



REPubLIKA E SHQIPËRISË
MINISTRIA E ARSIMIT SPORTIT DHE RINISË
DREJTORIA E PËRGJITHSHME E ARSIMIT PARAUNIVERSITAR
DREJTORIA RAJONALE E ARSIMIT PARAUNIVERSITAR DURRËS
ZYRA VENDORE ARSIMORE TIRANË

Nr.....Prot.

Tiranë, më __.12.2020

OLIMPIADA E MATEMATIKËS PËR KLASËN E NËNTË

Viti shkollor 2019 – 2020 (Faza e parë)

CELESI I ZGJIDHJEVE

1) Zgjidh ekuacionin : $0,5^{\frac{3x-1}{2}} \cdot 32^{\frac{x-2}{3}} = \frac{1}{64}$

$$(2^{-1})^{\frac{3x-1}{2}} \cdot (2^5)^{\frac{x-2}{3}} = 2^{-6}$$

$$2^{\frac{-3x+1}{2}} \cdot 2^{\frac{5x-10}{3}} = 2^{-6}$$

$$2^{\frac{-3x+1}{2} + \frac{5x-10}{3}} = 2^{-6}$$

$$\frac{-3x+1}{2} + \frac{5x-10}{3} = -6$$

$$3(-3x + 1) + 2(5x - 10) = -36$$

$$-9x + 3 + 10x - 20 = -36$$

$$x - 17 = -36$$

$$x = -19$$

2) a) Faktorizo shprehjen : $x^2 + 9x + 20 =$
 $x^2 + 5x + 4x + 20 = x(x + 5) + 4(x + 5) = (x + 5)(x + 4)$

b) Zgjidh ekuacionin : $x^2 + 9x + 20 = 0$
 $(x + 5)(x + 4) = 0$
 $x + 5 = 0$ ose $x + 4 = 0$ $x_1 = -5$ $x_2 = -4$

3) Krahasoni : $\frac{10^{10}+1}{10^{11}+1}$ me $\frac{10^{11}+1}{10^{12}+1}$

Krahasoj $(10^{10} + 1)(10^{12} + 1)$ me $(10^{11} + 1)(10^{11} + 1)$
 $10^{22} + 10^{10} + 10^{12} + 1$ me $10^{22} + 10^{11} + 10^{11} + 1$
 $10^{22} + 10^{10}(1 + 10^2) + 1$ me $10^{22} + 10^{10}(10 + 10) + 1$
 $10^{22} + 10^{10} \cdot 101 + 1$ me $10^{22} + 10^{10} \cdot 20 + 1$

Shifet qarte qe $10^{22} + 10^{10} \cdot 101 + 1 > 10^{22} + 10^{10} \cdot 20 + 1$, keshtu qe $\frac{10^{10}+1}{10^{11}+1} > \frac{10^{11}+1}{10^{12}+1}$

4) Jane 300 gr perzierje qumesht me sheqer. Sa gram qumesht pa sheqer duhet te shtojme ne perzierje ne menyre qe perqindja e sheqerit te ndryshoje nga 10% ne 6% ?

- Fillimisht gjejme sa gr sheqer ka ne 300 gr qumesht me sheqer: $10\% \cdot 300 \text{ gr} = 30 \text{ gr sheqer}$
- Nese shenojme me x gr sasine e qumeshtit pa sheqer qe shtojme ,atehere perzierja do te behet $(300+x) \text{ gr}$, kurse sasia e sheqerit mbetet 30 gr. Formojme ekuacionin :
 $6\% \text{ e } (300 + x) = 30$

$$6(300 + x) = 3000$$

$$x = (3000 - 1800):6$$

$$x = 200$$

Pra do te shtojme 200 gr qumesht pa sheqer qe te ulim perqindjen e sheqerit ne perzierje.

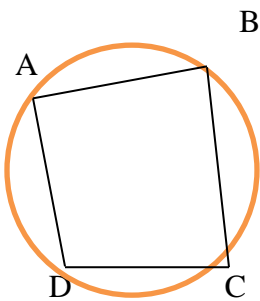
$$5) 1 + x + x^2 + \frac{x^3}{1-x} = \frac{1}{1-x}$$

$$\frac{(1-x)+x(1-x)+x^2(1-x)+x^3}{1-x} = \frac{1}{1-x}$$

$$\frac{1-x+x-x^2+x^2-x^3+x^3}{1-x} = \frac{1}{1-x}$$

$$\frac{1}{1-x} = \frac{1}{1-x}$$

6) Katerkendeshi ABCD i ka kulmet ne nje rreth me qender O. Verteto qe $\hat{A} + \hat{C} = 180^\circ$



