

TÜRKİYE VE DÜNYADA MATEMATİK EĞİTİMİ

Editör: Prof.Dr. Zehra YÜCEDAĞ

yaz
yayınları

Türkiye ve Dünyada Matematik Eğitimi

Editör

Prof.Dr. Zehra YÜCEDAĞ

yaz
yayınları

2025

Türkiye ve Dünyada Matematik Eğitimi

Editör: Prof.Dr. Zehra YÜCEDAĞ

© YAZ Yayınları

Bu kitabın her türlü yayın hakkı Yaz Yayınları'na aittir, tüm hakları saklıdır. Kitabın tamamı ya da bir kısmı 5846 sayılı Kanun'un hükümlerine göre, kitabı yayınlayan firmanın önceden izni alınmaksızın elektronik, mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemiyle çoğaltılamaz, yayınlanamaz, depolanamaz.

E_ISBN 978-625-8678-07-9

Aralık 2025 – Afyonkarahisar

Dizgi/Mizanpaj: YAZ Yayınları

Kapak Tasarım: YAZ Yayınları

YAZ Yayınları. Yayıncı Sertifika No: 73086

M.İhtisas OSB Mah. 4A Cad. No:3/3
İscehisar/AFYONKARAHİSAR

www.yazyayinlari.com

yazyayinlari@gmail.com

İÇİNDEKİLER

Eğitimdeki Eşikten Toplumsal Yansımalara Türev1

Tangül KABAEL

**Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Orantısız Olmayan
Problem Durumlarındaki Çözüm Yaklaşımlarının
İncelenmesi9**

Mutlu PİŞKİN TUNÇ

"Bu kitapta yer alan bölümlerde kullanılan kaynakların, görüşlerin, bulguların, sonuçların, tablo, şekil, resim ve her türlü içeriğin sorumluluğu yazar veya yazarlarına ait olup ulusal ve uluslararası telif haklarına konu olabilecek mali ve hukuki sorumluluk da yazarlara aittir."

EĞİTİMDEKİ EŞİKTEN TOPLUMSAL YANSIMALARA TÜREV

Tangül KABAEL¹

1. GİRİŞ

Tanımlamak için cümlelerin yetersiz kaldığı, evrenin ele alınan her bağlamında hissedilen matematik, mükemmel bir ilişkiler disiplini. Matematik eğitimcileri tarafından matematiğin nesnelerden ziyade bu nesneler arasındaki ilişkileri ve yapıları inceleyen bir disiplin olduğu ifade edilmiştir (örn. (Poincaré, 1908). Yaşamın kendisi de ilişkiler üzerinde dönmektedir ve yaşam ile matematik arasındaki bu benzerlik matematiğin gerçek yaşam ilişkilerinden doğduğu gerçeğine dayanmaktadır.

İnsanoğlunun yaşamını devam ettirebilme çabasının ürünü olarak doğan bu evrensel dil insanın fiziksel, ekonomik ve toplumsal sorunlarını çözme çabasından doğmuştur (Kline, 1972). Bu nedenledir ki günlük yaşamın üzerine kurulmuş olduğu ilişkilerin matematikte sistematik bir yapıya büründüğü görülür.

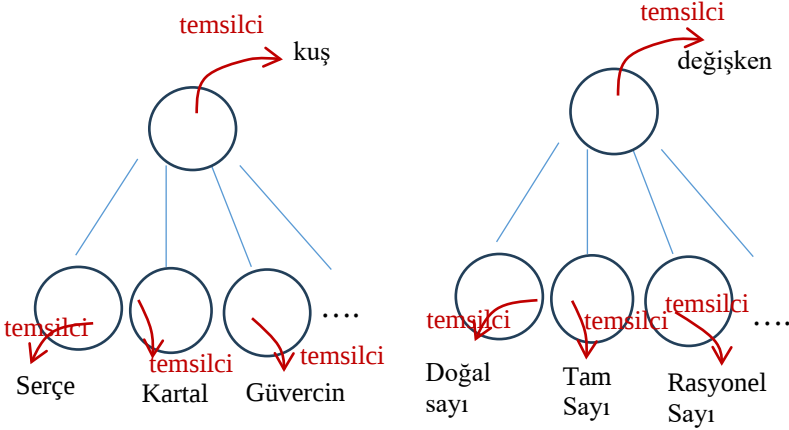
2. ARİTMETİKTEN CEBİRE İLK EŞİK: DEĞİŞKEN

Matematiksel nesneler arasındaki ilişkilerin disiplini olan matematik okuldaki eğitim açısından ele alındığında matematiğin en temel nesneleri olan sayılar ile başlayarak öncelikle sayılar arasındaki ilişkileri ele alır. Ardından gerçek yaşamdaki

¹ Prof. Dr., Anadolu Üniversitesi, Eğitim Fak., Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Böl., ORCID: 0000-0001-7894-6910.

