

MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ALANINDA AKADEMİK TARTIŞMALAR

Editör: Doç.Dr. Hüseyin GÜRBÜZ

yaz
yayınları

Makine Mühendisliği Alanında Akademik Tartışmalar

Editör

Doç.Dr. Hüseyin GÜRBÜZ

yaz
yayınları

2026

Makine Mühendisliği Alanında Akademik Tartışmalar

Editör: Doç.Dr. Hüseyin GÜRBÜZ

© YAZ Yayınları

Bu kitabın her türlü yayın hakkı Yaz Yayınları'na aittir, tüm hakları saklıdır. Kitabın tamamı ya da bir kısmı 5846 sayılı Kanun'un hükümlerine göre, kitabı yayınlayan firmanın önceden izni alınmaksızın elektronik, mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemiyle çoğaltılamaz, yayınlanamaz, depolanamaz.

E_ISBN 978-625-8996-70-8

Haziran 2026 – Afyonkarahisar

Dizgi/Mizanpaj: YAZ Yayınları

Kapak Tasarım: YAZ Yayınları

YAZ Yayınları. Yayıncı Sertifika No: 73086

M.İhtisas OSB Mah. 4A Cad. No:3/3
İscehisar/AFYONKARAHİSAR

www.yazyayinlari.com

yazyayinlari@gmail.com

İÇİNDEKİLER

Fiber Takviyeli Kompozitlerde Malzeme Kusurları	1
<i>Ömer Can FARUKOĞLU, İhsan KORKUT</i>	
Osseointegrated Prosthetic Systems: Principles, Technologies, and Future Perspectives.....	17
<i>Esen KİRİT, Bilçen MUTLU MİTİL</i>	
Kiriş ve Plaka Yapılarının Ağsız Yöntemlerle Mekanik Analizi	55
<i>Yakup Hakan AYDIN, Muhsin Gökhan GÜNAY</i>	

"Bu kitapta yer alan bölümlerde kullanılan kaynakların, görüşlerin, bulguların, sonuçların, tablo, şekil, resim ve her türlü içeriğin sorumluluğu yazar veya yazarlarına ait olup ulusal ve uluslararası telif haklarına konu olabilecek mali ve hukuki sorumluluk da yazarlara aittir."

FİBER TAKVİYELİ KOMPOZİTLERDE MALZEME KUSURLARI

Ömer Can FARUKOĞLU¹

İhsan KORKUT²

1. GİRİŞ

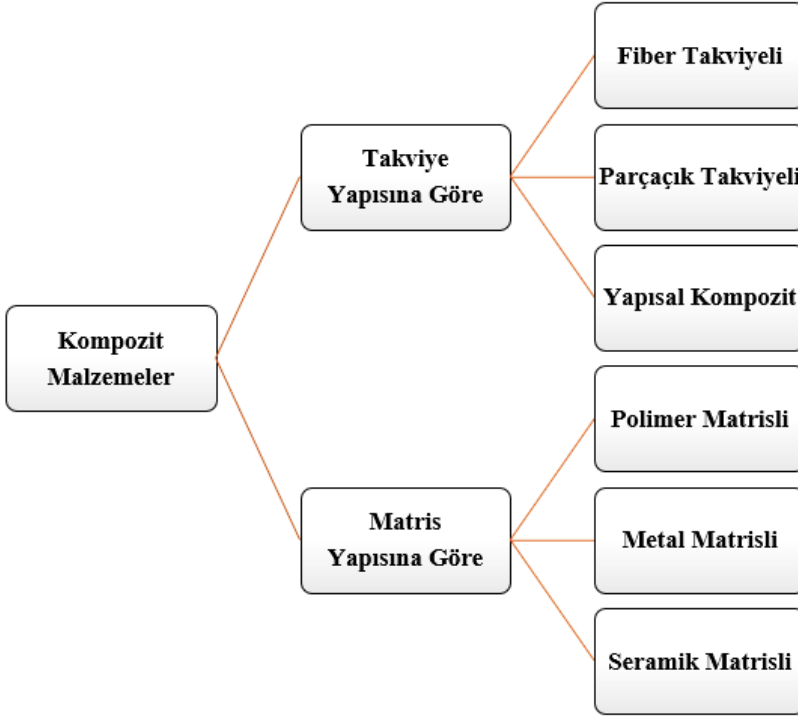
Tarihsel olarak bakıldığında kompozit malzemelerin geçmişini milattan önceki dönemlere kadar uzanmaktadır. Örneğin, kil saman ve su kullanımıyla elde edilen kerpiç tuğlalar eski Mısır yapılarında görülmektedir. Öte yandan, bu dönemlerde modern manadaki kompozit malzeme kavramı daha tanımlanmamıştır. Mühendislik ve teknik gerektiren alanlarda özellikle sanayi devriminden sonra hızlı bir yükseliş katedilmiştir. Teknik alanlarda farklı gereksinimlerin oluşmasıyla yeni malzemelere ihtiyaç duyulmuştur. Bu gereksinimlere cevap verebilmek adına modern kompozit malzemeler geliştirilmiştir.

Günümüzde kullanılan fiber takviyeli kompozit malzeme tanımı takribi olarak yirminci yüzyılın ortalarına dayanmaktadır. İlk fiberglas tekne 1942'de üretilmiştir ve bu yıllarda filament sarım metodu geliştirilmiştir. Metodun bulunmasıyla beraber füzeler için ilk uygulamalar 1950'li yıllarda yapılmıştır. Farklı malzemelerin ve imalat yöntemlerinin teknik alanlara ve bilime kazandırılmasıyla fiber takviyeli kompozit kullanımı yaygın hale gelmiştir. Bu alanlar savunma, otomotiv, havacılık ve uzay, biyomedikal, denizcilik ve alt yapı olarak sıralanabilir.

