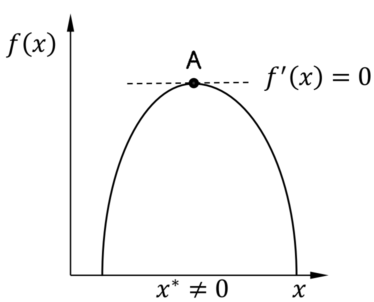


83

83

Digresión: Condiciones de Kuhn-Tucker

Solución interior



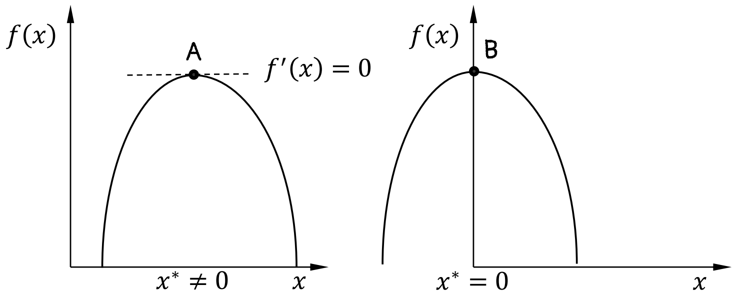
$x^* \neq 0$ y $f'(x) = 0$

84

84

Digresión: Condiciones de Kuhn-Tucker

Solución interior   Solución de frontera



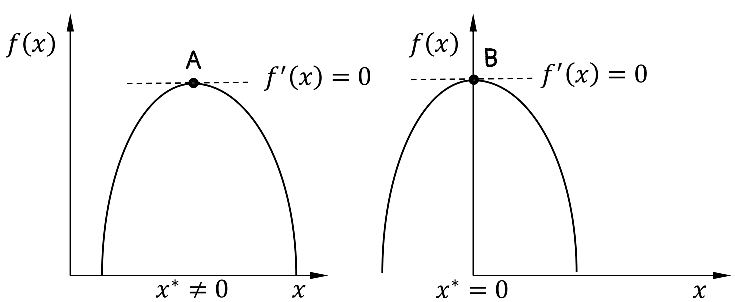
$x^* \neq 0$ y $f'(x) = 0$

85

85

Digresión: Condiciones de Kuhn-Tucker

Solución interior   Solución de frontera



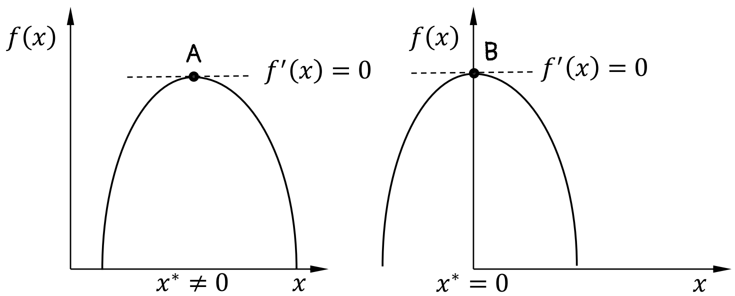
$x^* \neq 0$ y $f'(x) = 0$

86

86

Digresión: Condiciones de Kuhn-Tucker

Solución interior — Solución de frontera



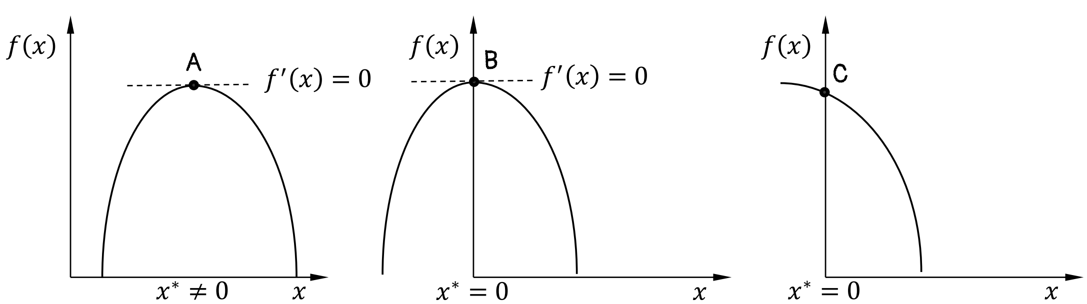
$x^* \neq 0$ y $f'(x) = 0$ — $x^* = 0$ y $f'(x) = 0$

87

87

Digresión: Condiciones de Kuhn-Tucker

Solución interior — Solución de frontera — Máximo local[1]



$x^* \neq 0$ y $f'(x) = 0$ — $x^* = 0$ y $f'(x) = 0$

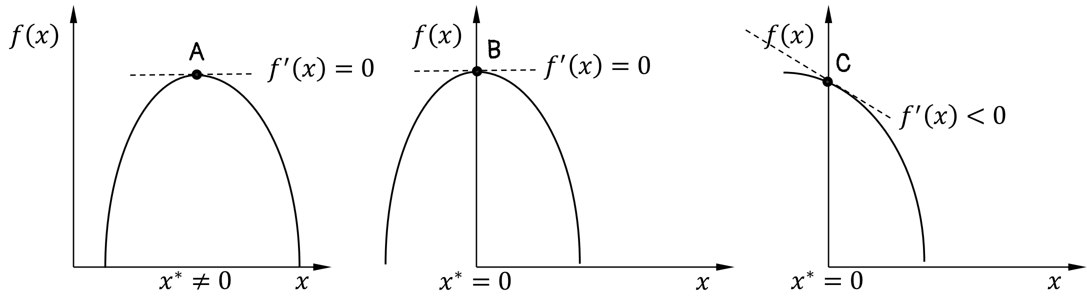
1. Puede ser también mínimo.

