Macroeconomía Dinámica

EC3031 (CEM)

CLASE 11

1

RECESO

Hoy habrá **dos recesos** de 10 minutos:

4:50pm y 5:50pm

2

2

Condiciones de primer orden:

$\frac{\partial E_1[\Lambda_1]}{\partial A_2} = 0 \Leftrightarrow -U'[(1+r_1)\,A_1 + e_2 w_1 - \,A_2] + \beta(1+r_2)\{\pi_{2,1}U'[(1+r_2)\,A_2 + e_1 w_2 - A_3] + \pi_{2,2}U'[(1+r_2)\,A_2 + e_2 w_2 - \,A_3] + \pi_{2,3}U'[(1+r_2)\,A_2 + e_3 w_2 - \,A_3]\} = 0$

$\frac{\partial E_1[\Lambda_1]}{\partial A_3} = 0 \Leftrightarrow -\beta\{\pi_{2,1}U'[(1+r_2)\,A_2 + e_1 w_2 - \,A_3] + \pi_{2,2}U'[(1+r_2)\,A_2 + e_2 w_2 - A_3] + \pi_{2,3}U'[(1+r_2)\,A_2 + e_3 w_2 - \,A_3]\} + \beta^2(1+r_3)\{\pi_{3,1}U'[(1+r_3)\,A_3 + e_1 w_3 - A_4] + \pi_{3,2}U'[(1+r_3)\,A_3 + e_2 w_3 - \,A_4] + \pi_{3,3}U'[(1+r_3)\,A_3 + e_3 w_3 - \,A_4]\} = 0$

Debido a que ya sabemos que $A_4^* = 0$, entonces tenemos un sistema de dos ecuaciones, con dos incógnitas (A_2 y A_3) … Tal vez solo utilizando la función de utilidad explícita, $\ln C_t$, podríamos obtener las soluciones óptimas explícitas para A_2^* y A_3^* y sustituyéndolas, obtener C_1^* , C_2^* y C_3^*

3

3

Condiciones de primer orden:

- No obstante lo anterior, no hay solución explícita

4

4

Condiciones de primer orden:

- No obstante lo anterior, no hay solución explícita
- Entonces, para esto es muy relevante utilizar *Programación Dinámica*

5

5

Condiciones de primer orden:

- No obstante lo anterior, no hay solución explícita
- Entonces, para esto es muy relevante utilizar *Programación Dinámica*
- De manera similar como lo hicimos en el problema de optimización de tres periodos, en esta caso vamos a empezar en $t = 3$, luego en $t = 2$ y por último en $t = 1$

6

6

Programación Dinámica

$t = 3$

Proponemos la ecuación de Bellman:

$$V_3(a,\eta) \equiv U\left[\widehat{C_3}(a,\eta)\right] + \beta V_4\left[\widehat{A_4}(a^+,\eta^+)\right]$$

7

7

Programación Dinámica

$t = 3$

Proponemos la ecuación de Bellman:

$$V_3(a,\eta) \equiv U\left[\widehat{C_3}(a,\eta)\right] + \beta V_4\left[\widehat{A_4}(a^+,\eta^+)\right] \xrightarrow{} 0$$

8

8

Programación Dinámica

$t = 3$

Proponemos la ecuación de Bellman:

$$V_3(a,\eta) \equiv U\left[\widehat{C_3}(a,\eta)\right] + \beta \overset{0}{V_4}\left[\widehat{A_4}(a^+,\eta^+)\right]$$

Recordemos que $U\left[\widehat{C_3}(a,\eta)\right] = \ln[(1+r_3)a + \eta w_3]$ y que $V_4(\cdot) = 0$

Entonces:

9

9

Programación Dinámica

$t = 3$

Proponemos la ecuación de Bellman:

$$V_3(a,\eta) \equiv U\left[\widehat{C_3}(a,\eta)\right] + \beta \overset{0}{V_4}\left[\widehat{A_4}(a^+,\eta^+)\right]$$

Recordemos que $U\left[\widehat{C_3}(a,\eta)\right] = \ln[(1+r_3)a + \eta w_3]$ y que $V_4(\cdot) = 0$