nesnelerin çeşitli niteliklerinin karşılaştırılması ihtiyacından doğan ölçme çeşitleri ile sayı kavramından nicelik kavramına geçilir. İlköğretimin erken yılları geometri kavramlarının da entegre edilmesiyle bu ölçme çeşitlerinden doğan nicelikler ve aralarındaki ilişkiler ile geçer. İlköğretimde önemli ilk eşik nicelik kümelerinin nesneleşmesi ve bir nicelik kümesinin elemanları için temsilci kullanımına başlanmasına karşılık gelen değişken kavramına geçilmesidir. Piaget'in öğrenme kuramı açısından ele alındığında sayı kuramı ile gelişen matematiksel kavramlar şemasında değişken kavramı ile bir üst seviye kavrama genişler. Yani gerçekte sayılar ve aralarındaki ilişkilere ait kavram şemaları aracılığı ile uzun öğrenme sürecine yayılması gereken aritmetiksel genellemelerin bir sonucu olarak oluşacak bir üst seviye kavram şeması olan değişken kavramı şemasının açılmasıdır. Bu nedenledir ki okul matematiğindeki ilk önemli eşik değişken kavramıdır. Bu eşğin geçilmesi ile aritmetiksel düşünme ile temelleri atılan cebirsel düşünme süreci başlar. Diğer bir deyişle sayı kümelerinin elemanları üzerinde noktasal olarak incelenen ilişkiler genellenerek tüm kümeye ait bir özellik olarak düşünülmeli ve bu şekilde temsil edilmelidir. Bu temsil ise değişken kavramı ile başlar. Gerçekte benzer kavramsal şema yapısı, yaşamın ilk yıllarında gerçek yaşam kavramlarının ve bu kavramların temsili olan anadilin oluşması sürecinde de vardır. Örneğin yeterli kuş çeşidine ait kavram şemasına sahip bir çocukta, bu kavram şemaları bir üst seviye kavramı oluşturan kuş şemasına genişler ve örneğin Türkçe dili açısından ele alındığında “kuş” temsili atanır. Artık bu bireyin zihninde sahip olduğu ve olacağı tüm kuş çeşitlerine ait “kuş kümesi” “kuş” şeklinde temsil edilen kavrama genellenmiştir. Yani kavramsal öğrenme süreci, doğal olarak insan beyninin ürettiği eylemler sonucunda insan zihnine ait olduğundan benzer kavramsal yapıya sahiptir. Burada matematiğin önemli farkı, zihindeki matematiksel kavram şemaları arttıkça, matematiğin ilişkisel yapısına ait sistematığı

tekrarlanır ve bu sistematik insan beyninin mükemmel bir besleyicisidir.



Şekil 1. İlk matematiksel eşik değişkenin zihin şemasındaki yeri

Değişken kavramının kazanımıyla artık matematikteki ilişkiler değişkenler arasındaki ilişkiler halini alır ki bu sisteme bağımlı-bağımsız değişken kavramlarının ve fonksiyonel ilişkinin dahil olması anlamına gelir. Değişken kavramının şemaya dahil olması sonucu aritmetiksel genellemelerin sonucu oluşan kavram şemaları teker teker değişken kavramı için genişlemelidir. Örneğin “toplama” kavramı artık sayı kümelerine genellenmiş olacağından, kümenin elemanlarının temsilcisi olan değişkenlerin toplanmasına geçileceğinden, toplama kavramına ait kavram şeması değişkenlerin toplanmasına genişler ve böylece “cebirsal ifade” kavramına ilişkin şema açılmış olur. Sayılar arası diğer ilişkilerin şemalarının da değişkenlere genişlemesi ile eşitlik kavramı şeması da bu süreçte değişkenlere genişler ve böylece “özdeşlik” ve “denklem” kavramlarına ilişkin şemaların oluşması ile “cebirsal eşitlik” kavramı oluşur. Dikkat edilirse bu süreçte alt-üst kavram şemalarının oluşumu matematiksel sistematik içerisinde sürmekte ve bu şemalar birlikte genişlemeye devam etmektedir. Örneğin “değişken” kavramına ait şema tüm bu süreçlerde sürekli genişlemesini sürdürmekte yani kavramın

öğrenilme süreci devam etmektedir. Bu şema oluşumları gerçekleşmiş iken “cebirsel eşitlik” kavramına ilişkin şema iki değişken arasındaki ilişkiye genişler ve böylece bağımlı-bağımsız değişken kavramlarına ulaşılır. Yani eğer burada bahsedildiği biçimde Piaget’in öğrenme kuramına uygun öğrenme ortamları sağlanıyorsa böylece nicelikler arası ilişkilerle ilkökul yıllarında sezilmiş olması gereken fonksiyonel ilişkilerin artık cebirsel genellemeleri ile çalışılmaya başlanmıştır. İlköğretimin son yılları bir bağımlı ve bir bağımsız değişken arasındaki ilişkilerin cebirsel eşitliklerin yanı sıra tablo, grafik gibi çoklu temsilleri ile çalışılması ile geçer.

Bu süreçte nicelikler arası ilişkinin noktasal incelemesinin yeterli olmadığı, aralık incelemesine gerek duyulan durumların eklenmesi ile ilişkilerin sistematığı eğitim kavramına yönelir. Gerçek yaşam zamana bağlıdır ve dolayısıyla yaşamımızdaki her şey zamana bağlı bir değişkendir. En temel bağımsız değişken olan zaman kavramının yanı sıra yaşam ikili hatta çoklu ilişkiler yumağıdır. Bu ilişkilerin noktasal incelemesinden ziyade en temel gerçek yaşam problemlerinin bu ilişkileri oluşturan değişkenlerin değişim oranını gerektirdiği görülür ki bu da matematikte eğitim kavramına ulaştırır. Değişim oranı okul matematiğinin gelişiminde öncelikle birbirine lineer bağlı değişkenler arasında incelendiğinden, bu ilişki geometrik olarak incelendiğinde doğrunun eğimine ulaşılır. Ancak unutulmamalıdır ki doğru buradaki matematiksel ilişkinin yalnızca geometrik temsildir. Kavram doğrunun eğimi değil “eğim” kavramıdır. Gerek günlük yaşamda gerekse diğer disiplinlerde pek çok problem durumu eğitim kavramının incelenmesine yol açar. Noktasal verilerin çözüm getirmediği problem durumlarına birkaç örnek vermek gerekirse örneğin çağımızın sorunlarından birisi olan kilo verme problemini ele alabiliriz. Örneğin kilo verme konusunda metabolizmasına en uygun beslenme türünü bulmak için belirli aralarla beslenme

biçimini değiştirerek sürecin analizini yapmaya çalışan bir birey düşünelim. Bu kişi günlük olarak tartı sonuçlarını alsa da, metabolizmanın yağ yakımı günlük olarak tartıya yansımayacağından, analizi kilo bağımlı değişkeninin zamana bağlı değişim oranı ile yani eğim ile incelemek durumundadır. Farklı disiplinlerden birkaç örnek verilmek istenirse ekonomide bir ürüne olan talebin fiyat değişimiyle ilişkisinin incelenmesi doğrultusunda talebin fiyata göre değişim hızı, biyolojide iki farklı gübrenin bitki büyümesi üzerindeki etkisini karşılaştırma amacı doğrultusunda farklı gübrelerle beslenmiş aynı türden iki bitkinin büyüme hızlarının yani zamana göre uzunluklarının değişim hızlarının karşılaştırılması birer eğim problemi örnekleridir.