88

88

Digresión: Condiciones de Kuhn-Tucker

Solución interior | **Solución de frontera** | **Máximo local[1]**



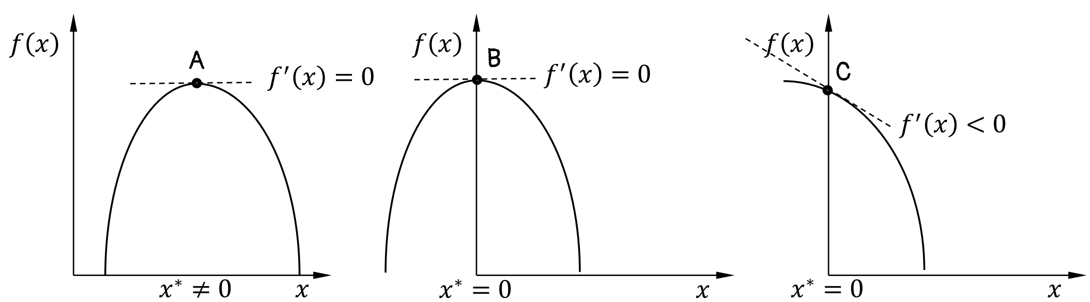
$x^* \neq 0$ y $f'(x) = 0$ $\qquad$ $x^* = 0$ y $f'(x) = 0$

1. Puede ser también mínimo.

89

Digresión: Condiciones de Kuhn-Tucker

Solución interior | **Solución de frontera** | **Máximo local[1]**



$x^* \neq 0$ y $f'(x) = 0$ $\qquad$ $x^* = 0$ y $f'(x) = 0$ $\qquad$ $x^* = 0$ y $f'(x) < 0$

1. Puede ser también mínimo.

90

Digresión: Condiciones de Kuhn-Tucker

$x^* \neq 0$ y $f'(x) = 0$ $\quad$ $x^* = 0$ y $f'(x) = 0$ $\quad$ $x^* = 0$ y $f'(x) < 0$

$$f'(x) \leq 0\,; \quad x \geq 0\,; \quad \text{y} \quad xf'(x) = 0$$

91

91

Digresión: Condiciones de Kuhn-Tucker

$x^* \neq 0$ y $f'(x) = 0$ $\quad$ $x^* = 0$ y $f'(x) = 0$ $\quad$ $x^* = 0$ y $f'(x) < 0$

$$\underbrace{f'(x) \leq 0\,; \quad x \geq 0\,;}_{\text{La variable } x^* \text{ o } f'(x) \text{ pueden o no ser cero}} \quad \text{y} \quad \underbrace{xf'(x) = 0}_{\text{Pero al menos una de las dos tiene que ser cero}}$$

92

92

Para un problema de optimización no lineal con n variables y m restricciones, las Condiciones de Karush-Kuhn-Tucker son:

Problema de maximización

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_i} \leq 0; \qquad x_i \geq 0; \qquad x_i \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_i} = 0 \quad \text{para } i = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_j} \geq 0; \qquad \lambda_j \geq 0; \qquad \lambda_j \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_j} = 0 \quad \text{para } j = 1, 2, 3, \dots, m$$

Fuente: **Chiang, Alpha C.** (1984). *Fundamental Methods of Mathematical Economics*. 3a edición. Nueva York; NY: McGraw-Hill, pp. 722-30.

93

93

Para un problema de optimización no lineal con n variables y m restricciones, las Condiciones de Karush-Kuhn-Tucker son:

Problema de maximización

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_i} \leq 0; \qquad x_i \geq 0; \qquad x_i \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_i} = 0 \quad \text{para } i = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_j} \geq 0; \qquad \lambda_j \geq 0; \qquad \lambda_j \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_j} = 0 \quad \text{para } j = 1, 2, 3, \dots, m$$

Problema de minimización

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_i} \geq 0; \qquad x_i \geq 0; \qquad x_i \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_i} = 0 \quad \text{para } i = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_j} \leq 0; \qquad \lambda_j \geq 0; \qquad \lambda_j \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_j} = 0 \quad \text{para } j = 1, 2, 3, \dots, m$$

Fuente: **Chiang, Alpha C.** (1984). *Fundamental Methods of Mathematical Economics*. 3a edición. Nueva York; NY: McGraw-Hill, pp. 722-30.