¹ Arş. Gör. Dr., Gazi Üniversitesi, Teknoloji Fakültesi, İmalat Mühendisliği, ORCID: 0000-0003-3244-8355.

² Prof. Dr., Gazi Üniversitesi, Teknoloji Fakültesi, İmalat Mühendisliği, ORCID: 0000-0002-5001-4449.

En geniş tanımıyla kompozit malzeme fiziksel veya kimyasal olarak iki veya daha fazla malzemenin birleştirilmesiyle elde edilen malzemelerdir. Birleştirme vasıtasıyla malzeme bileşenlerinin tek başına sahip olmayacağı özellikler elde edilen yeni malzemeye kazandırılmış olur. Burada not etmek gerekir ki malzeme bileşenleri belirgin olarak farklı özelliklere sahipse malzeme kompozit olarak sınıflandırılabilir. Örneğin, metalik malzemelerdeki dislokasyonlar veya alaşım elementleri malzemeyi kompozit olarak sınıflandırmaya yetmemektedir. Kompozit malzemelerin takviye ve matris yapısına göre sınıflandırması Şekil 1’de sunulmuştur (Agarwal vd. 2017, Callister & Rethwisch 2007, Daniel & Ishai 2006).



Şekil 1. Kompozitlerin sınıflandırması

Bu çalışmada, fiber takviyeli kompozitlere ve bu kompozitlerde karşılaşılabilecek malzeme kusurlarına odaklanılmıştır.

2. FİBER TAKVİYELİ KOMPOZİTLER

Fiber takviyeli kompozitler genellikle düşük ağırlıkla birlikte yüksek dayanım ve elastik modül gerektiren uygulamalarda tercih edilmektedir. Bu kompozitlerin tasarımı, metalik malzemelere kıyasla daha karmaşıktır. Bunun başlıca nedeni, fiberlerin farklı yönlerde farklı mekanik özellikler göstermesidir. Bir diğer ifadeyle anizotropik bir yapıya sahip olmasıdır. Anizotropi aynı zamanda önemli avantajlar sunmaktadır. Fiber hacim oranı ve yöneliminin değiştirilmesiyle, belirli uygulamalara özel olarak optimize edilmiş malzemeler tasarlanabilmektedir.

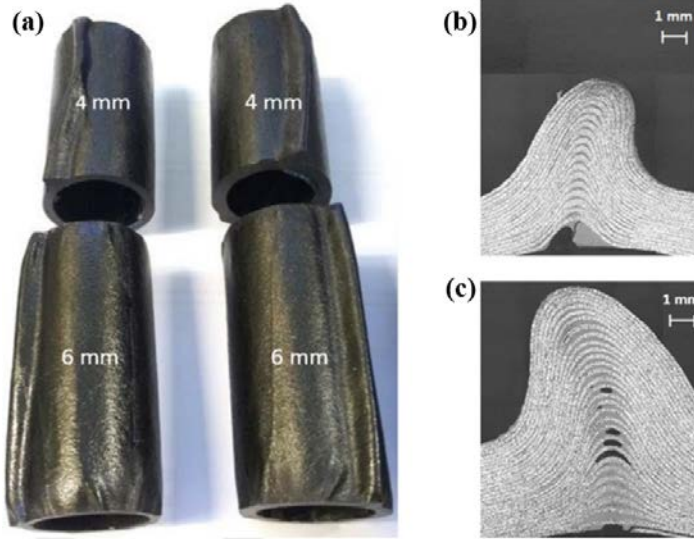
Fiber takviyeli malzemeler, yüksek mukavemetli fiberlerin bir matris fazı içerisine yerleştirilmesiyle elde edilirler. Kompozit malzemeyi oluşturan bu iki fazın özellikleri birbirinden belirgin şekilde farklıdır. Bu fazlar bir araya geldiğinde, her birinin sahip olduğu mekanik ve fiziksel özellikler büyük ölçüde korunmaktadır. Farklı faz kombinasyonları sayesinde tek bir malzemeden elde edilemeyecek özellikler kompozite kazandırılır. Malzemede fiber fazı esas olarak mekanik yükleri taşıırken, matris fazı fiberleri istenilen yön ve dizilimde sabitler. Ayrıca matris, fiberleri çevresel etkilerden koruyarak malzemenin bütünlüğünü korumasına katkı sağlar (Callister & Rethwisch 2007, Kalemtaş 2014).

3. FİBER TAKVİYELİ KOMPOZİTLERDE MALZEME KUSURLARI

Fiber takviyeli kompozitlerde meydana gelen kusurların bazıları imalat kaynaklıyken, kimi kusurlar da malzemeye uygulanan yük sebebiyle meydana gelmektedir. Ayrıca kusur ve yükün kombine olarak görüldüğü vakalar da mevcuttur. Alt başlıklarda meydana gelebilecek bu unsurlar detaylandırılmıştır.

3.1. Fiber Dalgalanması

Fiber takviye kompozitlerde meydana gelen kusurlardan birisi fiberlerde dalgalanma halidir. Dalgalanma, dalganın genliği, dalga boyu ve ulaştığı maksimum açı parametreleri üzerinden tanımlanmaktadır. Esasen, fiberlerin tasarlanan malzeme yönünden çıkarak lokal veya geniş ölçekte kıvrılması veya dalgalı bir yapı oluşturması durumudur. Şekil 2’de karbon fiber prepreg IMA-M21 malzemeden imal edilmiş kompozit borularda dalgalanma kusuru örnek olarak sunulmuştur.