Entonces:

$$V_3(a,\eta) = \ln[(1+r_3)a + \eta w_3]$$

10

10

Programación Dinámica

$t = 3$

Proponemos la ecuación de Bellman:

$$V_3(a,\eta) \equiv U\left[\widehat{C_3}(a,\eta)\right] + \beta \cancelto{0}{V_4\left[\widehat{A_4}(a^+,\eta^+)\right]}$$

Recordemos que $U\left[\widehat{C_3}(a,\eta)\right] = \ln[(1+r_3)a + \eta w_3]$ y que $V_4(\cdot) = 0$

Entonces:

$$V_3(a,\eta) = \ln[(1+r_3)a + \eta w_3]$$

$$V_3{}'(a,\eta) = \frac{1+r_3}{(1+r_3)a + \eta w_3}$$

11

11

Programación Dinámica

$t = 3$

Debido a que η tiene tres escenarios $-e_1$, e_2 y e_3 $-$, entonces hay que calcular la función valor y la derivada para cada escenario:

$$V_3(a; e_1)$$
$$V_3(a; e_2)$$
$$V_3(a; e_3)$$
$$V_3{}'(a; e_1)$$
$$V_3{}'(a; e_2)$$
$$V_3{}'(a; e_3)$$

12

12

Programación Dinámica

$t = 2$

Proponemos la ecuación de Bellman:

$$V_2(a,\eta) = \max_{c,a^+}\{U(c) + \beta E_{\eta^+|\eta} V_3(a^+,\eta^+) | a^+ = (1+r_2)a + \eta w_2 - c\}$$

En donde:

$$E_{\eta^+|\eta} V_3(a^+;\eta^+) = \sum_{j=1}^{3} p_{i,j} V_3(a^+,\eta_j)$$

A diferencia de $t = 3$, en donde solo estaba el choque estocástico en $t = 3$, *i.e.* η, que podía tomar los valores de e_1, e_2 y e_3, ahora para calcular la función valor esperado para $t = 3$ hay que tomar en cuenta los escenarios j para, dado que en $t = 2$ ocurrió un escenario i

13

13

Programación Dinámica

$t = 2$

Entonces, procedemos de la siguiente manera:

(1) Obtenemos las condiciones de primer orden;
(2) Sustituimos $V_3{}'(\cdot)$ del paso interior;
(3) Definimos que $\eta = e_i$ y $\eta^+ = e_j$; y
(4) Sustituimos la restricción en las condiciones de primer orden, en donde ya se reflejará que en $t = 3$ ya se definió el i-ésimo estado

14

14

Programación Dinámica

$t = 2$

(1) Obtenemos las condiciones de primer orden:

$$U'(c) = \beta E_{\eta^+|\eta} V_3'(a^+, \eta^+)$$

$$U'(c) = \beta \sum_{j=1}^{3} p_{i,j} V_3{}'(a^+, \eta_j)$$

(2) Sustituimos $V_3{}'(\cdot)$ del paso interior:

Sabemos de la solución en $t = 3$ que $V_3(a, \eta_j) = \ln[(1 + r_3)a + \eta w_3]$ y que $V_3{}'(a, \eta_j) = \frac{1+r_3}{(1+r_3)a+\eta w_3}$, por lo que $V_3{}'(a^+, \eta_j) = \frac{1+r_3}{(1+r_3)a^+ + \eta_j w_3}$

15

15

Programación Dinámica

$t = 2$

$$U'(c) = \beta \sum_{j=1}^{3} p_{i,j} V_3{}'(a^+, \eta_j)$$

Sabemos que $U'(c) = \frac{1}{c}$

(3) Definimos que $\eta = e_i$ y $\eta^+ = e_j$; y

$$\frac{1}{c} = \beta \sum_{j=1}^{3} p_{i,j} \frac{1 + r_3}{(1 + r_3)a^+ + e_j w_3}$$

16

16

Programación Dinámica

$t = 2$

$$\frac{1}{c} = \beta \sum_{j=1}^{3} p_{i,j} \frac{1 + r_3}{(1 + r_3)a^+ + e_j w_3}$$