94

94

Condiciones de Karush-Kuhn-Tucker en la tercera restricción (expresión 6)

$$\mathcal{L} = \ln C_1 + \beta \ln C_2 + \beta^2 \ln C_3 + \lambda_1[(1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1 - A_2] + \lambda_2[(1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2 - A_3] + \lambda_3[(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4]$$

Restricción: $A_4 \geq 0$

Condiciones de Karush-Kuhn-Tucker:

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_4} \leq 0;$ $\quad A_4 \geq 0;$ $\quad A_4 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_4} = 0$ $\qquad -\lambda_3 \leq 0;$ $\quad A_4 \geq 0;$ $\quad A_4(-\lambda_3) = 0$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_3} \geq 0;$ $\quad \lambda_3 \geq 0;$ $\quad \lambda_3 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_3} = 0$ $\qquad (1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4 \geq 0;$ $\quad \lambda_3 \geq 0;$ $\quad \lambda_3[(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4] = 0$

95

$-\lambda_3 \leq 0;$ $\quad A_4 \geq 0;$ $\quad A_4(-\lambda_3) = 0$

$(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4 \geq 0;$ $\quad \lambda_3 \geq 0;$ $\quad \lambda_3[(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4] = 0$

96

$-\lambda_3 \leq 0;$ $\quad A_4 \geq 0;\ A_4(-\lambda_3) = 0$

$(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 - A_4 \geq 0;\ \lambda_3 \geq 0;\ \lambda_3[(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 - A_4] = 0$

$\lambda_3 \geq 0;$ $\quad A_4 \geq 0;\ A_4(-\lambda_3) = 0$

$(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 \geq A_4;$ $\quad \lambda_3 \geq 0;\ \lambda_3[(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 - A_4] = 0$

97

97

$-\lambda_3 \leq 0;$ $\quad A_4 \geq 0;\ A_4(-\lambda_3) = 0$

$(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 - A_4 \geq 0;\ \lambda_3 \geq 0;\ \lambda_3[(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 - A_4] = 0$

$\lambda_3 \geq 0;$ $\quad A_4 \geq 0;\ A_4(-\lambda_3) = 0$

$(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 \geq A_4;$ $\quad \lambda_3 \geq 0;\ \lambda_3[(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 - A_4] = 0$

Si al final de su vida, el agente representativo deja activos sin consumir, *i.e.* $A_4 > 0$, entonces $\lambda_3 = 0$ para que se cumpla la condición $A_4(-\lambda_3) = 0$

98

98

$-\lambda_3 \leq 0;$ $A_4 \geq 0;$ $A_4(-\lambda_3) = 0$
$(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 - A_4 \geq 0;$ $\lambda_3 \geq 0;$ $\lambda_3[(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 - A_4] = 0$

$\lambda_3 \geq 0;$ $A_4 \geq 0;$ $A_4(-\lambda_3) = 0$
$(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 \geq A_4;$ $\lambda_3 \geq 0;$ $\lambda_3[(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 - A_4] = 0$

Si al final de su vida, el agente representativo deja activos sin consumir, *i.e.* $A_4 > 0$, entonces $\lambda_3 = 0$ para que se cumpla la condición $A_4(-\lambda_3) = 0$. Lambda (λ_3) se interpreta como cuánto puede incrementarse la utilidad del agente representativo ($\ln C_3$) si aumenta la restricción (*i.e.* A_4)

99

99

$-\lambda_3 \leq 0;$ $A_4 \geq 0;$ $A_4(-\lambda_3) = 0$
$(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 - A_4 \geq 0;$ $\lambda_3 \geq 0;$ $\lambda_3[(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 - A_4] = 0$

$\lambda_3 \geq 0;$ $A_4 \geq 0;$ $A_4(-\lambda_3) = 0$
$(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 \geq A_4;$ $\lambda_3 \geq 0;$ $\lambda_3[(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 - A_4] = 0$

Si al final de su vida, el agente representativo deja activos sin consumir, *i.e.* $A_4 > 0$, entonces $\lambda_3 = 0$ para que se cumpla la condición $A_4(-\lambda_3) = 0$. Lambda (λ_3) se interpreta como cuánto puede incrementarse la utilidad del agente representativo ($\ln C_3$) si aumenta la restricción (*i.e.* A_4), por lo que si $\lambda_3 = 0$, eso quiere decir que la utilidad del agente representativo no aumenta al dejar activos sin consumir al final de su vida

10
0

100

$-\lambda_3 \leq 0;$ $A_4 \geq 0;$ $A_4(-\lambda_3) = 0$
$(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 - A_4 \geq 0;$ $\lambda_3 \geq 0;$ $\lambda_3[(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 - A_4] = 0$

$\lambda_3 \geq 0;$ $A_4 \geq 0;$ $A_4(-\lambda_3) = 0$
$(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 \geq A_4;$ $\lambda_3 \geq 0;$ $\lambda_3[(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 - A_4] = 0$