3. İKİNCİ EŞİK STATİKTEN DİNAMİĞE: TÜREV

Okul matematiğindeki ikinci önemli eşik nicelikler arasındaki ilişkinin aralıklar üzerinden incelenmesi olan değişim oranından artış ya da azalış hızına geçişi yani türev kavramına geçişidir.

İlköğretimin son yıllarında iki değişken arasındaki bağımlılık ilişkilerinin çoklu temsiller ile incelenmesiyle ortaöğretimin başında fonksiyon kavramının genelleme süreci tamamlanmak üzeredir ve zihin matematiksel formal fonksiyon tanımına hazır hale gelmiş olmalıdır. Artık iki değişken arasındaki ilişkiler temsilleri ile incelenmekten çıkıp nesneleşir yani zihinde bir kavram şemasına sahip olur. Bundan sonra kavramlaşan bu ilişkilerin özelliklerini ve türlerini incelemek kolaylaşmıştır. Böylece ilköğretimin son yıllarında kazanılmış olması gereken cebirsel düşünme apayrı anlamlar kazanmaya başlar. Bunlara yol açan fonksiyon kavramının da okul matematiğinde bir temel taş olmasının yanı sıra, dinamik anlam

katan limit kavramı, özellikle de limit kavramının gerçek yaşam durumlarında vücut bulduğu türev kavramı okul matematiğindeki ikinci eşik olarak alınabilir. Türev kavramın kazanılması ile zihindeki matematiksel sistem, limit kavramı ile kazandığı statikten dinamik hale geçişi gerçek yaşam durumlarına aktarır. Tall ve Vinner (1981) türev kavramını nicel ilişkilerin statik olarak değil dinamik olarak düşünölmeye başlanması olarak ele alırken pek çok matematik eğitimcisi matematik eğitimindeki ya da gerçek yaşam durumlarının matematiksel modellemesindeki eşik niteliğindeki önemini vurgulamışlardır (Carlson ve ark., 2002; Blum ve Leiß, 2007).

Gerçek yaşam ilişkileri olarak ele alındığında hiç durmadan akan zamanda ilişkilerin eğim kavramında olduğı gibi değişimini aralıklar ile incelemek yeterli olmaz insanoğluna. Değişimin değişimini de incelemek ister. Ya da bir başka deyişle ani değişimleri bilmek ister. İşte tüm bu durumların modellemesinde türev kavramı çıkar karşımıza. Türev kısaca değişim oranının anlık hızıdır. Örneğın bir önceki bölümde bahsedilen kilo verme probleminde günlük tartı sonuçlarına yansımayan kilonun zamana göre değişimi incelemesi biraz daha detaylandırılarak belirli gündeki kilo verme hızı bilinmek istenirse yani değişimin o gündeki hızına ulaşılmaq istenirse türev kavramına ulaşılır. Benzer şekilde bir ürüne olan talebin fiyatına göre değişimin incelenmesinde belirlenmiş bir fiyat için değişim hızı bilinmek istendiğinde türev kavramı ile karşılaşılır.

Bazı gerçek yaşam problemleri ile vurguladığımız türev kavramının toplumdaki yerini biraz daha detaylandıralım. Matematik okuryazarlığının dolayısıyla da matematik eğitiminin her vatandaş için gerekli oluşundan ve türev kavramının okul matematiğinde eşik olma boyutundaki öneminden yola çıkarak bu kavramın toplumsal boyuttaki önemine genel hatlarıyla ulaşıldığı açıktır. Bunun ötesinde kavram, mühendislik bilimlerindeki rolü ile ve mühendislik

bilimleri de toplumsal gelişimdeki yeri ile göz önüne alındığında türevin toplumsal önemi daha da görünür hale gelmektedir. Alanyazında türevin mühendislik bilimleri için önemi açıkça vurgulanmaktadır. Örneğin Illanes ve ark. (2025) türevin tüm mühendislik alanları için önemini vurgularken, çoklu temsillerin kavramı mikroekonomide en çok kullanılan matematiksel kavramlardan biri haline getirdiğini belirtir.

KAYNAKÇA

- Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 39(3), 221–234.
- Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S., & Hsu, E. (2002). Applying covariational reasoning while modeling dynamic events. *Mathematical Thinking and Learning*, 4(2–3), 213–234.
- Illanes, M. K. G., Breda, A., Alvarado-Martínez, H., & Sala-Sebastià, G. (2025). Characterization of sub-fields of derivative problems in engineering textbooks. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 21(3).
- Kline, M. (1972). *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*. Oxford University Press.
- Poincaré, H. (1908). *Science et Méthode*. Paris: Flammarion.
- Tall, D. O., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151–169.

SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ORANTISAL OLMAYAN PROBLEM DURUMLARINDAKİ ÇÖZÜM YAKLAŞIMLARININ İNCELENMESİ

Mutlu PİŞKİN TUNÇ¹

1. GİRİŞ

Oran ve orantı konusu, ilköğretimden ortaöğretime uzanan matematik konuları arasında temel ve merkezi bir konumda yer almaktadır (Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2010). Bu kavramlar, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirmelerinde kritik bir rol oynamakta ve ileri düzey matematik öğreniminin temelini oluşturmaktadır. Aynı ya da farklı birimlerden oluşan çoklukların birbirleriyle karşılaştırılmasını ifade eden oran ile iki ya da daha fazla oranın eşitliğini ifade eden orantı, ortaokul matematiğinde Sayılar ve Nicelikler teması kapsamında ele alınmaktadır (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2024). Matematiksel açıdan bakıldığında, oran farklı ölçme uzaylarına ait iki çokluğun çarpımsal karşılaştırılmasıyla elde edilen bir ölçüyü; orantı ise aynı ilişkiyi temsil eden iki oranın eşitliğini ifade eder (Ben Chaim, Keret & Ilany, 2012).

