TRANSFORMADORES DE POTENCIA
Cálculo de la Tensión en los Terminales

Nota de Revisión (R0):

Revisión de consistencia técnica realizada por el autor, sin alterar la metodología ni los resultados. Este documento tenía número TE.EL.SA.AC.01, que fue corregido.

ÍNDICE **PÁG.**

1 - OBJETIVO

El objetivo de este informativo es analizar las condiciones de operación de los transformadores de potencia, que alimentan una carga o conjunto de cargas, para calcular la caída de tensión en sus terminales, durante la operación permanente o transitoria, y crear planillas de cálculo Excel para realizar los cálculos.

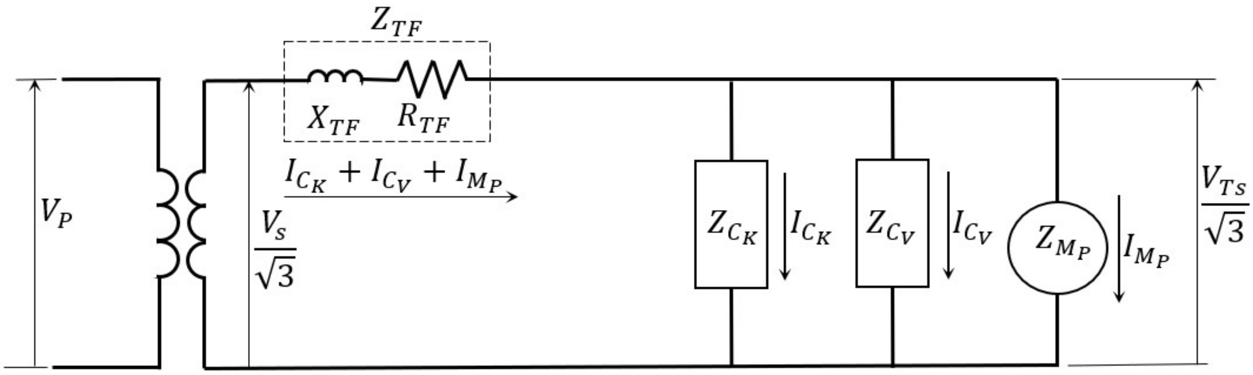
2 - DOCUMENTOS DE REFERENCIA

2.1 - Planilhas

PL.EL.SA.CA.01 Transformadores de potencia - Cálculo de tensión en terminales

3 - CIRCUITO BÁSICO

La siguiente figura representa el circuito secundario básico de un transformador trifásico, conectado en delta en el primario y en estrella, sólidamente conectado a tierra, en el secundario, alimentando los diversos tipos de cargas que normalmente se encuentran en la práctica. Las cargas pueden ser potencia constante, potencia variable y arranque de motores.



Dónde:

V_P	Tensión en el primario del transformador (V)
V_s	Tensión en el secundario del transformador (V)
V_{Ts}	Tensión en los terminales secundarios del transformador (V)
I_{C_K}	Corriente de la carga constante (A)
I_{C_V}	Corriente de la carga variable (A)
I_{M_P}	Corriente de arranque de motor(es) (A)
Z_{TF}	Impedancia del transformador (Ω)
R_{TF}	Resistencia del transformador (Ω)
X_{TF}	Reactancia del transformador (Ω)
Z_{C_K}	Impedancia de la carga constante (Ω)
Z_{C_V}	Impedancia de la carga variable (Ω)
Z_{M_P}	Impedancia de motor(es) en el arranque (Ω)

4 - TRANSFORMADORES

Los transformadores normalmente tienen dos devanados, provistos de derivaciones en el devanado primario para compensar las variaciones de tensión en la fuente de alimentación.

Estas derivaciones son ± 2 x 2.5% para transformadores con conmutador manual, sin carga, o ± 8 x 1.25% para transformadores con conmutador automático de tensión.

4.1 - Tensiones

La tensión en el secundario del transformador depende de la tensión aplicada en el primario y la derivación utilizada. Por lo tanto, si un transformador tiene relación $V_{P_n-V_{S_n}}$ con derivaciones en el primario, la tensión V_S en el secundario del transformador será:

$$V_S = \frac{V_P}{k\,\frac{V_{P_n}}{V_{S_n}}}$$

Es decir

$$V_S = \frac{V_P V_{S_n}}{k\,V_{P_n}}$$

Dónde:

V_S- Tensión en el secundario del transformador (V)

V_P- Tensión en el primario del transformador (V)

V_{P_n}- Tensión nominal del primario del transformador (V)

V_{S_n}- Tensión nominal del secundario del transformador (V)

k- Derivación utilizada del devanado secundario del transformador elevador en pu. Por ejemplo, para la derivación -5% k=0,9 5; para la derivación -2,5% k=0,975; para la derivación nominal k=1; para la derivación +2,5% k=1,025.

$$k = \frac{V_{P_x}}{V_{P_n}}$$

Dónde:

V_{P_x}- Tensión de la derivación x del primario del transformador (V)

4.2 - Impedancia

La impedancia de los transformadores se obtiene en la realización de los ensayos, cuando se determinan los valores de impedancia, resistencia y, en consecuencia, la reactancia, Sin embargo, a menos que los informes de ensayo estén disponibles, solo estará disponible la impedancia de los transformadores, que debe estar indicada en la placa de datos de los transformadores.