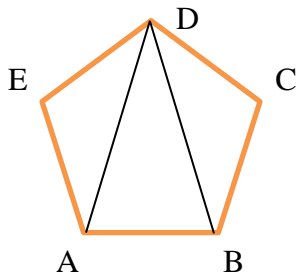
kendi A eshte kend rrethor , masa e tij eshte sa gjysma e mases se kendit qendror BOD qe mbeshteten mbi harkun BCD. Po e shenojme BO_1D

Kendi C eshte kend rrethor , masa e tij eshte sa gjysma e mases se kendit qendror

BOD qe mbeshteten mbi harkun BAD. Po e shenojme BO_2D

$$\hat{A} + \hat{C} = \frac{m\widehat{BO_1D}}{2} + \frac{m\widehat{BO_2D}}{2} = \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ$$

7) Meqe eshte pesekendesh i rregullt i ka te peste brinjet e kendet te barabarta



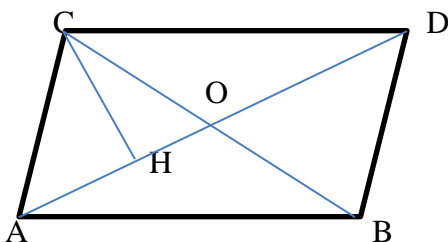
Masa e secilit kend llogaritet me formulen : $\frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n} = \frac{(5-2) \cdot 180^\circ}{5} = 108^\circ$

$\triangle AED$ eshte dybrinjeshem dhe kendet e bazes llogariten me $\frac{180^\circ - 108^\circ}{2} = 36^\circ$

$\triangle ADE \equiv \triangle BCD$ sepse kane 2 brinje dhe kendin midis tyre te barabarte.

keshtu qe $m\widehat{ADE} = m\widehat{BDC} = 36^\circ$ Prej ketej rrjedh qe $m\widehat{ADB} = 36^\circ$.

8) Te vertetohet qe ne nje paralelogram kater trekendeshat qe formohen nga diagonalet i kane syprinat e njejta.



$\triangle AOB \equiv \triangle COD$ nga rasti 2 KBK. Meqe jane kongruente kane

syprina te njejta. Njelloj argumentojme edhe per $\triangle AOC \equiv \triangle BOD$

Nese vertetojme qe $\triangle AOC$ dhe $\triangle COD$ kane syprina te njejta ,atehere

themi qe kemi vertetuar ate qe na kerkohe.

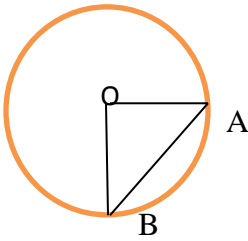
Le te gjejme syprinat e ketyre dy trekendeshave: $S_{\triangle AOC} = \frac{AO \cdot CH}{2}$; $S_{\triangle COD} = \frac{OD \cdot CH}{2}$.Meqe $AO = OD$

(diagonalet e paralelogramit pergjysmojne njera tjetren) ,atehere del qe te dyja syprinat llogariten me te njejten

vlere , keshtu qe themi qe ato jane te barabarta. Ne kete menyre kemi vertetuar qe te kater trekendeshat kane te njejten syprine.

9) $OA \perp OB$.Gjeni rrezen e rrethit nese siperfaqja e vizuar eshte $\left(\frac{\pi}{2} - 1\right) \text{ cm}^2$

Meqe $OA \perp OB$ formohet nje cerek rreth. $S_{viz} = S_{\text{cerrek rrethit}} - S_{\Delta OAB}$.



$$\frac{\pi}{2} - 1 = \frac{\pi r^2}{4} - \frac{r \cdot r}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} - 1 = r^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \right)$$

$$\frac{\pi-2}{2} = r^2 \cdot \frac{\pi-2}{4}$$

$$r^2 = \frac{\pi-2}{2} : \frac{\pi-2}{4}$$

$$r^2 = 2$$

$$r = \sqrt{2}$$

10) Ne nje test moren pjese 45 nxenes. Mesatarja e tyre eshte 8,6. Mesatarja e djemve eshte 8, kurse mesatarja e vajzave eshte 9. Sa djem e sa vajza ka klasa?

Shenojme me x nr e vajzave , (45 - x) eshte numri i djemve. Mesatarja e klases gjendet duke pjestuar shumen e notave te nx. te klases per numrin e nxenesve, qe ketej shkruajme:

$$\text{Shuma e notave te klases} = 45 \cdot 8,6 = 387$$

$$\text{Shuma e notave te vajzave} = x \cdot 9$$

$$\text{Shuma e notave te djemve} = 8 \cdot (45 - x)$$

$$\text{Shtrojme ekuacionin : } 9x + 8 \cdot (45 - x) = 387$$

$$x = 387 - 360$$

$$x = 27$$

Pra ,ne test moren pjese 27 vajza dhe $45 - 27 = 18$ djem.

SHENIM : Pranohet çdo lloj zgjidhje e sakte qe nuk eshte sipas celesit .