Oran ve orantı kavramlarının derinlemesine öğrenilebilmesi için, matematiksel akıl yürütme türlerinden biri olan orantısız akıl yürütme becerisine sahip olmak gerekmektedir (Lesh, Post & Behr, 1988). Orantısız akıl yürütme, bireylerin çoğu zaman farkında olmadan günlük yaşamda başvurdukları bir

¹ Doçent Doktor, Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi, Ereğli Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi, ORCID: 0000-0002-6703-1325.

akıl yürütme becerisi olarak görülmektedir. Nitekim Tourniaire ve Pulos (1985, s. 181) bu durumu, “Çoğu insan orantının matematiksel tanımının farkında olmamasına rağmen; bunu tanıdık durumlarda kullanır.” sözleriyle vurgulamıştır. Benzer bir yaklaşımla, Lamon (2007), orantısal akıl yürütmeyi, orantılı ilişkileri tespit etme, bunları matematiksel bir dille ifade etme, derinlemesine analiz etme, mantıksal bir çerçevede açıklama ve bu ilişkilerin varlığını destekleyen geçerli kanıtlar sunma becerisi olarak tanımlanmaktadır. Daha kapsamlı bir tanımlama ile orantısal akıl yürütme; orantısal olan ya da olmayan durumlarda işlemsel ilişkileri fark edebilme, orantı yoluyla matematiksel olarak yapılandırılmış bir durumu tanıyabilme, bu durumu sembolik biçimde ifade edebilme ve oran-orantı problemlerini çözebilme becerisi olarak tanımlanmaktadır (Cramer, Post & Currier, 1993).

Lesh ve arkadaşları (1988), orantısal akıl yürütmeyi; birlikte değişim ve çoklu karşılaştırma anlayışını içeren, bilginin zihinsel olarak depolanması ve işlenmesi yeteneğine dayanan bir matematiksel akıl yürütme biçimi olarak tanımlamaktadır (s. 93). Bu perspektiften bakıldığında, orantısal düşünebilme becerisinin temelinde çoklukları karşılaştırabilme yeteneğinin yer aldığı görülmektedir. Bu nedenle karşılaştırmanın yapısını belirleyen çoklukların bağıl değişimlerini dikkate alabilme, karşılaştırmanın doğasına ilişkin yorum yapıp karar verebilme becerilerinin geliştirilmesi; hem orantısal akıl yürütme becerisinin kazandırılmasında hem de oran-orantı kavramlarına ilişkin yanlışların önlenmesinde kritik bir rol oynamaktadır (Karagöz Akar, 2009). Ortaokul düzeyinde temel akıl yürütme becerilerinden biri olarak görülen orantısal akıl yürütme becerisi, ileri düzey matematik bilgisi ve cebirsel akıl yürütme için önemli bir altyapı oluşturmaktadır (Lesh vd., 1988; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000).

Öte yandan, orantısal akıl yürütme yalnızca matematik alanıyla sınırlı kalmayıp matematik dışındaki disiplinlerde de yaygın biçimde kullanılmaktadır. Bu bağlamda oran ve orantı; fen bilimlerinde pek çok kavramın açıklanmasını destekler; özellikle fizik ve kimyada hız, güç ve basınç gibi niceliklerde, biyolojide ise genetik süreçlerin kavranmasında önemli bir role sahiptir. Bu durum, orantısal akıl yürütme becerisinin disiplinlerarası niteliğini açıkça ortaya koymaktadır. Orantısal akıl yürütme, matematiksel akıl yürütmenin bir türüdür; ayrıca çevremizdeki pek çok olgu ve ilişki, orantısal düzenlilikler üzerinden açıklanabilir (Cramer & Post, 1993). Cramer ve arkadaşları (1993), orantısal akıl yürütmeyi; orantı temelli olarak matematiksel biçimde yapılandırılmış bir durumu tanıyabilme, orantılı olan ile orantılı olmayan durumu ayırt edebilme, durumu sembolik olarak ifade edebilme ve oran-orantı problemlerini çözebilme becerisi şeklinde tanımlamaktadır. Bu tanımdan hareketle, orantısal durumlarda yer alan çarpımsal ilişkileri kavrayabilmek ve bu ilişkileri toplamsal ya da sabit ilişkilerden ayırabilmek, orantısal akıl yürütmenin temel özelliklerinden biri olarak değerlendirilmektedir (Pişkin Tunç, 2024).

Orantısal akıl yürütme becerisinin temel bileşenlerinden biri, orantısal durumları doğru biçimde tanıyabilmektir (Lobato & Ellis, 2010). Bu becerinin özünde, çarpımsal ilişkileri kavrayabilme ve bu ilişkileri toplamsal ya da sabit ilişkilerden ayırt edebilme yetisi yer almaktadır. Orantısal akıl yürütme yeterliliğine sahip bireyler, bir problemdeki niceliklerin birbirleriyle olan ilişki türünü (çarpımsal, toplamsal veya sabit) doğru şekilde tespit edebilmektedir. Bununla birlikte, değişkenler arasında orantısal bir bağıntı bulunmadığı hâlde orantısal bir ilişki varmış izlenimi uyandıran durumlar, alanyazında orantısal olmayan problemler olarak adlandırılmaktadır (Van Dooren, De Bock, Hessels, Janssens & Verschaffel, 2005). Bu tür

problemlerin orantısal akıl yürütme stratejileriyle çözülmeye çalışılması, kaçınılmaz olarak hatalı sonuçlara yol açmaktadır.