(4) Sustituimos la restricción en las condiciones de primer orden $a^+ = (1 + r_2)a + \eta w_2 - c$, en donde ya se reflejará que en $t = 3$ ya se definió el i-ésimo estado → $a^+ = (1 + r_2)a + e_i w_2 - c$

$$\frac{1}{c} = \beta \sum_{j=1}^{3} p_{i,j} \frac{1 + r_3}{(1 + r_3)[(1 + r_2)a + e_i w_2 - c\,] + e_j w_3}$$

17

17

Programación Dinámica

$t = 2$

$$\frac{1}{c} = \beta \sum_{j=1}^{3} p_{i,j} \frac{1 + r_3}{(1 + r_3)[(1 + r_2)a + e_i w_2 - c\,] + e_j w_3}$$

$$\frac{1}{c} = \beta \sum_{j=1}^{3} p_{i,j} \frac{\frac{\cancel{1 + r_3}}{\cancel{1 + r_3}}}{\frac{\cancel{(1 + r_3)}[(1 + r_2)a + e_i w_2 - c\,]}{\cancel{1 + r_3}} + \frac{e_j w_3}{1 + r_3}}$$

18

Programación Dinámica

$t = 2$

$$\frac{1}{c} = \beta \sum_{j=1}^{3} p_{i,j} \frac{1}{(1+r_2)a + e_i w_2 - c + \frac{e_j w_3}{1+r_3}}$$

- Ahora hay que despejar c. Sin embargo, dado que está tanto de lado izquierdo, como derecho de la ecuación y de lado derecho es probabilística, solo es posible hacerlo con métodos numéricos. Así se puede calcular $\widehat{C_2}(a,\eta)$ y $\widehat{A_3}(a,\eta)$
- Sin embargo, haber utilizado el enfoque de *Programación Dinámica* permite hacer problemas más sencillos y poderlos resolver numéricamente.

19

19

Programación Dinámica

$t = 1$

(1) Proponemos la Ecuación de Bellman;
(2) Obtenemos las condiciones de primer orden (FOC);
(3) Sustituimos $V_2{}'(\cdot)$ del paso interior, pero ahora utilizamos la fórmula Benveniste–Scheinkman (BS);
(4) Sustituimos el resultado BS en FOC;

20

20

Programación Dinámica

$t = 1$

(1) Proponemos la Ecuación de Bellman:

$$V_1(a,\eta) = \max_{c,a^+}\{U(c) + \beta E_{\eta^+|\eta} V_2(a^+,\eta^+) | a^+ = (1+r_1)a + \eta w_1 - c\}$$

(2) Obtenemos las condiciones de primer orden:

$$U'(c) = \beta E_{\eta^+|\eta}[V_2'(a^+,\eta^+)]$$

(3) Sustituimos $V_2{}'(\cdot)$ del paso interior, pero ahora utilizamos la fórmula Benveniste–Sheinkman;

$$V_2(a,\eta) = U\left[\widehat{C_2}(a,\eta)\right] + \beta E_{\eta^+|\eta} V_3\left[\widehat{A_3},(a,\eta),\eta^+\right]$$

$$V_2{}'(a,\eta) = (1+r_2)U'\left[\widehat{C_2}(a,\eta)\right]$$

21

Programación Dinámica

$t = 1$

(4) Sustituimos el resultado BS $V_2{}'(a,\eta) = (1+r_2)U'\left[\widehat{C_2}(a,\eta)\right]$ en FOC $U'(c) = \beta E_{\eta^+|\eta}[V_2'(a^+,\eta^+)]$:

$$U'\left[\widehat{C_1}(a,\eta)\right] = \beta E_{\eta^+|\eta}\,(1+r_2)U'\left[\widehat{C_2}(a^+,\eta^+)\right]$$

Calculamos las funciones de política numéricamente y de ahí obtenemos esta nueva Ecuación de Euler y numéricamente también, las soluciones óptimas para $\widehat{C_1}$ y $\widehat{A_2}$