Si al final de su vida, el agente representativo deja activos sin consumir, *i.e.* $A_4 > 0$, entonces $\lambda_3 = 0$ para que se cumpla la condición $A_4(-\lambda_3) = 0$. Lambda (λ_3) se interpreta como cuánto puede incrementarse la utilidad del agente representativo ($\ln C_3$) si aumenta la restricción (*i.e.* A_4), por lo que si $\lambda_3 = 0$, eso quiere decir que la utilidad del agente representativo no aumenta al dejar activos sin consumir al final de su vida. Desde esta perspectiva, es óptimo consumir todos los activos en vida, *i.e.* $A_4 = 0$

10
1

101

$$\mathcal{L} = \ln C_1 + \beta \ln C_2 + \beta^2 \ln C_3 + \lambda_1[(1 + r_1)\, A_1 + w_1 - C_1 - A_2] + \lambda_2[(1 + r_2)\, A_2 + w_2 - C_2 - A_3] + \lambda_3[(1 + r_3)\, A_3 + w_3 - C_3 - A_4]$$

FOC (First-Order Conditions)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$……………(1) $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_1 + \lambda_2(1 + r_2) = 0$…….(4)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$…………..(2) $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_2 + \lambda_3(1 + r_3) = 0$…….(5)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0$…………..(3) $A_4 = 0$……………………………………………….(6)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} = 0;\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} = 0;\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_3} = 0$

10
2

102

$$\mathcal{L} = \ln C_1 + \beta \ln C_2 + \beta^2 \ln C_3 + \lambda_1[(1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1 - A_2] + \lambda_2[(1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2 - A_3] + \lambda_3[(1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 - A_4]$$

FOC (First-Order Conditions) .

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$……………(1)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$……………(2)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0$……………(3)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_1 + \lambda_2(1+r_2) = 0$…….(4)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_2 + \lambda_3(1+r_3) = 0$…….(5)

$A_4 = 0$……………………………………………(6)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} = 0 \Leftrightarrow (1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1 - A_2 = 0$………………………………………(7)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} = 0 \Leftrightarrow (1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2 - A_3 = 0$………………………………………(8)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_3} = 0 \Leftrightarrow (1+r_3)\,A_3 + w_3 - C_3 = 0$……………………………………………(9)

103

103

El objetivo aquí es que encontremos $C_1^*, C_2^*, C_3^*, A_2^*$ y A_3^* (A_1 es un parámetro y $A_4^* = 0$) en términos de los parámetros (*i.e.* $r_1, r_2, r_3, w_1, w_2, w_3$ y claramente β)

104

104

El objetivo aquí es que encontremos $C_1^*, C_2^*, C_3^*, A_2^*$ y A_3^* (A_1 es un parámetro y $A_4^* = 0$) en términos de los parámetros (*i.e.* $r_1, r_2, r_3, w_1, w_2, w_3$ y claramente β)

Para para lograrlo, vamos a hacerlo en dos pasos:

10
5

105

El objetivo aquí es que encontremos $C_1^*, C_2^*, C_3^*, A_2^*$ y A_3^* (A_1 es un parámetro y $A_4^* = 0$) en términos de los parámetros (*i.e.* $r_1, r_2, r_3, w_1, w_2, w_3$ y claramente β)

Para para lograrlo, vamos a hacerlo en dos pasos:

(1) Eliminar las lambdas utilizando las primeras seis condiciones de primer orden (1-6); y en lugar de utilizar las condiciones de primer orden asociadas a las restricciones (7, 8 y 9), vamos a…

10
6

106

El objetivo aquí es que encontremos $C_1^*, C_2^*, C_3^*, A_2^*$ y A_3^* (A_1 es un parámetro y $A_4^* = 0$) en términos de los parámetros (*i.e.* $r_1, r_2, r_3, w_1, w_2, w_3$ y claramente β)

Para para lograrlo, vamos a hacerlo en dos pasos:

(1) Eliminar las lambdas utilizando las primeras seis condiciones de primer orden (1-6); y en lugar de utilizar las condiciones de primer orden asociadas a las restricciones (7, 8 y 9), vamos a…

(2) Utilizar la restricción presupuestaria consolidada de 'toda la vida' del agente representativo (paso 'nuevo')

10
7

107

Paso 1: Eliminar las lambdas

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_1 + \lambda_2(1 + r_2) = 0 \ldots\ldots(4)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_2 + \lambda_3(1 + r_3) = 0 \ldots\ldots(5)$$

$$A_4 = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(6)$$

10
8

108

Paso 1: Eliminar las lambdas

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$……………(1)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$……………(2)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0$……………(3)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_1 + \lambda_2(1 + r_2) = 0$…….(4)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_2 + \lambda_3(1 + r_3) = 0$…….(5)

$A_4 = 0$………………………………………………(6)

Despejamos $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ de (1), (2) y (3)

10
9

109

Paso 1: Eliminar las lambdas

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$……………(1)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$……………(2)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0$……………(3)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_1 + \lambda_2(1 + r_2) = 0$…….(4)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_2 + \lambda_3(1 + r_3) = 0$…….(5)

$A_4 = 0$………………………………………………(6)

Despejamos $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ de (1), (2) y (3)