Diğer taraftan, oran ve orantı kavramlarının ezbere dayalı algoritmik yöntemlerle öğretilmesi, öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerinin gelişimini olumsuz etkilemekte ve orantılı durumlar ile orantılı olmayan durumları birbirinden ayırt etme kapasitelerini zayıflatmaktadır. Nitekim alanyazındaki araştırmalar, öğrencilerin, öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının önemli bir kısmının orantısal olmayan durumları dahi orantısal bir ilişki içeriyormuş gibi değerlendirdiğini ortaya koymaktadır (Cramer vd., 1993; Pişkin-Tunç & Çakıroğlu, 2022; Van Dooren vd., 2005).

Alanyazın incelendiğinde, öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini ölçmeye yönelik çeşitli araştırmaların gerçekleştirildiği görülmektedir. Ancak öğrencilerin orantısal olmayan durumları orantısal durumlardan ayırt edebilme becerilerinin yeterince incelenmediği dikkat çekmektedir. Bu noktadan hareketle, bu çalışmanın amacı ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin orantısal olmayan durumları orantısal durumlardan ayırt edebilme becerilerini incelemektir.

2. YÖNTEM

2.1. Araştırma Modeli

Bu araştırma, nitel araştırma yaklaşımı çerçevesinde tasarlanmış olup doküman analizi yöntemi kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Doküman analizi, araştırılması amaçlanan olgu ya da olgulara ilişkin bilgi içeren yazılı materyallerin sistematik biçimde incelenmesini kapsar (Yıldırım & Şimşek, 2013). Bu çalışmada öğrencilerin problem çözümlerine ilişkin yazılı yanıtları doküman olarak ele alınmış ve incelenmiştir.

2.2. Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu, bir devlet ortaokulunun 8. sınıf seviyesinde öğrenim gören 59 öğrenci oluşturmaktadır. Çalışma grubunun belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemlerinden uygun örnekleme tekniği kullanılmıştır. Bu teknik, araştırmacıya zaman, para ve işgücü açısından var olan sınırlılıklar nedeniyle örnekleme ulaşılabilir ve uygulama yapılabilir birimlerden seçme imkânı tanımaktadır (Creswell, 2007).

2.3. Veri Toplama Aracı

Veri toplama aracı, araştırmacı tarafından ilgili alanyazında bulunan problemler derlenerek ve uyarlanarak geliştirilmiştir. Geliştirilen veri toplama aracı, değişkenler arasında orantısal ilişki bulunmayan problem durumlarını içeren beş adet problemden oluşmaktadır. Bu problemler, öğrencilerin orantısal olmayan durumları orantısal durumlardan ayırt edebilme becerilerini ölçmeye yönelik olarak seçilmiştir. Veri toplama aracında yer alan problemler aşağıda sunulmuştur:

Problem 1: Bir maratonda koşan Sevil ve Nehir aynı hızda koşmaktadırlar. Koşmaya önce Sevil başlamıştır. Sevil 9 turu tamamladığında, Nehir 3 turu tamamlamışsa; Nehir 15 turu tamamladığında Sevil kaç tur koşmuş olur?

Problem 2: Ayşegül 12 yaşında, ablası 15 yaşındadır. Ayşegül şimdiki yaşının iki katı yaşına gelince ablası kaç yaşında olur?

Problem 3: Bir gömlek, çamaşır askısında 10 dakikada kuruyorsa, aynı anda aynı cins 5 gömlek kaç dakikada kurur?

Problem 4: Bir yüzme havuzu, üyelerinin her havuza girişinden 25 TL almaktadır. Bu havuza üye olmak için de 50 TL vermek gerekiyorsa, havuza 5 kere giden biri toplamda kaç TL vermiştir?

Problem 5: Bir müzik eseri, 6 kişiden oluşan bir orkestra tarafından 10 dakikada seslendirilmektedir. Orkestradaki müzisyen sayısı 24'e çıkarılırsa, eser kaç dakikada seslendirilir? Nedenini açıklayınız.

2.4. Verilerin Analizi

Ortaokul öğrencilerinin yukarıda sunulan beş farklı problemi çözerken orantısal ilişkileri kullanıp kullanmadıklarını tespit etmek için doküman analizi yöntemi kullanılmıştır. Öğrencilerin yazılı yanıtları betimsel analiz tekniğiyle incelenmiş ve elde edilen bulgular kategorilere ayrılarak yorumlanmıştır (Yıldırım & Şimşek, 2013). Verilerin güvenilirliğini sağlamak amacıyla öğrenci yanıtları araştırmacı tarafından farklı zamanlarda birden fazla kez analiz edilmiştir.

3. BULGULAR

Bu bölümde, 8. sınıf öğrencilerinin orantısal olmayan problem durumlarına verdikleri yanıtlar analiz edilerek elde edilen bulgular sunulmuştur. Araştırmada kullanılan beş problem, değişkenler arasındaki ilişki türlerine göre iki kategori altında ele alınmıştır: doğrusal toplamsal ilişkiye sahip problemler ve sabit ilişkiye sahip problemler. Öğrenci yanıtları, problemi orantılı bir ilişki olarak değerlendirip değerlendirmediklerine ve ilişkiyi doğru biçimde tespit edip edemediklerine göre sınıflandırılmıştır. Orantılı ilişki kategorisinde öğrencilerin içler dışlar çarpımı algoritması veya diğer orantısal stratejileri kullandıkları, orantısız ilişki kategorisinde ise problemdeki gerçek ilişkiyi doğru biçimde tespit edebildikleri görülmüştür. İlişkiyi görememiş kategorisinde yer alan öğrenciler ise ilişkinin türünü belirleyemeyerek hatalı çözümler üretmiş ya da probleme yanıt verememiştir. Aşağıda her bir problem kategorisine ilişkin bulgular ayrıntılı biçimde açıklanmıştır.

