



REPUBLIKA E SHQIPËRISË  
MINISTRIA E ARSIMIT SPORTIT DHE RINISË  
DREJTORIA E PËRGJITHSHME E ARSIMIT PARAUNIVERSITAR  
DREJTORIA RAJONALE E ARSIMIT PARAUNIVERSITAR DURRËS  
ZYRA VENDORE ARSIMORE TIRANË

Nr.....Prot.

Tiranë, më 11.12.2020

**OLIMPIADA E MATEMATIKËS PËR KLASËN E DYMBËDHJETË**

**(CELSI I ZGJIDHJEVE)**

*(Faza e parë)*

*Viti shkollor 2019 – 2020*

I. Të zgjidhet ekuacioni  $\sin 2x = -\cos 3x$  për  $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$ .

Zgjidhje:  $\sin 2x = \sin(270^\circ - 3x)$ . Meqenëse këndet  $2x$  dhe  $(270^\circ - 3x)$  kanë të njëjtin sinus, ata janë të lidhura me barazimet :

$$2x = k \cdot 360^\circ + 270^\circ - 3x \text{ ose } 2x = k \cdot 360^\circ + 180^\circ - (270^\circ - 3x)$$

$$\text{Pra, } x = k \cdot 72^\circ + 54^\circ \text{ ose } x = -k \cdot 360^\circ + 90^\circ \text{ ku } k \in \mathbb{Z}.$$

Ne segmentin  $[0^\circ; 180^\circ]$  merren këndet  $54^\circ; 90^\circ; 126^\circ$ . Pra bashkësia e zgjidhjes së ekuacionit është  $A = \{54^\circ; 90^\circ; 126^\circ\}$

II. Të gjendet ajo kufizë që në zhvillimin e binomit

$\left(x\sqrt{x} + \sqrt{\frac{1}{x}}\right)^m$  përmban  $x^5$  në qoftë se shuma e koeficientëve të binomit është 128.

Zgjidhje: Nga formula  $\sum_{k=0}^m C_{m,k} = 2^m = 128$  del  $m = 7$

Nga formula  $T_{k+1} = C_{m,k} \cdot a^{m-k} \cdot b^k$  del  $k=3$ . Pra  $T_4 = 35 \cdot x^5$

**III.** Polinomi  $P(x) = x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$  kalon nga pika me koordinata  $(2;0)$  dhe plotëpjestohet me  $(x+3)$ . Të zgjidhet ekuacioni  $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$ .

Zgjidhje:

$P(2) = 0$  dhe  $P(-3) = 0$ . Polinomi  $P(x) : (x-2) \cdot (x+3) = x^2 + x - 6$

Pra,  $P(x) = (x-2) \cdot (x+3) \cdot (x-1) \cdot (x+1) = 0$

Bashkësia e zgjidhjes  $A = \{-3; -1; 1; 2\}$

**IV.** Të gjenden ekuacionet e brinjëve të trekëndëshit ABC kur jepen koordinatat e dy kulmeve të tij  $A(2;4)$  dhe  $B(5;1)$  si dhe koordinatat e prerjes të lartësive të tij  $H(3;0)$ .

Zgjidhje: Ekuacioni i (AB) :  $x+y-6=0$ . Ekuacioni i (CH) është  $y = x - 3$ . Gjejmë ekuacionin e BC :  $y = \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}$ . Gjejmë koordinatat e pikës  $C(11/3; 2/3)$ .

Pra ekuacioni I (AB):  $x+y-6=0$  ; (BC):  $x-4y-1=0$  ; (AC):  $-2x-y+8=0$

**V.** Do të hapet një dritare në formën e një drejtkëndëshi me një gjysëmçarku nga lart. Perimetri i dritares duhet të jetë 8m. Përcaktoni gjatësinë e rrezes së gjysëmçarkut në mënyrë që nga dritarja të hyjë sasia më e madhe e dritës.

Zgjidhje: Shënojmë  $2x$  gjerësinë e dritares dhe  $y$  gjatësinë. Gjejmë vlerën më të madhe të syprinës së dritares për  $x \in \left]0; \frac{8}{2+\pi}\right[$ . Funkzioni  $S(x) = 8x - \left(2 + \frac{\pi}{2}\right) \cdot x^2$  merr vlerën më të madhe për  $x = \frac{8}{4+\pi}$ .