$\frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0 \Leftrightarrow \lambda_1 = \frac{1}{C_1}$…………………(1b)

11
0

110

Paso 1: Eliminar las lambdas

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$..............(1)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$..............(2)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0$.............(3)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_1 + \lambda_2(1 + r_2) = 0$.......(4)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_2 + \lambda_3(1 + r_3) = 0$.......(5)

$A_4 = 0$..(6)

Despejamos $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ de (1), (2) y (3)

$\frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0 \Leftrightarrow \lambda_1 = \frac{1}{C_1}$...................(1b)

$\frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0 \Leftrightarrow \lambda_2 = \frac{\beta}{C_2}$...................(2b)

11
1

111

Paso 1: Eliminar las lambdas

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$..............(1)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$..............(2)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0$.............(3)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_1 + \lambda_2(1 + r_2) = 0$.......(4)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_2 + \lambda_3(1 + r_3) = 0$.......(5)

$A_4 = 0$..(6)

Despejamos $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ de (1), (2) y (3)

$\frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0 \Leftrightarrow \lambda_1 = \frac{1}{C_1}$...................(1b)

$\frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0 \Leftrightarrow \lambda_2 = \frac{\beta}{C_2}$...................(2b)

$\frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0 \Leftrightarrow \lambda_3 = \frac{\beta^2}{C_3}$...................(3b)

11
2

112

Paso 1: Eliminar las lambdas

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$..............(1)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$..............(2)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0$.............(3)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_1 + \lambda_2(1 + r_2) = 0$.......(4)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_2 + \lambda_3(1 + r_3) = 0$.......(5)

$A_4 = 0$...(6)

Despejamos $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ de (1), (2) y (3)

$\frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0 \Leftrightarrow \lambda_1 = \frac{1}{C_1}$...................(1b)

$\frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0 \Leftrightarrow \lambda_2 = \frac{\beta}{C_2}$...................(2b)

$\frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0 \Leftrightarrow \lambda_3 = \frac{\beta^2}{C_3}$...................(3b)

Substituimos (1b) y (2b) en (4):

$\frac{\beta}{C_2}(1 + r_2) = \frac{1}{C_1}$ ....(10)

113

113

Paso 1: Eliminar las lambdas

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0$..............(1)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0$..............(2)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0$.............(3)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_2} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_1 + \lambda_2(1 + r_2) = 0$.......(4)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_3} = 0 \Leftrightarrow -\lambda_2 + \lambda_3(1 + r_3) = 0$.......(5)

$A_4 = 0$...(6)

Despejamos $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ de (1), (2) y (3)

$\frac{1}{C_1} - \lambda_1 = 0 \Leftrightarrow \lambda_1 = \frac{1}{C_1}$...................(1b)

$\frac{\beta}{C_2} - \lambda_2 = 0 \Leftrightarrow \lambda_2 = \frac{\beta}{C_2}$...................(2b)

$\frac{\beta^2}{C_3} - \lambda_3 = 0 \Leftrightarrow \lambda_3 = \frac{\beta^2}{C_3}$...................(3b)

Substituimos (1b) y (2b) en (4):

$\frac{\beta}{C_2}(1 + r_2) = \frac{1}{C_1}$ ....(10)

Substituimos (2b) y (3b) en (5):

$\frac{\beta^2}{C_3}(1 + r_3) = \frac{\beta}{C_2}$...........................(11)

114

114

Paso 1: Eliminar las lambdas

Re arreglamos algunos términos en (10) y (11):

$$\frac{\beta}{C_2}(1+r_2) = \frac{1}{C_1} \iff \beta(1+r_2)C_1 = C_2$$

11
5

115

Paso 1: Eliminar las lambdas

Re arreglamos algunos términos en (10) y (11):

$$\frac{\beta}{C_2}(1+r_2) = \frac{1}{C_1} \iff \beta(1+r_2)C_1 = C_2 \iff C_2 = \beta(1+r_2)C_1 \ldots\ldots\text{(10b)}$$

11
6

116

Paso 1: Eliminar las lambdas

Re arreglamos algunos términos en (10) y (11):

$$\frac{\beta}{C_2}(1+r_2)=\frac{1}{C_1} \iff \beta(1+r_2)C_1=C_2 \iff C_2=\beta(1+r_2)C_1 \text{ ....(10b)}$$

$$\frac{\beta^2}{C_3}(1+r_3)=\frac{\beta}{C_2} \iff \beta^2(1+r_3)C_2=\beta C_3$$

11
7

117

Paso 1: Eliminar las lambdas

Re arreglamos algunos términos en (10) y (11):

$$\frac{\beta}{C_2}(1+r_2)=\frac{1}{C_1} \iff \beta(1+r_2)C_1=C_2 \iff C_2=\beta(1+r_2)C_1 \text{ ....(10b)}$$

$$\frac{\beta^2}{C_3}(1+r_3)=\frac{\beta}{C_2} \iff \beta^{\cancel{2}}(1+r_3)C_2=\cancel{\beta}C_3$$