4.3 - Resistencia y reactancia

Como los valores de impedancia, resistencia y reactancia solo se conocen después de las pruebas en los transformadores, es necesario adoptar valores para usar en los cálculos y elaboración de proyectos. El valor disponible suele ser la impedancia nominal, que se define en las normas y por los fabricantes, o por el usuario, en casos especiales.

La impedancia se compone de reactancia, que es un valor fijo, y por la resistencia, que varía según la temperatura. Estos valores no están definidos en las normas ni por los fabricantes. Sin embargo, en ausencia de estos datos podemos considerar la literatura sobre el tema, donde encontramos simulaciones que, por ejemplo, consideran las siguientes alternativas:

En la Primera Edición del Industrial Power Systems Handbook (Donald Beeman), para un transformador de 1500kVA, cuya reactancia nominal es del 5½%, en el cálculo de la caída de tensión se considera que:

$Z = 1 + j5{,}5$

Esto implica que $Z = 5{,}590\%$

En la Primera Edición del Manual de Baja Tensión (Volumen 1), de Siemens, para un transformador de 1600kVA, cuya impedancia nominal es del 6%, en el cálculo de caída de tensión se considera que:

$6 = 1 + jX$

Esto implica que $X = 5{,}916\%$

Considerando que los dos casos se refieren a impedancias, la diferencia es que uno considera los datos de la reactancia del transformador y el otro la impedancia, pero ambos consideran la resistencia con un valor del 1% y el resultado será el mismo. Sin embargo, como en Brasil, la información contenida en la placa de datos de los transformadores es la impedancia, en este informativo, la impedancia nominal del transformador se considerará como datos de entrada para los cálculos.

La impedancia nominal de transformadores, aún en fase de fabricación, puede variar en función de las tolerancias permitidas por las normas aplicables. Por esta razón, la impedancia de transformadores solo se registra en la placa de datos, después de realizar las pruebas en fábrica. La impedancia indicada en la placa de transformadores se refiere a una potencia y a una temperatura, que depende de la clase de aislamiento utilizada.

4.4 - Tensión de Cortocircuito

La impedancia del transformador también se denomina tensión de cortocircuito porque, con el devanado de baja tensión cortocircuitado, corresponde a la relación porcentual entre la tensión aplicado a los terminales del devanado primario, que hace circular en el devanado secundario la corriente nominal, y la tensión nominal del devanado primario. Por ejemplo, si la impedancia de un transformador de relación 13800/480V es del 6%, la tensión que debe aplicarse al devanado de 13800V, para hacer circular la corriente nominal en el devanado cortocircuitado de 480V, debe ser del 6% de 13800V, es decir, 828V.

4.5 - Impedancia Nominal

La impedancia del transformador también depende de la derivación utilizada del devanado primario y, considerando que, para cualquier derivación utilizada, la potencia del transformador es constante, e igual a la potencia nominal (P_{TF_n}), tenemos que:

Impedancia nominal:

$$Z_{TF_n} = \frac{{V_{P_n}}^2}{P_{TF_n}} . z_n$$

$$P_{TF_n} = \frac{{V_{P_n}}^2}{Z_{TF_n}} . \frac{z_n}{100}$$

Dónde:

Z_{TF_n}- Impedancia nominal del transformador (Ω)

V_{P_n}- Tensión nominal del primario del transformador (V)

P_{TF_n}- Potencia nominal del transformador (VA)

z_n- Impedancia nominal del transformador (%)

4.6 - Impedancia en la Derivación

Impedancia para cualquier derivación x:

$$Z_{TF_x} = \frac{{V_{P_x}}^2}{P_{TF_n}} . \frac{z_n}{100}$$

Dónde:

Z_{TF_x}- Impedancia del transformador en derivación x (Ω)

V_{P_x}- Tensión nominal primaria de la derivación x del transformador (V)

P_{TF_n}- Potencia nominal del transformador (VA)

z_n- Impedancia nominal del transformador (%)

Reemplazando P_{TF_n}:

$$Z_{TF_x} = \frac{{V_{P_x}}^2}{\frac{{V_{P_n}}^2}{Z_{TF_n}} . \frac{z_n}{100}} . \frac{z_n}{100}$$

$$Z_{TF_x} = Z_{TF_n} \frac{{V_{P_x}}^2}{{V_{P_n}}^2}$$

Sustituyendo V_{P_x} por:

$$V_{P_x} = kV_{P_n}$$

y Z_{TF_n} por:

$$Z_{TF_n} = \frac{{V_{P_n}}^2}{P_{TF_n}} . \frac{z_n}{100}$$

Tenemos:

$$Z_{TF_x} = \frac{{V_{P_n}}^2}{P_{TF_n}} . \frac{z_n}{100} \frac{(kV_{P_n})^2}{{V_{P_n}}^2}$$

$$Z_{TF_x} = \frac{{V_{P_n}}^2}{P_{TF_n}} . \frac{z_n}{100} \frac{k^2 {V_{P_n}}^2}{{V_{P_n}}^2}$$

$$Z_{TF_x} = \frac{k^2 {V_{P_n}}^2}{P_{TF_n}} . \frac{z_n}{100}$$

Considerando $Z_{TF_x} = Z_{TF}$ la impedancia del transformador para cualquier derivación x:

$$Z_{TF_x} = \frac{k^2 {V_{P_n}}^2}{P_{TF_n}} . \frac{z_n}{100}$$

La impedancia en el lado de baja tensión será:

$$Z_{TF} = \frac{k^2 {V_{P_n}}^2}{P_{TF_n}} . \frac{z_n}{100} . \frac{{V_{S_n}}^2}{{V_{P_n}}^2}$$

$$Z_{TF} = \frac{k^2 {V_{S_n}}^2}{P_{TF_n}} . \frac{z_n}{100}$$

Dónde:

k- Derivación utilizada del devanado secundario del transformador elevador en pu. Por ejemplo, para la derivación -5% k=0,9 5; para la derivación -2,5% k=0,975; para la derivación nominal k=1; para la derivación +2,5% k=1,025.