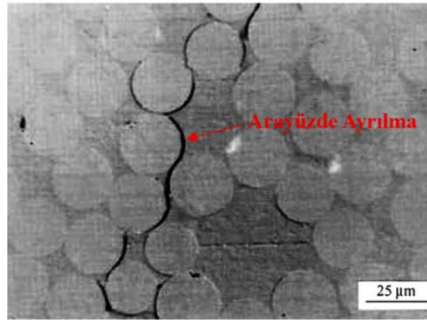
Şekil 2. (a) Farklı kalınlıklara sahip IMA-M21 boruların küreleme sonrası kesitleri, (b) 4 mm ve (c) 6 mm kalınlığındaki kesitlerin tipik mikrogram görüntüleri (Belnoue vd. 2018).

Bu malzeme kusuru genellikle imalat esnasında meydana gelmektedir. Malzemenin kalıba yanlış yerleştirilmesi, kalıp hataları, yanlış basınç ve sıkıştırma uygulamaları veya uygun olmayan kütleme koşulları malzemede dalgalanma oluşmasındaki temel etmenlerdendir. Örneğin, Şekil 2’de verilen durumda dalgalanmanın sebebi kütleme kaynaklıdır (Belnoue vd. 2018).

Dalgalanma sonucunda malzemenin özellikle fiber yönündeki dayanım ve rijitliğinde azalmalar meydana gelmektedir. Bu durum malzemede gerilme yığılmalarını artırarak yük altında hasar başlangıcını kolaylaştırmaktadır. Ayrıca dalgalanma geometrik olarak malzemenin bütünlüğünde sapmalara sebep olarak, hassas toleranslı uygulamalarda problemleri tetiklemektedir.

3.2. Arayüzde Ayrılma

Arayüzde ayrılma, fiber takviyeli kompozitlerde meydana gelen bir arayüz-faz kusurudur. Fiber ve matris arasındaki bağın zayıflaması ve tamamen kopması sonucunda ortaya çıkmaktadır. Fiberleri bir arada tutan matris ile fiberlerin ayrılması olarak da ifade edilebilir. Şekil 3’te fiber takviyeli bir polimer kompozitte çekme yükü altında meydana arayüzde ayrılma durumunun görüntüsü verilmiştir.



Şekil 3. Çekme yükü altındaki enine kesit kompozitte meydana gelen arayüzde ayrılma (Yang vd. 2012).

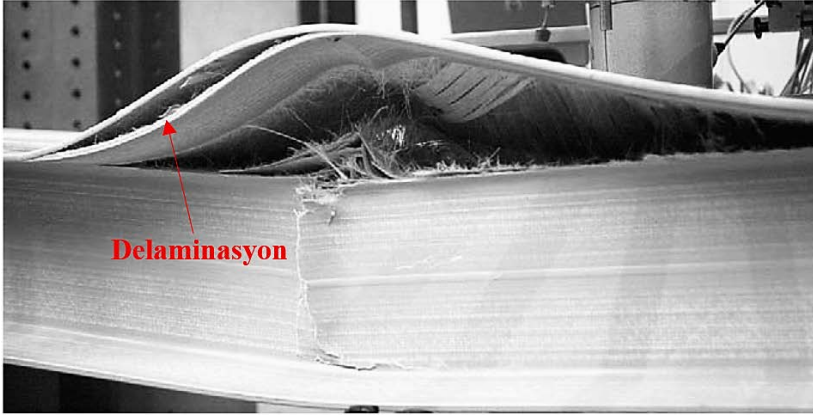
Arayüzde ayrılma olması durumunda fiberler ve onları çevreleyen matris fazı arasındaki yük transferi etkin olarak oluşmaz. Normal şartlarda matris fiberlere gelen yükü aktarma işlevi görerek kompozit yapının uyum içerisinde çalışmasına olanak tanır. Öte yandan arayüzde ayrılma olduğu durumda kompozitteki bütünlük bozulur ve yük taşıma işlevi çoğunlukla fiberler üzerinde lokalize olur. Bu da gerilme yığılması, çatlak başlamasına ve ilerlemesine veya fiberlerin kırılması gibi durumlara sebebiyet verebilir.

Arayüzde ayrılmanın temel nedenlerinden birisi kompozitin imalatı esnasında fiber yüzeyinin reçine ile yeterince ıslatılamamasıdır. Esasen yetersiz ıslanma, düşük kürleme basıncı, uygun olmayan vizkozite koşulları ve yetersiz reçine akışı gibi sebeplerden kaynaklanmaktadır. Buna ilaveten, fiber yüzeyinde yağ ve nem gibi unsurların bulunması bağlanmayı zayıflatıcı rol oynayarak; arayüzde lokal zayıf bölgelerin oluşmasına sebep olmaktadır. Bu gibi üretim kaynaklı problemler, fiber-matris arayüzünde zayıf bağlanmayı artırarak malzemenin dayanımını düşürmektedir.

3.3. Delaminasyon

Delaminasyon, fiber takviyeli kompozitlerde meydana gelebilen arayüz kusurlarından birisidir ve çoğunlukla lamine kompozitlerde ortaya çıkmaktadır. Bu durum genellikle katmanlar arasındaki matris fazının taşıdığı gerilmenin belirli bir seviyeyi aşması halinde gözlemlenmektedir. Mekanik, termal veya hidrotermal yükler kompozit üzerinde delaminasyon meydana gelmesine sebep olmaktadır.

Delaminasyon kompozit malzemenin genellikle en üst veya en alt tabakalarında meydana gelmekle birlikte bazı durumlarda kompozitlerin orta katmanlarında da oluşmaktadır. Şekil 4'te basma yükü altında kompozitin üst katmanlarında oluşmuş bir delaminasyon vakası sunulmuştur.