3.1. Doğrusal Toplamsal İlişkiye Sahip Problemlere Ait Bulgular

Araştırmada yer alan doğrusal toplamsal ilişki içeren problemlere (Problem 1, Problem 2 ve Problem 4) ilişkin öğrenci yanıtları analiz edilmiştir. Bu problemlerde değişkenler arasında orantısız bir ilişki bulunmamakta, bunun yerine sabit bir farka dayanan toplamsal bir ilişki söz konusudur. Öğrenci yanıtları, problemi orantılı bir ilişki olarak değerlendirip değerlendirmediklerine ve ilişkiyi doğru biçimde tespit edip edemediklerine göre üç ana kategori altında sınıflandırılmıştır: Orantılı ilişki, orantısız ilişki ve ilişkiyi görememiş. Orantılı ilişki kategorisinde, öğrencilerin içler dışlar çarpımı algoritması veya diğer orantısız stratejileri kullanarak problemi çözdükleri görülmüştür. Orantısız ilişki kategorisinde ise öğrencilerin problemdeki doğrusal toplamsal ilişkiyi doğru biçimde tespit edemediği belirlenmiştir. İlişkiyi görememiş kategorisinde yer alan öğrenciler ise ilişkinin türünü belirleyemeyerek hatalı çözümler üretmiş ya da probleme yanıt verememiştir. Öğrencilerin doğrusal toplamsal ilişkiye sahip problemlerdeki çözüm stratejilerinin dağılımı Tablo'1 de sunulmuştur.

Tablo 1. Doğrusal Toplamsal İlişkiye Sahip Problemlerde Kullanılan Stratejiler

	Orantılı İlişki		Orantısız İlişki	İlişkiyi Görememiş	
	İçler Dışlar Çarpımı	Başka Strateji	Doğrusal Toplamsal İlişki	Yanlış Çözüm	Çözüm Yok
Problem 1	18	4	3	10	4
Problem 2	8	6	15	6	4
Problem 4	1	3	24	11	0

Tablo 1 incelendiğinde, öğrencilerin doğrusal toplamsal ilişki içeren üç probleme verdikleri yanıtların dağılımı görülmektedir. Problem 1'de toplam 39 öğrencinin yanıtları değerlendirildiğinde, öğrencilerin yarısından fazlasının (f=22)

problemi orantılı bir ilişki içeriyormuş gibi değerlendirdiği dikkat çekmektedir. Bu öğrencilerin büyük çoğunluğu ($f=18$) içler dışlar çarpımı algoritmasını kullanırken, 4 öğrenci farklı orantısal stratejiler uygulamıştır. Orantısız ilişkiyi fark eden öğrenci sayısı ise oldukça sınırlı kalmıştır. Yalnızca 3 öğrenci problemdeki doğrusal toplamsal ilişkiyi (6 farkını) doğru biçimde tespit edebilmiştir. Öte yandan 10 öğrenci ilişkinin türünü belirleyemeyerek hatalı çözümler üretmiş, 4 öğrenci ise probleme herhangi bir çözüm sunamamıştır.

Birinci problemten farklı olarak, ikinci problemde öğrencilerin çoğunluğunun ($f=15$) orantısız ilişkiyi fark edebildiği dikkat çekmektedir. Bu öğrenciler problemdeki doğrusal toplamsal ilişkiyi, yani iki kardeş arasındaki 3 yıllık sabit yaş farkını doğru biçimde tespit etmiştir. Bununla birlikte, 6 öğrenci ilişkinin türünü belirleyemeyerek hatalı çözümler üretmiş, 4 öğrenci ise probleme yanıt verememiştir. Öte yandan, öğrencilerin yaklaşık üçte biri ($f=14$) problemi orantılı bir ilişki içeriyormuş gibi değerlendirmiştir. Bu öğrencilerden 8'i içler dışlar çarpımı algoritmasını kullanırken, 6'sı farklı orantısal stratejiler uygulamıştır.

Dördüncü problemde öğrencilerin büyük çoğunluğunun ($f=24$) orantısız ilişkiyi fark edebildiği görülmektedir. Bu öğrenciler problemdeki doğrusal toplamsal ilişkiyi, yani sabit üyelik ücreti (50 TL) ile giriş sayısına bağlı değişken ücret ($25 \text{ TL} \times \text{giriş sayısı}$) arasındaki ilişkiyi doğru biçimde tespit etmiştir. Bununla birlikte, 11 öğrenci ilişkinin türünü belirleyemeyerek hatalı çözümler üretmiştir. Bu problemde yanıt veremeyen öğrenci bulunmamaktadır. Öte yandan, yalnızca 4 öğrenci problemi orantılı bir ilişki içeriyormuş gibi değerlendirmiştir. Bu öğrencilerden 1'i içler dışlar çarpımı algoritmasını kullanırken, 3'ü farklı orantısal stratejiler uygulamıştır. Bu bulgular, havuz üyelik probleminin günlük yaşam deneyimleriyle doğrudan

ilişkili olması nedeniyle öğrencilerin sabit ve değişken maliyet kavramlarını daha kolay ayırt edebildiklerini düşündürmektedir.

Üç problem birlikte değerlendirildiğinde, öğrencilerin doğrusal toplamsal ilişkiyi fark etme becerilerinin problem bağlamına göre farklılık gösterdiği söylenebilir. Problem 1'den Problem 4'e doğru orantılı ilişki stratejilerini kullanan öğrenci sayısının azalması ve doğrusal toplamsal ilişkiyi tespit edebilen öğrenci sayısının artması, problem bağlamının öğrencilerin çözüm stratejileri üzerinde etkili olduğunu ortaya koymaktadır.