11
8

118

Paso 1: Eliminar las lambdas

Re arreglamos algunos términos en (10) y (11):

$$\frac{\beta}{C_2}(1+r_2) = \frac{1}{C_1} \iff \beta(1+r_2)C_1 = C_2 \iff C_2 = \beta(1+r_2)C_1 \text{ ....(10b)}$$

$$\frac{\beta^2}{C_3}(1+r_3) = \frac{\beta}{C_2} \iff \beta^{\cancel{2}}(1+r_3)C_2 = \cancel{\beta}C_3 \iff C_3 = \beta(1+r_3)C_2 \text{ ....(11b)}$$

11
9

119

Paso 2: Substituir (10b) y (11b) en la restricción presupuestaria consolidada de 'toda la vida' del agente representativo

$$(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)} = C_1 + \frac{C_2}{1+r_2} + \frac{C_3}{(1+r_2)(1+r_3)}$$

12
0

120

Paso 2: Substituir (10b) y (11b) en la restricción presupuestaria consolidada de ‘toda la vida’ del agente representativo

$$\underbrace{(1+r_1)\,A_1}_{\text{Activos iniciales}} + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)} = C_1 + \frac{C_2}{1+r_2} + \frac{C_3}{(1+r_2)(1+r_3)}$$

12
1

121

Paso 2: Substituir (10b) y (11b) en la restricción presupuestaria consolidada de ‘toda la vida’ del agente representativo

$$\underbrace{(1+r_1)\,A_1}_{\text{Activos iniciales}} + \underbrace{w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}}_{\text{Valor presente de los sueldos que va a recibir el agente representativo}} = C_1 + \frac{C_2}{1+r_2} + \frac{C_3}{(1+r_2)(1+r_3)}$$

12
2

122

Paso 2: Substituir (10b) y (11b) en la restricción presupuestaria consolidada de 'toda la vida' del agente representativo

en t=1 :

$$\underbrace{(1+r_1)\,A_1}_{\text{Activos iniciales}} + \underbrace{w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}}_{\text{Valor presente de los sueldos que se van a recibir el agente representativo}} = \underbrace{C_1 + \frac{C_2}{1+r_2} + \frac{C_3}{(1+r_2)(1+r_3)}}_{\text{Valor presente del consumo del agente representativo}}$$

12
3

123

Paso 2: Substituir (10b) y (11b) en la restricción presupuestaria consolidada de 'toda la vida' del agente representativo

$C_2 = \beta(1+r_2)C_1$ ....(10b)

$C_3 = \beta(1+r_3)C_2$..........(11b)

en...

$$(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)} = C_1 + \frac{C_2}{1+r_2} + \frac{C_3}{(1+r_2)(1+r_3)}$$

12
4

124

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

$$(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)} = C_1 + \frac{\beta(1+r_2)C_1}{1+r_2} + \frac{\beta(1+r_3)C_2}{(1+r_2)(1+r_3)}$$

Substituir (10b) (*i.e.* $C_2 = \beta(1+r_2)C_1$) en la última parte de la restricción…

12
5

125

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

$$(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)} = C_1 + \frac{\beta(1+r_2)C_1}{1+r_2} + \frac{\beta(1+r_3)C_2}{(1+r_2)(1+r_3)}$$

Substituir (10b) (*i.e.* $C_2 = \beta(1+r_2)C_1$) en la última parte de la restricción…

$$(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)} = C_1 + \frac{\beta(1+r_2)C_1}{1+r_2} + \frac{\beta(1+r_3)[\beta(1+r_2)C_1]}{(1+r_2)(1+r_3)}$$

12
6

126

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de ‘toda la vida’

Despejar C_1:

$$(1+r_1)\,A_1+w_1+\frac{w_2}{1+r_2}+\frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}=\;C_1+\frac{\beta(1+r_2)C_1}{1+r_2}+\frac{\beta^2(1+r_3)(1+r_2)C_1}{(1+r_2)(1+r_3)}$$

$$C_1+\frac{\beta(1+r_2)C_1}{1+r_2}+\frac{\beta^2(1+r_3)(1+r_2)C_1}{(1+r_2)(1+r_3)}=(1+r_1)\,A_1+w_1+\frac{w_2}{1+r_2}+\frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}$$

$$C_1+\frac{\beta\cancel{(1+r_2)}C_1}{\cancel{1+r_2}}+\frac{\beta^2\cancel{(1+r_3)}\cancel{(1+r_2)}C_1}{\cancel{(1+r_2)}\cancel{(1+r_3)}}=(1+r_1)\,A_1+w_1+\frac{w_2}{1+r_2}+\frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}$$

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de ‘toda la vida’

Despejar C_1:

$$C_1+\beta C_1+\beta^2 C_1=(1+r_1)\,A_1+w_1+\frac{w_2}{1+r_2}+\frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}$$

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

Despejar C_1:

$$C_1 + \beta C_1 + \beta^2 C_1 = (1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}$$

$$(1+\beta+\beta^2)C_1 = (1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}$$

12
9

129

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

Despejar C_1:

$$C_1 + \beta C_1 + \beta^2 C_1 = (1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}$$

$$(1+\beta+\beta^2)C_1 = (1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}$$

$$\boxed{C_1^* = \frac{1}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right]}$$

13
0

130

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

$$C_1^* = \frac{1}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right] \text{..........(12)}$$

Ahora solo nos faltan C_2^*,C_3^*, A_2^* y A_3^* ...