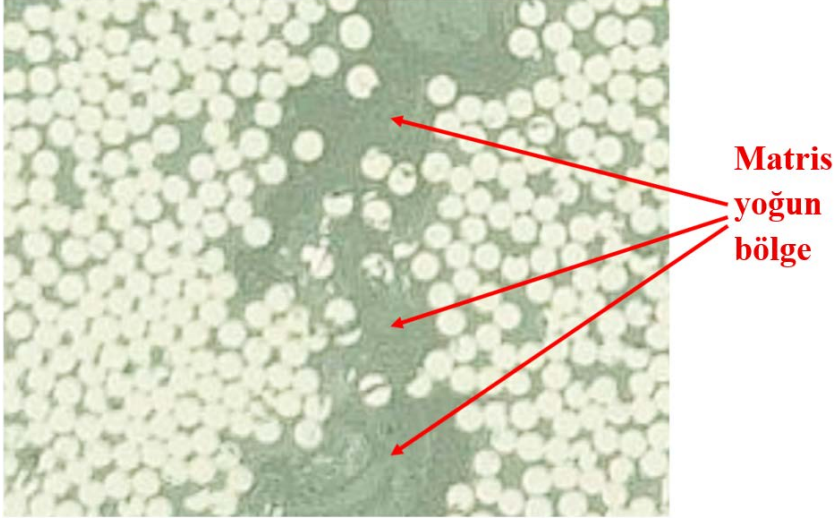


Şekil 4. Basma yükü altında üst yüzey tabakasının ayrılması ve delaminasyon oluşumu (Keller & Schollmayer 2004).

Burada belirtilmelidir ki porozite ve dalgalanma gibi malzeme kusurları çoğunlukla imalat kaynaklıyken delaminasyon kompozitin kullanımı veya uygulanan işlemlerden meydana gelmektedir. Örneğin lamine kompozitlerde darbe yükleme, delik delme veya kesme işlemlerinde oluşan delaminasyon; literatürde çeşitli çalışmalara konu olmuştur (Johnson & Holzapfel 2006, Patel & Chaudhary 2022, Schwartzentruber vd. 2018).

3.4. Matris ve Fiberin Homojen Dağılmaması

Matris ve fiberlerin kompozit malzeme içerisinde homojen olarak dağılmaması, imalat sürecinde ortaya çıkan kusurlardan birisidir. Fiber ve matris fazlarının kompozit yapı içerisinde düzgün ve dengeli bir şekilde dağılması, kompozitin beklenen mekanik özellikleri sağlayabilmesi açısından kritik öneme sahiptir. Ancak imalat sırasında çeşitli nedenlerle bu homojenlik bozulabilir ve malzeme içerisinde düzensiz bir yapı görülebilir. Şekil 5'te homojen olmayan bir fiber-matris dağılımı sunulmuştur.



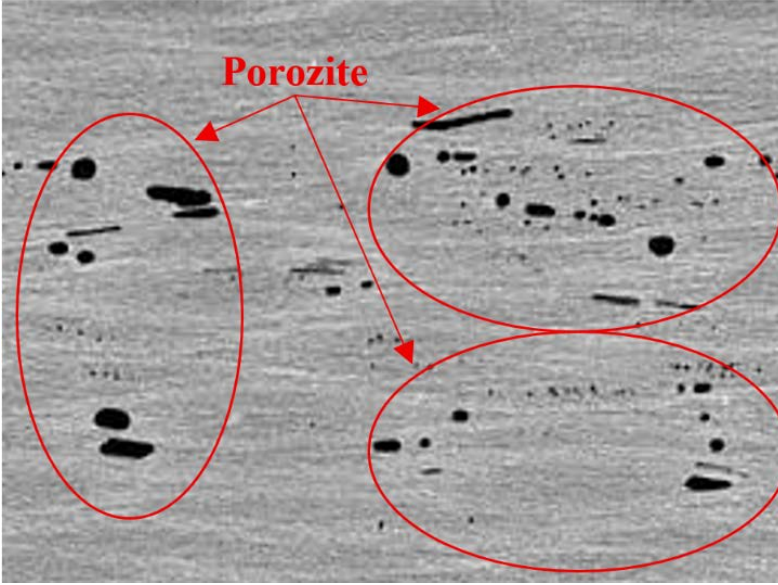
Şekil 5. Fiber ve matris fazlarının homojen dağılmadığı bir kompozitin optik mikroskop altında enine kesit görüntüsü (Li vd. 2021).

Bu durum arayüzde ayrılma kusurunda olduğu gibi yetersiz karıştırma işlemleri, matrisin uygun viskozitede olmaması, fiberlerin yeterince ıslanmaması, fiber yerleştirme hataları ve imalat parametrelerinin doğru şekilde kontrol edilmemesi gibi sebeplerle oluşmaktadır.

Bu kusur mikroyapı düzeyinde kompozit içerisinde heterojenlikler meydana getirmektedir. Fiber yoğun bölgelerde lokal olarak malzeme sertliğinde artışı görülebilirken, matris yoğun bölgelerde mekanik dayanım ve rijitlikte düşmeler oluşmaktadır. Bu dengesiz yapı, dış yükler altında malzemede meydana gelen gerilmenin malzeme boyunca eşit şekilde dağılmasını engeller. Dolayısıyla heterojen bölgelerde gerilme yığılmalarına yol açar. Gerilme yığılmaları özellikle zayıf mekanik özelliklere sahip matris yoğun bölgelerde çatlak başlangıcını kolaylaştırır ve çatlakların hızlı bir şekilde ilerlemesine neden olabilir. Sonuç olarak kompozitin çekme, eğilme ve darbe dayanımı gibi muhtelif mekanik özellikleri belirgin şekilde düşer.