3.2. Sabit İlişkiye Sahip Problemlere Ait Bulgular

Araştırmada yer alan sabit ilişki içeren problemlere (Problem 3 ve Problem 5) ilişkin öğrenci yanıtları analiz edilmiştir. Bu problemlerde değişkenlerden birinin değeri değişse dahi diğer değişkenin sabit kaldığı bir ilişki söz konusudur. Örneğin, gömleklerin kuruma süresinin gömlek sayısından bağımsız olması veya bir müzik eserinin çalınma süresinin orkestra büyüklüğünden etkilenmemesi bu tür ilişkilere örnek teşkil etmektedir. Öğrenci yanıtları, problemi orantılı bir ilişki olarak değerlendirip değerlendirmediklerine ve ilişkiyi doğru biçimde tespit edip edemediklerine göre üç ana kategori altında sınıflandırılmıştır: Orantılı ilişki, orantısız ilişki ve ilişkiyi görememiş. Öğrencilerin sabit ilişkiye sahip problemlerdeki çözüm stratejilerinin dağılımı Tablo 2'de sunulmuştur.

Tablo 2. Sabit İlişkiye Sahip Problemlerde Kullanılan Stratejiler

	Orantılı İlişki		Orantısız İlişki	İlişkiyi Görememiş	
	İçer Dışlar Çarpımı	Başka Strateji	Sabit İlişki	Yanlış Çözüm	Çözüm Yok
Problem 3	14	8	14	3	0
Problem 5	14	7	8	6	4

Tablo 2 incelendiğinde, öğrencilerin sabit ilişki içeren problemlere verdikleri yanıtların dağılımı görülmektedir. Üçüncü

problemde (gömlek kuruma problemi) öğrencilerin yaklaşık üçte birinin ($f=14$) değişkenler arasındaki sabit ilişkiyi doğru biçimde tespit edebildiği görülmektedir. Bu öğrenciler, gömleklerin aynı anda asıldığında kuruma süresinin gömlek sayısından bağımsız olduğunu fark etmiştir. Bununla birlikte, öğrencilerin yarısından fazlası ($f=22$) problemi orantılı bir ilişki içeriyormuş gibi değerlendirmiştir. Bu öğrencilerden 14'ü içler dışlar çarpımı algoritmasını kullanırken, 8'i farklı orantısal stratejiler uygulamıştır. Öte yandan, yalnızca 3 öğrenci ilişkinin türünü belirleyemeyerek hatalı çözümler üretmiş olup bu problemde yanıt veremeyen öğrenci bulunmamaktadır.

Beşinci problemde (orkestra problemi) ise öğrencilerin sabit ilişkiyi fark etme oranlarının belirgin biçimde düştüğü dikkat çekmektedir. Bu problemde yalnızca 8 öğrenci değişkenler arasındaki sabit ilişkiyi, yani bir müzik eserinin çalınma süresinin orkestra büyüklüğünden bağımsız olduğunu doğru biçimde tespit edebilmiştir. Öğrencilerin yarısından fazlası ($f=21$) problemi orantılı bir ilişki içeriyormuş gibi değerlendirmiş olup bu öğrencilerden 14'ü içler dışlar çarpımı algoritmasını, 7'si ise farklı orantısal stratejileri kullanmıştır. Bunun yanı sıra, 6 öğrenci ilişkinin türünü belirleyemeyerek hatalı çözümler üretmiş, 4 öğrenci ise probleme yanıt verememiştir.

İki problem karşılaştırıldığında, gömlek kuruma probleminde öğrencilerin sabit ilişkiyi daha kolay fark edebildiği görülmektedir. Bu durum, gömlek kuruma sürecinin günlük yaşam deneyimleriyle daha somut biçimde ilişkilendirilebilmesinden kaynaklanıyor olabilir. Orkestra probleminde ise öğrencilerin müzik eseri çalma sürecinin doğasını kavramakta zorlandıkları ve orkestra büyüklüğü ile çalma süresi arasında ters orantılı bir ilişki olduğunu varsaydıkları düşünülmektedir. Her iki problemde de orantılı ilişki stratejilerini kullanan öğrenci sayısının yüksek olması,

öğrencilerin sabit ilişki içeren durumları orantılı durumlardan ayırt etmede önemli güçlükler yaşadığını ortaya koymaktadır.

4. SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu araştırmada, ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin orantısız olmayan durumları orantısız durumlardan ayırt edebilme becerileri incelenmiştir. Araştırmadan elde edilen bulgular, öğrencilerin orantısız olmayan problem durumlarında önemli güçlükler yaşadığını ve bu problemleri çoğunlukla orantılı bir ilişki içeriyormuş gibi değerlendirdiklerini ortaya koymaktadır.

Doğrusal toplamsal ilişkiye sahip problemlere ilişkin bulgular incelendiğinde, öğrencilerin bu tür ilişkileri fark etme becerilerinin problem bağlamına göre önemli farklılıklar gösterdiği görülmektedir. Birinci problemde (maraton problemi) öğrencilerin yarısından fazlası problemi orantılı bir ilişki olarak değerlendirirken, dördüncü problemde (havuz üyelik problemi) öğrencilerin büyük çoğunluğu doğrusal toplamsal ilişkiyi doğru biçimde tespit edebilmiştir. Bu bulgu, problem bağlamının öğrencilerin çözüm stratejileri üzerinde belirleyici bir etkiye sahip olduğunu göstermektedir. Öğrencilerin günlük yaşam deneyimleriyle daha somut biçimde ilişkilendirebildikleri problemlerde orantısız olmayan durumları daha kolay fark edebildikleri söylenebilir. Bu sonuç, Cramer ve diğerlerinin (1993) orantısız akıl yürütmenin bağlama duyarlı bir beceri olduğu yönündeki görüşüyle tutarlılık göstermektedir.

Sabit ilişkiye sahip problemlerde ise öğrencilerin daha büyük güçlükler yaşadığı tespit edilmiştir. Her iki problemde de öğrencilerin yarısından fazlası problemi orantılı bir ilişki içeriyormuş gibi değerlendirmiştir. Özellikle orkestra probleminde öğrencilerin yalnızca küçük bir kısmı sabit ilişkiyi doğru biçimde tespit edebilmiştir. Bu durum, öğrencilerin değişkenlerden birinin sabit kaldığı durumları kavramakta

zorlandıklarını ve bu tür problemlerde ters orantı ilişkisi varsaydıklarını düşündürmektedir. Bu bulgu, Van Dooren ve diğerlerinin (2005) öğrencilerin orantısız olmayan problemleri orantısız stratejilerle çözme eğiliminde olduklarına ilişkin tespitleriyle örtüşmektedir.