13
1

131

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

$$C_1^* = \frac{1}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right] \text{..........(12)}$$

Ahora solo nos faltan C_2^*,C_3^*, A_2^* y A_3^* ...

Podemos substituir C_1^* (12) en (10b)

$$C_2 = \beta(1+r_2)C_1 \text{ ....(10b)}$$

13
2

132

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

$$C_2^* = \frac{\beta(1+r_2)}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right] \quad (13)$$

13
3

133

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

$$C_2^* = \frac{\beta(1+r_2)}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right] \quad (13)$$

Podemos substituir C_2^* (13) en (11b)

$$C_3 = \beta(1+r_3)C_2 \quad (11b)$$

13
4

134

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

$$C_3^* = \frac{\beta^2(1+r_2)(1+r_3)}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (14)$$

13
5

135

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

$$C_3^* = \frac{\beta^2(1+r_2)(1+r_3)}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (14)$$

Ahora ¿Cómo vamos a obtener A_2^* y A_3^*?

13
6

136

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

$$C_3^* = \frac{\beta^2(1+r_2)(1+r_3)}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right] \quad \text{..............(14)}$$

Ahora ¿Cómo vamos a obtener A_2^* y A_3^*?

→ Utilizando C_1^*, C_2^* y las condiciones de primer orden (7) y (8) ...

$(1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1 - A_2 = 0$..(7)

$(1+r_2)\,A_2 + w_2 - C_2 - A_3 = 0$..(8)

13
7

137

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

Despejamos A_2 de (7)...

$(1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1 - A_2 = 0$..(7)

$A_2 = (1+r_1)\,A_1 + w_1 - C_1$..(7b)

13
8

138

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

Despejamos A_2 de (7)...

$(1 + r_1)\, A_1 + w_1 - C_1 - A_2 = 0$...(7)

$A_2 = (1 + r_1)\, A_1 + w_1 - C_1$...(7b)

...y substituimos C_1^* de (12) en (7b):

$C_1^* = \frac{1}{1+\beta+\beta^2}\left[(1 + r_1)\, A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right]$..........................(12)

13
9

139

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

Despejamos A_2 de (7)...

$(1 + r_1)\, A_1 + w_1 - C_1 - A_2 = 0$...(7)

$A_2 = (1 + r_1)\, A_1 + w_1 - C_1$...(7b)

...y substituimos C_1^* de (12) en (7b):

$C_1^* = \frac{1}{1+\beta+\beta^2}\left[(1 + r_1)\, A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right]$..........................(12)

$$\boxed{A_2^* = (1 + r_1)\, A_1 + w_1 - \left\{\frac{1}{1+\beta+\beta^2}\left[(1 + r_1)\, A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right]\right\}}$$

14
0

140

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

Despejamos A_3 de (8)…

$(1 + r_2)\, A_2 + w_2 - C_2 - A_3 = 0$……………………………………(8)

$A_3 = (1 + r_2)\, A_2 + w_2 - C_2$……………………………………(8b)

14
1

141

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

Despejamos A_3 de (8)…

$(1 + r_2)\, A_2 + w_2 - C_2 - A_3 = 0$……………………………………(8)

$A_3 = (1 + r_2)\, A_2 + w_2 - C_2$……………………………………(8b)

…y substituimos A_2^* y C_2^* de (13) en (8b):

$C_2^* = \frac{\beta(1+r_2)}{1+\beta+\beta^2}\left[(1 + r_1)\, A_1 + w_1 + \frac{w_2}{1+r_2} + \frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right]$…………………(13)

14
2

142

Paso 2: Utilizar la restricción presupuestaria de 'toda la vida'

Despejamos A_3 de (8)…

$(1+r_2)\,A_2+w_2-C_2-A_3=0$……………………………………………(8)

$A_3=(1+r_2)\,A_2+w_2-C_2$……………………………………………(8b)

…y substituimos A_2^* y C_2^* de (13) en (8b):

$C_2^*=\frac{\beta(1+r_2)}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1+w_1+\frac{w_2}{1+r_2}+\frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right]$………………………(13)

$$\boxed{A_3^*\;=(1+r_2)\;\left\langle(1+r_1)\,A_1+w_1-\left\{\frac{1}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1+w_1+\frac{w_2}{1+r_2}+\frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right]\right\}\right\rangle+w_2-\left\{\frac{\beta(1+r_2)}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1+w_1+\frac{w_2}{1+r_2}+\frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right]\right\}}$$

14
3

143

Equilibrio del agente representativo:

$C_1^*=\frac{1}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1+w_1+\frac{w_2}{1+r_2}+\frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right]$………………………(12)