3.5. Porozite

Fiber takviyeli kompozitlerde karşılaşılan kusurlar arasında porozite, mekanik performansı belirgin biçimde düşürmesi sebebiyle malzemede karşılaşılan kritik problemlerden biri olarak görülmektedir. Bu kusur genellikle malzemenin imalatı esnasında meydana gelmektedir ve oluşmasının temel nedeni, fiberlerin matris banyosu içinden geçirilmesi esnasında fiber yüzeyi ile matris arasında hapsolan havanın tahliye edilememesidir. Şekil 6'da porozite unsurları bulunan bir kompozit örneği sunulmuştur.



Şekil 6. Bilgisayarlı tomografi metodu ile ölçülmüş %0,9 porozite oranına sahip karbon fiber takviyeli kompozit (Kastner vd. 2010).

Fiber ve matris arayüzünde hava hapsolmesine yol açan çeşitli faktörler bulunmaktadır. Bu faktörler, fiberlerin matris banyosundan çekilme hızı, işlem esnasında uygulanan fiber gerginliği, fiber ile matris arasındaki yüzey enerjisi uyumu ve matrisin viskozitesi olarak sıralanabilir.

Yalnızca fiber-matris arayüzünde değil, matris içinde sıkışmış halde bulunan hava kabarcıkları ya da uçucu bileşenler de porozite oluşumuna sebep olabilmektedir. Matris malzeme fazının viskozitesini regüle etmek için kullanılan çözücülerin içinde bulunabilecek nem, kütleme gibi yüksek sıcaklıklı işlemler sırasında buharlaşarak porozite oluşumunu tetikleyebilmektedir. Laminasyon yöntemiyle imal edilen kompozitler de ise katmanlar arasında hapsolan hava poroziteyi artıran bir diğer etkindir.

Bunun yanı sıra fiber takviyeli kompozitler çevresel koşullardan etkilenmektedir. Porozite varlığı, özellikle nemli ortamlarda malzemenin nem alma hızını ve miktarını artırır. Bu durum, malzemede boyutsal değişimlere yol açabilmektedir.

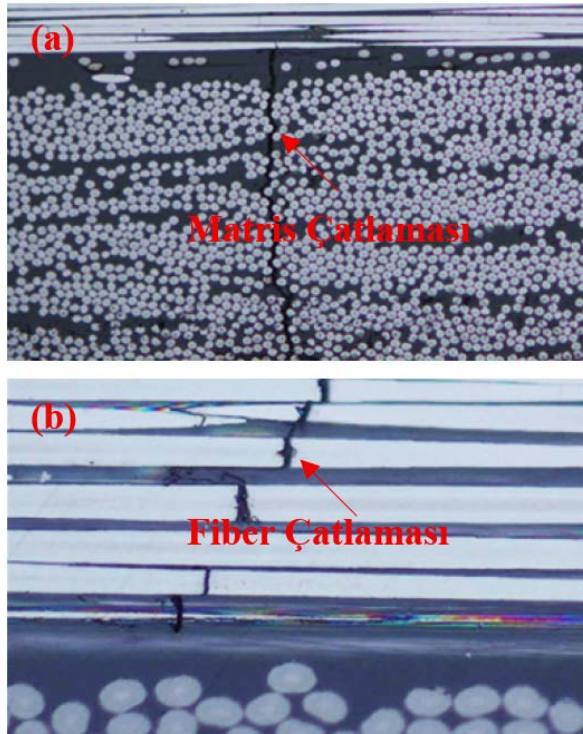
Fiber yüzeylerinde de nadiren oluşmasına rağmen porozite esasında bir matris fazı kusurudur. Bu sebeple malzemenin özellikle matris fazının baskın olduğu özelliklerde bozulmalar daha belirgin görülmektedir. Kompozit yapıda porozitenin bulunması; çekme ve basma dayanımı ile elastik modül gibi temel mekanik özelliklerde önemli kayıplara yol açmaktadır. Hacimsel olarak yalnızca %2-3 seviyelerinde porozite bile mekanik özelliklerde %50'ye varan azalmalara neden olabilmektedir. Porozitenin mekanik özelliklere olan etkisini inceleyen çeşitli çalışmalar literatürde bulunmaktadır, bakınız (Bhat vd. 2012, Hernández vd. 2013, Jiang vd. 2019, Koushyar vd. 2012).

3.6. Matris ve Fiberlerde Çatlak

Matriste oluşan çatlaklar kompozit malzemelerde sıklıkla görülen hasar başlangıç modlarından. Bu çatlaklar genellikle matris fazının fiber fazına göre daha düşük dayanımda olmasından kaynaklanmaktadır. Malzeme üzerindeki yükler gerilme oluşturarak matriste mikro çatlakların oluşmasına neden olur. Ayrıca, matris ve fiber fazlarının sahip olduğu ısıl genleşme katsayılarındaki farklar sıcaklık değişimlerinde kompozit

malzeme içerisinde iç gerilme oluşturur. Bu gerilmeler çatlak oluşumunu hızlandırmaktadır. Benzer şekilde imalat esnasında uygulanan kürtleme işlemi matriste hacimsel olarak büzülme oluşturarak malzeme içinde kalıntı gerilme oluşturabilmektedir. Bu gibi durumlar mikro çatlak meydana getirebilmektedir. Malzemenin tabi olduğu yükleme durumu mikro çatlakların ilerlemesine veya birleşmesine sebep olarak delaminasyon veya arayüzde ayrılma gibi durumları tetikleyebilmektedir.