V_{S_n}- Tensión nominal del secundario del transformador (V)

P_{TF_n}- Potencia nominal del transformador (VA)

z_n- Impedancia nominal del transformador (%)

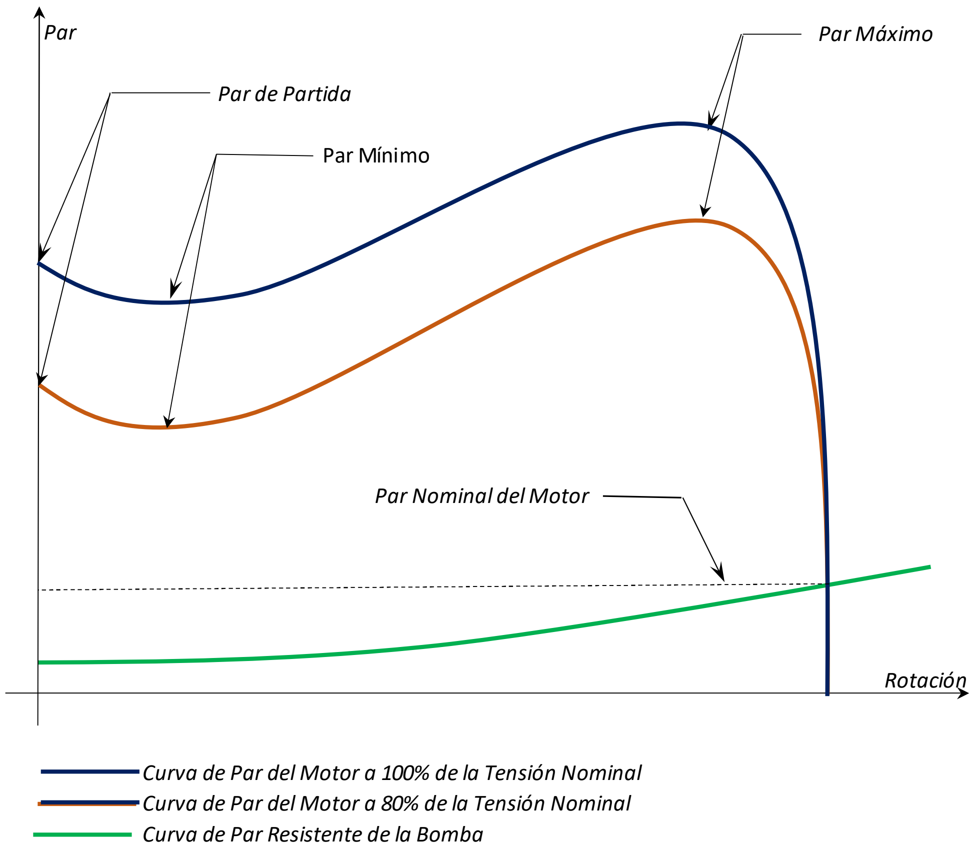
4.7 - Ángulo de la Impedancia

Considerando que:

$$\boldsymbol{\theta_{Z_{TF}} = arc\ cos(\frac{R_n}{Z_n})}$$

5 - CARGAS DE POTENCIA CONSTANTE

En cargas de potencia constante, la corriente varía dependiendo de la tensión para mantener una potencia constante. En este caso, por ejemplo, se encuentran cargadores de baterías, sistemas de comunicación y, principalmente, motores de inducción. Los motores de inducción tienen la característica de mantener la rotación prácticamente constante con la variación de tensión (ver figura a continuación).



$Potencia = Fuerza\ x\ Velocidad$ o $Potencia = Par\ x\ Velocidad\ angular$

Tener en cuenta que el par motor varía durante el arranque del motor y es diferente para cada valor de tensión, pero durante su funcionamiento el par y la rotación permanecen constantes. Por lo tanto, como la carga (Fuerza o Par) y la velocidad permanecen constantes, la potencia también permanece constante, es decir, la variación de corriente es inversamente proporcional a la variación de la tensión.

5.1 - Potencia de la Carga Constante

La potencia de la carga constante en el circuito viene dada por:

$$P_{C_K} = \frac{{V_{Ts}}^2}{Z_{C_K}}$$

Dónde:

P_{C_K}- Potencia de la carga constante (VA)

V_{Ts} Tensión en terminales del secundario del transformador (V)

Z_{C_K}– Impedancia de la carga constante (Ω)

En carga constante la potencia es constante, e igual a la potencia nominal de la carga, es decir:

$$P_{C_{Kn}} = \frac{{V_{C_{Kn}}}^2}{Z_{C_{Kn}}}$$

$P_{C_{Kn}}$- Potencia nominal de la carga constante (VA)

$V_{C_{Kn}}$ - Tensión nominal de la carga constante (V)

$Z_{C_{Kn}}$– Impedancia nominal de la carga constante (Ω)