$C_2^*=\frac{\beta(1+r_2)}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1+w_1+\frac{w_2}{1+r_2}+\frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right]$………………………(13)

$C_3^*=\frac{\beta^2(1+r_2)(1+r_3)}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1+w_1+\frac{w_2}{1+r_2}+\frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right]$………………(14)

$A_2^*=(1+r_1)\,A_1+w_1-\left\{\frac{1}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1+w_1+\frac{w_2}{1+r_2}+\frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right]\right\}$

$$A_3^*\;=(1+r_2)\;\left\langle(1+r_1)\,A_1+w_1-\left\{\frac{1}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1+w_1+\frac{w_2}{1+r_2}+\frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right]\right\}\right\rangle+w_2-\left\{\frac{\beta(1+r_2)}{1+\beta+\beta^2}\left[(1+r_1)\,A_1+w_1+\frac{w_2}{1+r_2}+\frac{w_3}{(1+r_2)(1+r_3)}\right]\right\}$$

14
4

144

Nuestra agenda de hoy

- La importancia de los micro-fundamentos
- Introducción a modelos de optimización dinámica en tiempo discreto
- Tarea

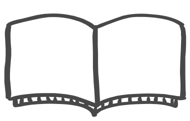
14
5

145

(1) Escuchar el podcast 'Norte Económico' episodio 4 de la Temporada 3 (mié 15-sep) - Entrevista con Gabriel Yorio

45 minutos

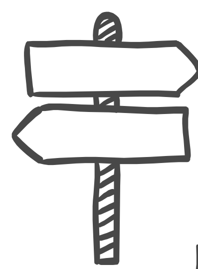
https://podcasts.apple.com/mx/podcast/t3-4-desarrollo-salud-y-protección-social-prioridades/id1515320115?i=1000535389896

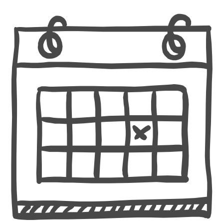


(2) Leer el discurso de recibimiento del Premio Nobel de Economía de Robert E. Lucas, Jr.

19 páginas (3 páginas de referencias bibliográficas)

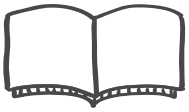
https://www.nobelprize.org/uploads/2018/06/lucas-lecture.pdf





14
6

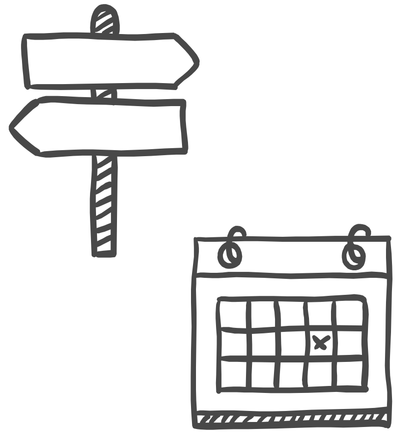
146

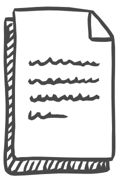


(3) Leer “*Modern macroeconomic models as tools for economic policy*” de Kocherlakota (2009)

17 páginas

https://www.minneapolisfed.org/~/media/files/pubs/region/10-05/2009_mplsfed_annualreport_essay.pdf





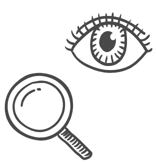
(4) Realizar ‘a mano’ la Tarea 6, que es un repaso de la solución de un modelo recursivo determinístico y de tres periodos

3 páginas

En el sitio de Internet www.gabrielcasillas.mx

14
7

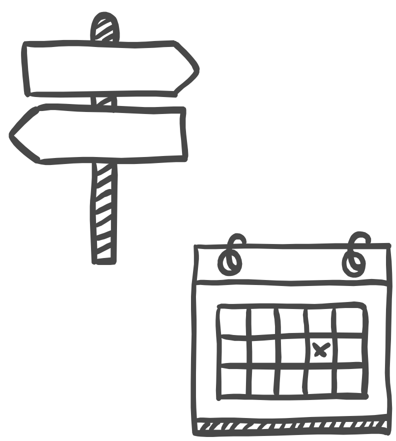
147



(5) Estar atentos y revisar los datos y eventos económicos que se van a publicar en la semana (en “Global: Flashes recientes”)

1 página

https://www.banorte.com/wps/portal/ixe-xima/Home/inicio/!ut/p/z1/hY7LDoIwEEW_hQVbOkJBdNdqwjPiI0bsxoDBqimUFITfFx8bEx-zu3PPmQyiKEG0TvuSpV0p6pSP-UCto6tPbM9wIIwXoQHEX5u7DV65OAK0_wfQsYYvQ-4-fSCOSzw8jQBi7OpA7GWAt-ZMB996AT9uBIqyLrLnu6TODJshKvNzLnOpXeW4LrquaecqqD



14
8

148

Muchas gracias!

14
9

149

Slides Carnival

Free templates for all your presentation needs

For PowerPoint and Google Slides

100% free for personal or commercial use

Ready to use, professional and customizable

Blow your audience away with attractive visuals

150