Fiber liflerinde meydana gelebilecek olan çatlak ve kırılmalar ise fiber liflerinin yük altında dayanımını kaybetmesi sonucunda oluşmaktadır. Şekil 6'da matris ve fiberlerde oluşan çatlaklar örneklendirilmiştir.



Şekil 6. (a) Matris çatlama, (b) Fiber çatlama (Loukil 2013).

Fiber lifleri çoğunlukla yüksek çekme dayanımını sergilemelerine karşın çekme, basma veya yorulma gibi farklı

yükler altında hasar görebilmektedir. Çekme yüklemelerinin fiber liflerinin dayanımını aşmasında çoğunlukla malzemede ani olarak oluşan gevrek karakterli kırılmalar gözlemlenmektedir. Basma yükleri fiberlerde burkulma ve dalgalanma oluşturabilmektedir. Bu gibi durumlarda kompozit yapı içerisinde fiber lifi kırıldığında lifin taşıdığı yük çevredeki diğer liflere aktarılır ve gerilme yığılmaları oluşur (Daniel & Ishai 2006, Jones 2018).

Tekrarlı yorulma yüklerinde ise malzemede kırılma ve çatlama zamanla biriken mikro boyutlu kusurların ilerlemesiyle oluşmaktadır. Yük çevrimleri genellikle ilk olarak matriste mikro çatlaklar oluşturur ve lokal zayıflamalar meydana getirir. Bu durum fiber liflerine yüklerin eşit olarak dağılmasını engeller. Her bir yük çevrimiyle küçük kusurlar ilerleyerek fiber içinde çatlakların oluşmasına sebep olur.

4. SONUÇ VE ÖNERİLER

Fiber takviyeli kompozitlerde meydana gelen fiber, matris ve arayüzey tabakaları arasındaki kusurlar, kompozitin sadece dayanıklılığını değil, ayrıca hasar toleransını ve malzeme ömrünü de olumsuz olarak etkilemektedir. Fiberlerin dalgalanma ve dizilime bağlı yönlenme hataları ve fiberlerde meydana gelebilecek çatlamlar, yüklerin eşit şekilde dağılmasını engeller. Bu durum da lokal gerilme yığılmalarına sebep olabilmektedir.

Hatalı kürleme ve matriste oluşan çatlak problemleri malzeme içerisinde çatlak ilerlemesini hızlandıran role sahiptir. Fiber ve matris bağlantı yüzeylerinde meydana gelen zayıf bağlanma malzemenin yük transfer mekanizmasının istenilen şekilde çalışmasını engeller. Bu durum tasarlanandan erken sürede veya düşük yükte malzemede hasar oluşmasına sebep olur. Ayrıca, malzemede olabilecek porozite veya delaminasyon gibi kusurlar genellikle iç yapıda bulunmakta ve fark

edilememektedir. Bu kusurlar yük altında hızla ilerleyerek beklenmedik dayanım kayıplarına sebep olmaktadır. Bu tür kusurların tesiri sadece statik yüklemeler altında değil, aynı zamanda tekrarlı, termal veya hidrotermal yükler altında da daha belirgin hale gelmektedir. İlk etapta mikro ebatta olan kusurlar birleşerek makro boyuta ulaşır; malzemede büyük stabilite kayıplarına sebep olmaktadır.

Bu çalışmada fiber takviyeli kompozitlerde meydana gelen kusurlar özetlenmiştir. Bilindiği üzere fiber takviyeli kompozitler havacılık, uzay ve otomotiv gibi kritik öneme sahip teknik alanlarda sıklıkla kullanılmaktadır ve teknolojik ilerlemelerle bu alanlar daha da genişlemektedir. Bu sebeplerle çalışmada özetlenen kusurlar doğru malzeme imalat yöntemlerinin tatbiki ve ilgili kalite kontrol uygulamalarıyla bertaraf edilmelidir.

KAYNAKÇA

- Agarwal, B. D., Broutman, L. J., & Chandrashekhara, K. (2017). *Analysis and Performance of Fiber Composites* (4th ed.). Hoboken, NJ: John Wiley & Sons.
- Belnoue, J. H., Nixon-Pearson, O. J., Thompson, A. J., Ivanov, D. S., Potter, K. D., & Hallett, S. R. (2018). Consolidation-driven defect generation in thick composite parts. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 140(7), 071006. doi: 10.1115/1.4039555
- Bhat, M. R., Binoy, M. P., Surya, N. M., Murthy, C. R. L., & Engelbart, R. W. (2012). Non-destructive evaluation of porosity and its effect on mechanical properties of carbon fiber reinforced polymer composite materials. *AIP Conference Proceedings*, 1430, 1080-1087. doi: 10.1063/1.4716341
- Callister, W. D., & Rethwisch, D. G. (2007). *Materials Science and Engineering: an Introduction* (5th ed.). New York, NY: John Wiley & Sons.
- Daniel, I. M., & Ishai, O. (2006). *Engineering Mechanics of Composite Materials* (2nd ed.). New York, NY: Oxford University Press.
- Hernández, S., Sket, F., González, C., & Llorca, J. (2013). Optimization of curing cycle in carbon fiber-reinforced laminates: Void distribution and mechanical properties. *Composites Science and Technology*, 85, 73-82. doi:10.1016/j.compscitech.2013.06.005
- Jiang, W., Huang, Z., Wang, Y., Zheng, B., & Zhou, H. (2019). Voids formation and their effects on mechanical properties in thermoformed carbon fiber fabric-reinforced composites. *Polymer Composites*, 40(S2), 1094-1102. doi: 10.1002/pc.24876