5.2 - Impedancia de la Carga Constante

Como la potencia de la carga es constante:

$$Z_{C_K} = \frac{{V_{Ts}}^2}{P_{C_{Kn}}}$$

5.3 - Ángulo de la Impedancia de la Carga Constante

Como el factor de potencia de la carga es, normalmente, un valor arbitrado, por ejemplo, igual a 0,85,

$$\theta_{C_K} = arc\ cos\left(FP_{C_K}\right)$$

Dónde:

FP_{C_K} Factor de potencia de la carga constante

5.4 - Corriente de la Carga Constante

Como:

$$\overrightarrow{I_{C_K}} = \frac{\frac{\overrightarrow{V_{Ts}}}{\sqrt{3}}}{\overrightarrow{Z_{C_K}}}$$

$$\overrightarrow{I_{C_K}} = \frac{(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}, 0)}{(Z_{C_K}, \theta_{C_K})}$$

$$\overrightarrow{I_{C_K}} = \left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}Z_{C_K}}, -\theta_{C_K}\right)$$

Pero cómo

$$Z_{C_K} = \frac{{V_{Ts}}^2}{P_{C_{Kn}}}$$

$$\overrightarrow{I_{C_K}} = \left(\frac{P_{C_{Kn}}}{\sqrt{3}V_{Ts}}, -\theta_{C_K}\right)$$

6 - CARGAS DE POTENCIA VARIABLE

En cargas de potencia variable la impedancia es un valor constante. Por lo tanto, la variación de tensión hace que la corriente varíe en función de la impedancia de la carga. En este caso podemos considerar cargas como transformadores, reactores y resistencias. En estas cargas la corriente es directamente proporcional a la variación de tensión.

6.1 - Potencia de Carga Variable

En carga de potencia variable tenemos:

$$P_{C_V} = \frac{{V_{Ts}}^2}{Z_{C_V}}$$

Dónde:

P_{C_V} Potencia de la carga variable (VA)

V_{Ts} Tensión en terminales secundarios del transformador (V)

Z_{C_V} Impedancia de la carga variable (Ω)

La potencia nominal de la carga variable es:

$$P_{C_{Vn}} = \frac{{V_{C_{Vn}}}^2}{Z_{C_{Vn}}}$$

Dónde:

$P_{C_{Vn}}$ Potencia nominal de la carga variable (VA)

$V_{C_{Vn}}$ Tensión nominal de la carga variable (V)

$Z_{C_{Vn}}$ Impedancia nominal de la carga variable (Ω)

6.2 - Impedancia de Carga Variable

Sucede que la carga es variable porque la impedancia es constante (por ejemplo, resistencia), por lo que:

$$Z_{C_V} = Z_{C_{Vn}}$$

$$Z_{C_V} = Z_{C_{Vn}} = \frac{{V_{C_{Vn}}}^2}{P_{C_{Vn}}}$$

$$Z_{C_V} = \frac{{V_{C_{Vn}}}^2}{P_{C_{Vn}}}$$

6.3 - Ángulo de la Impedancia de Carga Variable

El factor de potencia de la carga variable puede ser arbitrado o conocido. Por ejemplo, si es una resistencia el factor de potencia es 1.

$$\theta_{C_V} = arc\ cos\left(FP_{C_V}\right)$$

Dónde:

FP_{C_V} Factor de potencia de carga variable

6.4 - Corriente de la Carga Variable

Como:

$$\overrightarrow{I_{C_V}} = \frac{\frac{\overrightarrow{V_{Ts}}}{\sqrt{3}}}{\overrightarrow{Z_{C_V}}}$$

$$I_{C_V} = \frac{\left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}, 0\right)}{\left(Z_{C_V}, \theta_{C_V}\right)}$$

$$\overrightarrow{I_{C_V}} = \left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}Z_{C_V}}, -\theta_{C_V}\right)$$

7 - ARRANQUE DE MOTORES

En cargas compuestas por arranque de motor(es), la impedancia del motor o motores en el momento de arranque es fija. Sin embargo, debido a que es una condición transitoria de la carga, se tratará de manera diferenciada.

7.1 - Potencia de Arranque de Motores

En el(los) arranque(s) del motor(es) la impedancia de los motores es fija. Por lo tanto, su comportamiento es el mismo que el de cargas con potencia variable.

$$P_{M_P} = \frac{{V_{Ts}}^2}{Z_{M_P}}$$

Dónde:

P_{M_P} Potencia del (de los) motor(es) en el arranque (VA)

V_{Ts} Tensión en los terminales secundarios del transformador (V)

Z_{M_P} Impedancia del (de los) motor(es) en el arranque (Ω)

La potencia nominal del motor o motores al arrancar es:

$$P_{M_{Pn}} = \frac{{V_{M_{Pn}}}^2}{Z_{M_{Pn}}}$$

Dónde:

$P_{M_{Pn}}$ Potencia nominal del motor o motores en el arranque (VA)

$V_{M_{Pn}}$ Tensión nominal del (de los) motor(es) (V)

$Z_{M_{Pn}}$ Impedancia nominal del (de los) motor(es) en el arranque (Ω)

7.2 - Impedancia del (de los) motor(es) en el arranque

Como la impedancia del (de los) motor(es) al arrancar es un valor fijo:

$$Z_{M_P} = Z_{M_{Pn}}$$

$$Z_{M_P} = Z_{M_{Pn}} = \frac{{V_{M_{Pn}}}^2}{P_{M_{Pn}}}$$

Como la potencia nominal de arranque no es un dato proporcionado en las tablas de los fabricantes, utilizaremos la corriente de arranque nominal, es decir:

$$P_{M_{Pn}} = \sqrt{3}V_{M_{Pn}}.I_{M_{Pn}}$$

O:

$$Z_{M_P} = \frac{V_{M_{Pn}}}{\sqrt{3}I_{M_{Pn}}}$$

Dónde:

$P_{M_{Pn}}$ Potencia nominal del (de los) motor(es) en el arranque (VA)

$V_{M_{Pn}}$ Tensión nominal del (de los) motor(es) (V)

$I_{M_{Pn}}$ Corriente de arranque del motor a la tensión nominal (A)

7.3 - Ángulo de la Impedancia del (de los) Motor(es) en el Arranque

El (los) valor(es) del factor de potencia del (de los) motor(es) en el arranque puede(n) estimarse o ser definidos de acuerdo con los datos del (de los) motor(es). Así que:

$$\theta_{M_P} = arc\ cos\left(FP_{M_P}\right)$$

Dónde:

FP_{M_P} Factor de potencia del (de los) motor(es) en el arranque

7.4 - Corriente en el Arranque del (de los) Motor(es)

$$\overrightarrow{I_{M_P}} = \frac{\frac{\overrightarrow{V_{TS}}}{\sqrt{3}}}{\overrightarrow{Z_{M_P}}}$$

$$\overrightarrow{I_{M_P}} = \frac{(\frac{V_{TS}}{\sqrt{3}}, 0)}{(Z_{M_P}, \theta_{M_P})}$$

$$\overrightarrow{I_{M_P}} = \left(\frac{V_{TS}}{\sqrt{3}Z_{M_P}}, -\theta_{M_P}\right)$$

Pero cómo

$$Z_{M_P} = \frac{V_{M_{Pn}}}{\sqrt{3}I_{M_{Pn}}}$$

$$\overrightarrow{I_{M_P}} = \left(\frac{I_{M_{Pn}}V_{TS}}{V_{M_{Pn}}}, -\theta_{M_P}\right)$$

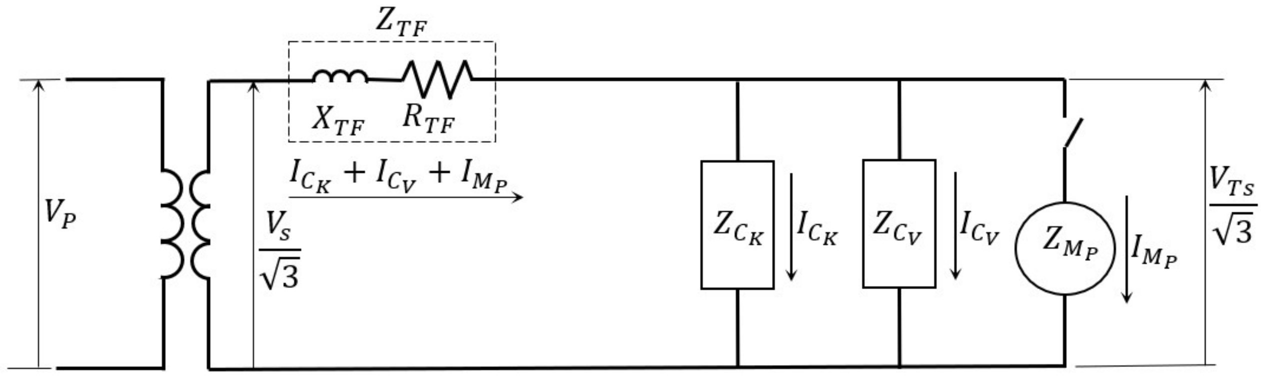
8 - CONDICIONES DE FUNCIONAMIENTO QUE SERÁN ANALIZADAS

Las condiciones de operación que se analizarán, durante el período permanente o transitorio de alimentación de una carga o conjunto de cargas, con o sin arranque de motores, tendrán en cuenta las variaciones de tensión en la alimentación y la derivación utilizada del devanado primario.

La presentación de los cálculos se realiza en detalle para permitir la comprensión de la secuencia y los conceptos adoptados, que pueden ser utilizados en el desarrollo de otras aplicaciones. Para monitorear el desarrollo de las demostraciones, además de conocimientos en electrotécnica, el usuario también debe tener conocimiento de operaciones con números complejos, en forma trigonométrica y polar.

9 - TENSIÓN EN ELSECUNDARIO DEL TRANSFORMADOR

En seguida se presenta el cálculo de la caída de tensión en los terminales secundarios del transformador, cuando se conocen la tensión de la fuente de alimentación, los datos del transformador y los datos de carga alimentada.



La figura anterior representa el circuito de un transformador que alimenta un conjunto de cargas compuesto de cargas con potencia constante, cargas con potencia variable y arranque de motor(es).