Araştırmanın dikkat çekici bulgularından biri, öğrencilerin orantısız ilişki stratejilerini uygularken ağırlıklı olarak içler dışlar çarpımı algoritmasını kullanmalarındır. Bu durum, öğrencilerin oran ve orantı kavramlarını kavramsal düzeyde anlamak yerine ezbere dayalı algoritmik yöntemlere başvurduklarını göstermektedir. Alanyazında da vurgulandığı üzere, oran ve orantı kavramlarının ezbere dayalı algoritmik yöntemlerle öğretilmesi, öğrencilerin orantısız akıl yürütme becerilerinin gelişimini olumsuz etkilemekte ve orantılı durumlar ile orantısız olmayan durumları birbirinden ayırt etme kapasitelerini zayıflatmaktadır (Cramer vd., 1993; Pişkin-Tunç ve Çakıroğlu, 2022).

Elde edilen bulgular, Lobato ve Ellis'in (2010) orantısız akıl yürütmenin temel bileşenlerinden birinin orantısız durumları doğru biçimde tanıyabilme becerisi olduğu yönündeki görüşünü destekler niteliktedir. Araştırmaya katılan öğrencilerin önemli bir kısmının bu beceriden yoksun olduğu görülmektedir. Öğrencilerin problemdeki niceliklerin birbirleriyle olan ilişki türünü (çarpımsal, toplamsal veya sabit) doğru şekilde tespit edemediği ve orantısız olmayan durumları orantılı durumlardan ayırt etmede güçlük yaşadığı belirlenmiştir.

Bu araştırmanın sonuçları doğrultusunda aşağıdaki öneriler sunulabilir:

Oran ve orantı konusunun öğretiminde, yalnızca algoritmik işlemlere odaklanmak yerine kavramsal anlamaya ağırlık verilmelidir. Öğrencilere orantılı ve orantısız olmayan durumları karşılaştırma fırsatı sunan etkinlikler tasarlanmalıdır.

Bu bağlamda, değişkenler arasındaki ilişki türlerini (çarpımsal, toplamsal, sabit) ayırt etmeye yönelik problemler öğretim sürecine dâhil edilmelidir.

Günlük yaşam bağlamlarıyla ilişkilendirilmiş problemlerin öğrencilerin orantısal olmayan durumları daha kolay fark etmelerini sağladığı göz önünde bulundurularak, öğretim sürecinde gerçek yaşam durumlarından yararlanılmalıdır. Ayrıca, farklı bağlamlarda sunulan problemlerle öğrencilerin transfer becerilerinin geliştirilmesi hedeflenmelidir.

İleriki araştırmalarda, öğrencilerin orantısal olmayan durumları ayırt etme becerilerinin geliştirilmesine yönelik öğretim müdahalelerinin etkililiği incelenebilir. Bunun yanı sıra, farklı sınıf düzeylerinde ve daha geniş örneklem gruplarıyla benzer çalışmaların yürütülmesi, bulguların genellenebilirliğini artıracaktır.

KAYNAKÇA

- Ben Chaim, D., Keret, Y., & Ilany, B-S. (2012). *Ratio and proportion: Research and teaching in mathematics teachers' education (pre- and in-service mathematics teachers of elementary and middle school classes)*. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Cramer, K. & Post, T. (1993). Connecting research to teaching proportional reasoning. *Mathematics teacher*, 86(5), 404-407.
- Cramer, K., Post, T., & Currier, S. (1993). Learning and teaching ratio and proportion: Research implications. In D. Owens (Ed.), *Research Ideas for the Classroom* (pp. 159-178). NY: Macmillan Publishing Company.
- Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five traditions* (2nd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Karagöz Akar, G. (2009). Oran konusunun kavramsal öğreniminde karşılaşılan zorluklar ve çözüm önerileri. E. Bingölbali ve M. F. Özmantar (Ed.), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* (s. 263-285). Pegem Akademi.
- Lamon, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. In F. K. Lester (Ed.) *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (Vol. 1, pp. 629–668). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1988). Proportional reasoning. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 93-118). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

- Lobato, J., & Ellis, A. (2010). *Developing essential understanding of ratios, proportions & proportional reasoning: Grades 6–8*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2024). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı 5, 6, 7 ve 8. sınıflar: Türkiye yüzüylü maarif modeli*. Ankara, Türkiye: MEB.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Pişkin Tunç, M. (2024). Orantısal akıl yürütme nedir? Matematik öğretim programındaki yeri ve önemi. *Korkut Ata Türkiyat Araştırmaları Dergisi*, 19, 132-143.
- Pişkin Tunç, M., & Çakıroğlu, E. (2022). Fostering prospective mathematics teachers' proportional reasoning through a practice-based instruction. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 53(2), 269-288.
- Tourniaire, F., & Pulos, S. (1985). Proportional reasoning: A review of the literature. *Educational Studies in Mathematics*, 16(2), 181-204. Doi:10.1007/BF02400937
- Van de Walle, J., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2010). *Elementary and middle school mathematics methods: Teaching developmentally (7th edition)*. New York: Allyn and Bacon.
- Van Dooren, W., De Bock, D., Hessels, A., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2005). Not everything is proportional: Effects of age and problem type on propensities for overgeneralization. *Cognition and Instruction*, 23, 57–86.

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (Genişletilmiş 9. baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

TÜRKİYE VE DÜNYADA
MATEMATİK EĞİTİMİ

yaz
yayınları

YAZ Yayınları
M.İhtisas OSB Mah. 4A Cad. No:3/3
İscehisar / AFYONKARAHİSAR
Tel : (0 531) 880 92 99
yazyayinlari@gmail.com • www.yazyayinlari.com