- Johnson, A. F., & Holzapfel, M. (2006). Influence of delamination on impact damage in composite structures. *Composites Science and Technology*, 66(6), 807-815. doi: 10.1016/j.compscitech.2004.12.032
- Jones, R. M. (2018). *Mechanics of composite materials*. Boca Raton, FL: CRC Press.
- Kalemtaş, A. (2014). Metal matrisli kompozitlere genel bir bakış. *Putech & Composites*, 22, 18-30.
- Kastner, J., Plank, B., Salaberger, D., & Sekelja, J. (2010). Defect and porosity determination of fibre reinforced polymers by X-ray computed tomography. In *2nd International Symposium on NDT in Aerospace* (pp. 1-12).
- Keller, T., & Schollmayer, M. (2004). Plate bending behavior of a pultruded GFRP bridge deck system. *Composite Structures*, 64(3-4), 285-295. doi: 10.1016/j.compstruct.2003.08.011
- Koushyar, H., Alavi-Soltani, S., Minaie, B., & Violette, M. (2012). Effects of variation in autoclave pressure, temperature, and vacuum-application time on porosity and mechanical properties of a carbon fiber/epoxy composite. *Journal of Composite Materials*, 46(16), 1985-2004. doi: 10.1177/0021998311429618
- Li, X., Shonkwiler, S., & McMains, S. (2021). Detection of resin-rich areas for statistical analysis of fiber-reinforced polymer composites. *Composites Part B: Engineering*, 225, 109252. doi:10.1016/j.compositesb.2021.109252
- Loukil, M. S. (2013). *Experimental and numerical studies of intralaminar cracking in high performance composites* (Doctoral dissertation). Luleå University of Technology, Lulea, Sweden.

- Patel, P., & Chaudhary, V. (2022). Delamination evaluation in drilling of composite materials: A review. *Materials Today: Proceedings*, 56, 2690-2695. doi: 10.1016/j.matpr.2021.09.267
- Schwartzentruber, J., Papini, M., & Spelt, J. K. (2018). Characterizing and modelling delamination of carbon-fiber epoxy laminates during abrasive waterjet cutting. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 112, 299-314. doi: 10.1016/j.compositesa.2018.06.014
- Yang, L., Yan, Y., Liu, Y., & Ran, Z. (2012). Microscopic failure mechanisms of fiber-reinforced polymer composites under transverse tension and compression. *Composites Science and Technology*, 72(15), 1818-1825. doi: 10.1016/j.compscitech.2012.08.001

OSSEOINTEGRATED PROSTHETIC SYSTEMS: PRINCIPLES, TECHNOLOGIES, AND FUTURE PERSPECTIVES

Esen KİRİT¹

Bilçen MUTLU MİTİL²

1. INTRODUCTION TO PROSTHETIC SYSTEMS AND BIOMECHANICAL CHALLENGES

Trauma, peripheral vascular disease, persistent infection, or sarcomas reason limb loss resulting from can significantly impede an individual's movement and autonomy, leading to substantial economic and psychological repercussions (Cignini et al., 2012; Ferguson, Nightingale, Pathak, & Jayatunga, 2010; Mckechnie & John, 2014; Varma, Stineman, & Dillingham, 2014). Modern prostheses aim not only to replace missing limbs but also to restore physiological movement and motor control abilities (Wolf et al., 2020). Despite increasing technological advances, traditional socket-based prostheses still have some biomechanical limitations. The continuous volumetric changes in soft tissue disrupt the socket fit, leading to elevated device abandonment rates (Biddiss, Beaton, & Chau, 2007; Biddiss & Chau, 2007). From a solid mechanics viewpoint, socket systems necessitate physiological stresses to penetrate non-linear, viscoelastic tissue layers to access the bone, which diminishes mechanical force efficiency, generates metabolic fatigue, and

¹ Araştırma Görevlisi, Marmara Üniversitesi, Teknoloji Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, ORCID: 0000-0001-6492-4745.

² Dr. Öğretim Üyesi, Marmara Üniversitesi, Teknoloji Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, ORCID: 0000-0003-1598-4850.

causes relative micromotion (pistoning) that impairs natural proprioceptive input (Biddiss et al., 2007; Biddiss & Chau, 2007; Egamov & Isrofilov; Swinnen & Kerckhofs, 2015). Osseointegrated prosthetic devices remove the external socket by establishing attachment of an intramedullary component to the host bone through a percutaneous or transcutaneous interface (Egamov & Isrofilov; Schneider et al., 2003; Skalak & Zhao, 2000; Swain & Rautray, 2020). These invasive prostheses significantly enhance joint range of motion (ROM), dynamic gait symmetry, stability, and intuitive sensory input by reinstating a physiological load-transfer channel directly along the skeletal axis (Arabnejad, Johnston, Tanzer, & Pasini, 2017). Structural connections, free of fibrous tissue intervening between the living bone and the weight-bearing implant surface, rely on initial mechanical fixation and a robust biological interface formed through bone integration, providing long-term stability (Branemark, Branemark, Rydevik, & Myers, 2001; X. Liu, Chu, & Ding, 2004; Y. Liu, Rath, Tingart, & Eschweiler, 2020).