Del circuito podemos escribir la ecuación:

$$\frac{\overrightarrow{V_S}}{\sqrt{3}} = \frac{\overrightarrow{V_{T_S}}}{\sqrt{3}} + \overrightarrow{Z_{TS}}\left(\overrightarrow{I_{C_K}} + \overrightarrow{I_{C_V}} + \overrightarrow{I_{M_P}}\right)$$

Considerando que:

$$\frac{\overrightarrow{V_{T_S}}}{\sqrt{3}} = \left(\frac{V_{T_S}}{\sqrt{3}} + j0\right)$$

Usando la forma polar para realizar los cálculos:

$$\frac{\overrightarrow{V_{Ts}}}{\sqrt{3}} = \left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}, 0\right)$$

$$\frac{\overrightarrow{V_S}}{\sqrt{3}} = (\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}, 0) + (Z_{TF}, \theta_{TF})\left(\frac{\left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}, 0\right)}{(Z_{C_K}, \theta_{C_K})}\right) + \left(\frac{\left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}, 0\right)}{(Z_{C_V}, \theta_{C_V})}\right) + \left(\frac{\left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}, 0\right)}{(Z_{M_P}, \theta_{M_P})}\right)$$

$$\frac{\overrightarrow{V_S}}{\sqrt{3}} = \left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}, 0\right) + (Z_{TF}, \theta_{TF})\left(\left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}Z_{C_K}}, -\theta_{C_K}\right) + \left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}Z_{C_V}}, -\theta_{C_V}\right) + \left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}Z_{M_P}}, -\theta_{M_P}\right)\right)$$

$$\frac{\overrightarrow{V_S}}{\sqrt{3}} = \left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}, 0\right) + (Z_{TF}, \theta_{TF})\left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}Z_{C_K}}, -\theta_{C_K}\right) + (Z_{TF}, \theta_{TF})\left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}Z_{C_V}}, -\theta_{C_V}\right) +$$

$$+(Z_{TF}, \theta_{TF})\left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}Z_{M_P}}, -\theta_{M_P}\right)$$

$$\frac{\overrightarrow{V_S}}{\sqrt{3}} = \left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}, 0\right) + \left(\frac{Z_{TF}V_{Ts}}{\sqrt{3}Z_{C_K}}, (\theta_{TF} - \theta_{C_K})\right) + \left(\frac{Z_{TF}V_{Ts}}{\sqrt{3}Z_{C_V}}, (\theta_{TF} - \theta_{C_V})\right) +$$
$$+\left(\frac{Z_{TF}V_{Ts}}{\sqrt{3}Z_{M_P}}, (\theta_{TF} - \theta_{M_P})\right)$$

En forma de complejos tenemos:

$$\frac{\overrightarrow{V_S}}{\sqrt{3}} = \frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}} + j0 + \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{C_K}}cos(\theta_{TF} - \theta_{C_K}) + j\frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{C_K}}sen(\theta_{TF} - \theta_{C_K}) + \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{C_V}}cos(\theta_{TF} - \theta_{C_V}) +$$
$$+j\frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{C_V}}sen(\theta_{TF} - \theta_{C_V}) + \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{M_P}}cos(\theta_{TF} - \theta_{M_P}) + j\frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{M_P}}sen(\theta_{TF} - \theta_{M_P})$$

$$\frac{\overrightarrow{V_S}}{\sqrt{3}} = \frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}} + \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{C_K}}cos(\theta_{TF} - \theta_{C_K}) + \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{C_V}}cos(\theta_{TF} - \theta_{C_V}) + \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{M_P}}cos(\theta_{TF} - \theta_{M_P}) +$$
$$+j\frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{C_K}}sen(\theta_{TF} - \theta_{C_K}) + j\frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{C_V}}sen(\theta_{TF} - \theta_{C_V}) + j\frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{M_P}}sen(\theta_{TF} - \theta_{M_P})$$

Reemplazando,

$$Z_{C_K} = \frac{{V_{Ts}}^2}{P_{C_{Kn}}}$$

Tenemos:

$$\frac{\overrightarrow{V_S}}{\sqrt{3}} = \frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}} + \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}\frac{{V_{Ts}}^2}{P_{C_{Kn}}}}cos(\theta_{TF} - \theta_{C_K}) + \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{C_V}}cos(\theta_{TF} - \theta_{C_V}) + \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{M_P}}cos(\theta_{TF} - \theta_{M_P}) +$$
$$+j\frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}\frac{{V_{Ts}}^2}{P_{C_{Kn}}}}sen(\theta_{TF} - \theta_{C_K}) + j\frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{C_V}}sen(\theta_{TF} - \theta_{C_V}) + j\frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{M_P}}sen(\theta_{TF} - \theta_{M_P})$$

$$\frac{\overrightarrow{V_S}}{\sqrt{3}} = \frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}} + \frac{P_{C_{Kn}}Z_{TF}}{\sqrt{3}V_{Ts}}cos(\theta_{TF} - \theta_{C_K}) + \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{C_V}}cos(\theta_{TF} - \theta_{C_V}) + \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{M_P}}cos(\theta_{TF} - \theta_{M_P}) +$$
$$+j\frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{C_K}}sen(\theta_{TF} - \theta_{C_K}) + j\frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{C_V}}sen(\theta_{TF} - \theta_{C_V}) + j\frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{M_P}}sen(\theta_{TF} - \theta_{M_P})$$

$$\frac{\overrightarrow{V_S}}{\sqrt{3}} = \left[\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}} + \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{C_V}}cos(\theta_{TF} - \theta_{C_V}) + \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{M_P}}cos(\theta_{TF} - \theta_{M_P}) + \frac{P_{C_{Kn}}Z_{TF}}{\sqrt{3}V_{Ts}}cos(\theta_{TF} - \theta_{C_K})\right] +$$
$$+j\left[\frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{C_V}}sen(\theta_{TF} - \theta_{C_V}) + \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{M_P}}sen(\theta_{TF} - \theta_{M_P}) + \frac{P_{C_{Kn}}Z_{TF}}{\sqrt{3}V_{Ts}}sen(\theta_{TF} - \theta_{C_K})\right]$$