22

Conclusión

- ¿Para qué aprender *Programación Dinámica* e ir resolviendo de manera determinística, para después llegar a la parte estocástica y tener que utilizar métodos numéricos?
- Puede haber muchas razones, sin embargo, considero que estas dos son las más relevantes:

(1) Porque podemos crear modelos determinísticos, conocer las características dinámicas en las funciones de política y las trayectorias óptimas y después incorporar la parte estocástica y compararla con la realidad económica;

(2) Utilizamos *Programación Dinámica* en la parte estocástica para poderlo resolver, aunque sea numéricamente

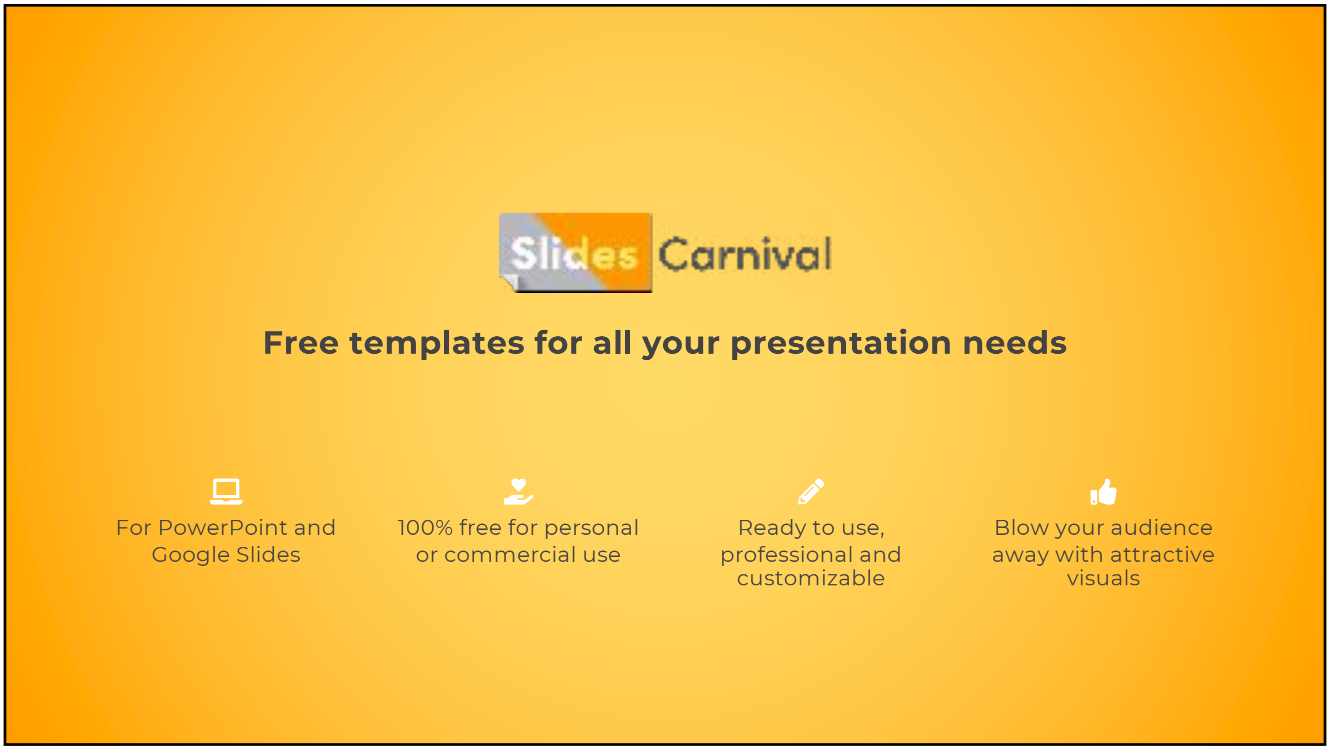
23

23

Muchas gracias!

24

24


SlidesCarnival
Free templates for all your presentation needs
For PowerPoint and Google Slides
100% free for personal or commercial use
Ready to use, professional and customizable
Blow your audience away with attractive visuals

25