$$\frac{\overrightarrow{V_S}}{\sqrt{3}} = \left[\left(1 + \frac{Z_{TF}}{Z_{C_V}}cos(\theta_{TF} - \theta_{C_V}) + \frac{Z_{TF}}{Z_{M_P}}cos(\theta_{TF} - \theta_{M_P})\right)\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}} + \frac{P_{C_{Kn}}Z_{TF}}{\sqrt{3}V_{Ts}}cos(\theta_{TF} - \theta_{C_K})\right] +$$
$$+j\left[\left(\frac{Z_{TF}}{Z_{C_V}}sen(\theta_{TF} - \theta_{C_V}) + \frac{Z_{TF}}{Z_{M_P}}sen(\theta_{TF} - \theta_{M_P})\right)\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}} + \frac{P_{C_{Kn}}Z_{TF}}{\sqrt{3}V_{Ts}}sen(\theta_{TF} - \theta_{C_K})\right]$$

$$\left|\frac{\overrightarrow{V_S}}{\sqrt{3}}\right| = \left\|\left[\left(1+\frac{Z_{TF}}{Z_{C_V}}cos(\theta_{TF}-\theta_{C_V})+\frac{Z_{TF}}{Z_{M_P}}cos(\theta_{TF}-\theta_{M_P})\right)\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}+\frac{P_{C_{Kn}}Z_{TF}}{\sqrt{3}V_{Ts}}cos(\theta_{TF}-\theta_{C_K})\right]+\right.$$
$$\left.+j\left[\left(\frac{Z_{TF}}{Z_{C_V}}sen(\theta_{TF}-\theta_{C_V})+\frac{Z_{TF}}{Z_{M_P}}sen(\theta_{TF}-\theta_{M_P})\right)\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}+\frac{P_{C_{Kn}}Z_{TF}}{\sqrt{3}V_{Ts}}sen(\theta_{TF}-\theta_{C_K})\right]\right\|$$

$$\left(\frac{V_S}{\sqrt{3}}\right)^2 = \left[\left(1+\frac{Z_{TF}}{Z_{C_V}}cos(\theta_{TF}-\theta_{C_V})+\frac{Z_{TF}}{Z_{M_P}}cos(\theta_{TF}-\theta_{M_P})\right)\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}+\frac{P_{C_{Kn}}Z_{TF}}{\sqrt{3}V_{Ts}}cos(\theta_{TF}-\theta_{C_K})\right]^2+$$
$$+j\left[\left(\frac{Z_{TF}}{Z_{C_V}}sen(\theta_{TF}-\theta_{C_V})++\frac{Z_{TF}}{Z_{M_P}}sen(\theta_{TF}-\theta_{M_P})\right)\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}+\frac{P_{C_{Kn}}Z_{TF}}{\sqrt{3}V_{Ts}}sen(\theta_{TF}-\theta_{C_K})\right]^2$$

O:

$$\left[\left(1+\frac{Z_{TF}}{Z_{C_V}}cos(\theta_{TF}-\theta_{C_V})+\frac{Z_{TF}}{Z_{M_P}}cos(\theta_{TF}-\theta_{M_P})\right)\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}+\frac{P_{C_{Kn}}Z_{TF}}{\sqrt{3}V_{Ts}}cos(\theta_{TF}-\theta_{C_K})\right]^2+$$
$$+j\left[\left(\frac{Z_{TF}}{Z_{C_V}}sen(\theta_{TF}-\theta_{C_V})++\frac{Z_{TF}}{Z_{M_P}}sen(\theta_{TF}-\theta_{M_P})\right)\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}+\frac{P_{C_{Kn}}Z_{TF}}{\sqrt{3}V_{Ts}}sen(\theta_{TF}-\theta_{C_K})\right]^2-\frac{{V_S}^2}{3}=0$$

$$\left[\left(1+\left(\frac{cos(\theta_{TF}-\theta_{C_V})}{Z_{C_V}}+\frac{cos(\theta_{TF}-\theta_{M_P})}{Z_{M_P}}\right)Z_{TF}\right)\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}+\frac{P_{C_{Kn}}Z_{TF}}{\sqrt{3}V_{Ts}}cos(\theta_{TF}-\theta_{C_K})\right]^2+$$
$$+\left[\left(\frac{sen(\theta_{TF}-\theta_{C_V})}{Z_{C_V}}+\frac{sen(\theta_{TF}-\theta_{M_P})}{Z_{M_P}}\right)Z_{TF}\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}+\frac{P_{C_{Kn}}Z_{TF}}{\sqrt{3}V_{Ts}}sen(\theta_{TF}-\theta_{C_K})\right]^2-\frac{{V_S}^2}{3}=0$$

$$\boxed{\begin{aligned}&\left[\left(1+\left(\frac{cos(\theta_{TF}-\theta_{C_V})}{Z_{C_V}}+\frac{cos(\theta_{TF}-\theta_{M_P})}{Z_{M_P}}\right)Z_{TF}\right)\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}+\frac{P_{C_{Kn}}Z_{TF}}{3\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}}cos(\theta_{TF}-\theta_{C_K})\right]^2+\\&+\left[\left(\frac{sen(\theta_{TF}-\theta_{C_V})}{Z_{C_V}}+\frac{sen(\theta_{TF}-\theta_{M_P})}{Z_{M_P}}\right)Z_{TF}\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}+\frac{P_{C_{Kn}}Z_{TF}}{3\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}}sen(\theta_{TF}-\theta_{C_K})\right]^2-\frac{{V_S}^2}{3}=0\end{aligned}}$$

Si:

$$\boldsymbol{x = \frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}}$$

$$\boldsymbol{a_1 = 1+\left(\frac{cos(\theta_{TF}-\theta_{C_V})}{Z_{C_V}}+\frac{cos(\theta_{TF}-\theta_{M_P})}{Z_{M_P}}\right)Z_{TF}}$$

$$\boldsymbol{b_1 = \frac{P_{C_{Kn}}Z_{TF}}{3}cos(\theta_{TF}-\theta_{C_K})}$$

$$\boldsymbol{c_1 = \left(\frac{sen(\theta_{TF}-\theta_{C_V})}{Z_{C_V}}+\frac{sen(\theta_{TF}-\theta_{M_P})}{Z_{M_P}}\right)Z_{TF}}$$

$$\boldsymbol{d_1 = \frac{P_{C_{Kn}}Z_{TF}}{3}sen(\theta_{TF}-\theta_{C_K})}$$

$$\boldsymbol{e_1 = -\frac{V_S{}^2}{3}}$$

Podemos escribir la ecuación destacada como:

$$\left[a_1 x + \frac{b_1}{x}\right]^2 - \left[c_1 x + \frac{d_1}{x}\right]^2 + e_1 = 0$$

$$\left(a_1{}^2 x^2 + 2a_1 x\frac{b_1}{x} + \left(\frac{b_1}{x}\right)^2\right) + \left(c_1{}^2 x^2 + 2c_1 x\frac{d_1}{x} + \left(\frac{d_1}{x}\right)^2\right) + e_1 = 0$$

$$a_1{}^2 x^2 + 2a_1 x\frac{b_1}{x} + \frac{b_1{}^2}{x^2} + c_1{}^2 x^2 + 2c_1 x\frac{d_1}{x} + \frac{d_1{}^2}{x^2} + e_1 = 0$$

$$a_1{}^2 x^2 + c_1{}^2 x^2 + 2a_1 x\frac{b_1}{x} + 2c_1 x\frac{d_1}{x} + \frac{b_1{}^2}{x^2} + \frac{d_1{}^2}{x^2} + e_1 = 0$$

$$(a_1{}^2 + c_1{}^2)x^2 + 2a_1 b_1 + 2c_1 d_1 + \frac{b_1{}^2 + d_1{}^2}{x^2} + e_1 = 0$$

$$(a_1{}^2 + c_1{}^2)x^2 + 2(a_1 b_1 + c_1 d_1) + e_1 + \frac{b_1{}^2 + d_1{}^2}{x^2} = 0$$

Multiplicando por x^2

$$(a_1{}^2 + c_1{}^2)x^4 + (2(a_1 b_1 + c_1 d_1) + e_1)x^2 + b_1{}^2 + d_1{}^2 = 0$$

La solución de la ecuación anterior será la raíz real y positiva de la siguiente ecuación:

$$\boldsymbol{ax^4 + cx^2 + e = 0}$$

Dónde:

$$\boldsymbol{a = a_1{}^2 + c_1{}^2}$$

$$\boldsymbol{c = 2(a_1 b_1 + c_1 d_1) + e_1}$$

$$\boldsymbol{e = b_1{}^2 + d_1{}^2}$$

$$\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{-c + \sqrt{c^2 - 4ae}}{2a}}$$

$$\boxed{\boldsymbol{V_{Ts} = \sqrt{3}\sqrt{\frac{-c + \sqrt{c^2 - 4ae}}{2a}}}}$$

Esta es la fórmula que calcula la tensión en los terminales secundarios del transformador.

10 - PREPARACIÓN DE PLANILLAS DE CÁLCULO EXCEL

Las planillas de cálculo Excel se prepararon en base a los conceptos desarrollados en este informativo. La parte teórica no es indispensable para su uso, pero es importante para comprender el problema y el posible desarrollo de estudios posteriores.

Se elaboraron dos planillas de cálculo para determinar la tensión en los terminales secundarios del transformador, una completa y otra simplificada. En la planilla completa se indican las fórmulas de todos los términos utilizados en el cálculo y, en la simplificada, que es idéntica a la completa, solo son visibles las informaciones básicas.

Dado que las dos planillas son idénticas, los campos y las informaciones de la planilla completa no son visibles en la planilla simplificada, pero están ocultos, pero siguen activos. Por lo tanto, cualquier cambio, o introducción de informaciones, debe hacerse con cuidado para no corromper el archivo. Las dos planillas están en un solo archivo.

Debido a que en una instalación puede haber cargas con tensiones nominales diferentes a las del sistema, existen campos para brindar esta información. Por ejemplo, puede haber motores y cargas con tensiones nominales de 220V, 380V, 440V, 460V, 480, etc.

Las planillas son para todos los casos, es decir, el transformador puede o no estar con carga inicial, esta carga inicial puede estar formada por carga constante o variable. La carga ser aplicada, estando el transformador con carga inicial, puede ser uno o más tipos de cargas, constantes, variables o motor(es).

La referencia hecha al (los) motor(es) tiene por objeto permitir considerar un único motor o conjunto de motores, cuyos datos deben definirse. Por ejemplo, si se desea saber exactamente el comportamiento del sistema con el arranque simultáneo de dos motores con características diferentes. En este caso, se debe determinar la corriente de arranque y el factor de potencia equivalentes a los dos motores para insertarlos en la planilla.