Recent advancements in additive manufacturing (AM) have enabled patient-specific implants to be produced at different scales from computed tomography (CT) data, leading to new developments in implant production (Jiang et al., 2021; Mahmoud & Elbestawi, 2017; Tofail et al., 2018). In addition to large-scale personalization, additive manufacturing techniques such as laser or electron beam powder bed fusion enable the fabrication of metallic designs of complex microarchitectures (FGMs) and Triple Periodic Minimal Surface (TPMS) lattices (Bandyopadhyay, Mitra, Goodman, Kumar, & Bose, 2023; Gupta & Talha, 2015; Kechagias, Oosterbeek, Munford, Ghose, & Jeffers, 2022; McGregor, Patel, McLachlin, & Vlasea, 2021; Tyagi & Manjaiah, 2023; Yu, Li, Dai, Xiao, & Song, 2022; Zhang et al., 2024). Next-generation biomimetic structures

reduce the stiffness of traditional implants to match the elastic modulus of host bone, mitigating stress shielding effects that lead to aseptic loosening and bone resorption (Arabnejad et al., 2017; Jain, Sharma, & Ghosh, 2024; Mahmoud & Elbestawi, 2017; Y. Wang, Arabnejad, Tanzer, & Pasini, 2018).

This chapter seeks to provide a comprehensive perspective on contemporary invasive prosthetic systems to assess these interconnected fields thoroughly. The subsequent sections examine the biological and mechanobiological principles that regulate the bone-implant interface (Y. Liu et al., 2020), advanced additive manufacturing workflows (Mahmoud & Elbestawi, 2017), and novel low-modulus metallic biomaterials (Najibi, Mokhtari, & Jin, 2026).

2. NON-INVASIVE PROSTHETIC SYSTEMS (EXOPROSTHESES)

Non-invasive prosthetic devices (exoprostheses) provide a specific role without direct attachment to the limb, so entirely circumventing the surgical risks associated with percutaneous treatments. In exoprostheses, the macroscopic mechanical stresses are sent to the host body through a custom-fitted socket that encases the remaining limb.

2.1. Interface Force Transmission Mechanics and Suspension

The essential component of an exoprosthesis is the rigid or semi-rigid socket shell, which functions as the primary load-bearing boundary layer. The macro-geometry of the socket is engineered to transmit multi-axial mechanical stresses experienced during activities of daily living (ADL) to the soft tissues of the residual extremity. This interface transmits stresses to the underlying skeletal system via the epidermis, adipose

tissue, muscle, and connective components(C. Lu et al., 2009; Moulic et al., 2019; van der Stelt et al., 2021). A socket is a mechanism that distributes normal pressures evenly over load-bearing anatomical regions, preventing stress concentrated around bony prominences. Unlike physiological skeletal transmission, load transmission in socket systems relies solely on soft tissue deformation. Essentially, the effectiveness of force transmission in the socket is limited by the highly nonlinear, anisotropic, and viscoelastic properties of the interstitial soft tissues. Innovative designs incorporate suspension mechanisms such as pin-lock liners, suction valves, or vacuum-assisted and self-suspended socket geometries to maintain stable structure during kinetic movement (Perry et al., 2018; Wilson, 1975). Elastomeric or silicone liners mitigate localized peaks in compressive pressure by acting as a cushioning layer. Furthermore, vacuum-assisted devices improve gait stability by reducing pistoning between the socket wall and the limb skin.

2.2. Biomechanical Limitations and Volumetric Instability

The main clinical drawbacks of exoprostheses lead to device abandonment and subsequent musculoskeletal disorders. Continuous contact pressure, shear stress, friction, and localized temperature increase in the closed socket environment cause chronic tissue degradation (Bazaka & Jacob, 2012; Meulenbelt, GEERTZEN, JONKMAN, & DIJKSTRA, 2011). Volumetric changes result from variations in systemic hydration, muscle atrophy, localized temperature fluctuations, and fluid redistribution due to cyclical compression. Small volumetric differences can compromise the precise alignment of the socket contour, leading to instantaneous interface macro-slippage, reduced prosthetic control, and increased borderline slippage (Biddiss & Chau, 2007; Manero et al., 2019; Perry et al., 2018) During dynamic load transfer, significant energy dissipation

occurs through mechanical hysteresis resulting from the nonlinear viscoelastic properties of biological soft tissues (Masaki et al., 2017; Masaki, Ji, Yamauchi, Tateuchi, & Ichihashi, 2019). This damping mechanically reduces the overall kinetic efficiency of the gait cycle, exacerbating the user's metabolic fatigue during prolonged physical activity. Furthermore, discomfort concentrated around compressed tissue often leads to inadequate prosthetic loading during the stance phase. Asymmetrical gait patterns lead to significant compensatory movement patterns, exacerbating irregular skeletal loading and secondary high-stress disorders such as chronic paraspinal muscle fatigue and low back pain (Newell & Driscoll, 2021).

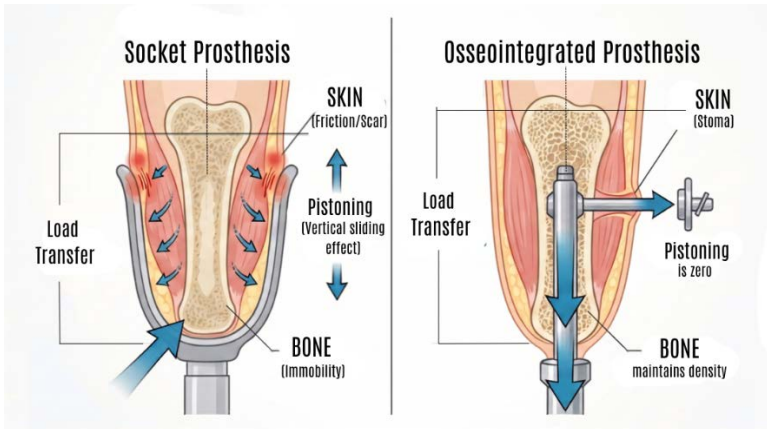


Figure 1. The difference between the socket prosthesis and the osseointegrated prosthesis

3. INVASIVE PROSTHETIC SYSTEMS

The significant biomechanical and dermatological constraints of traditional socket-based prostheses, namely skin issues, volumetric instability, and ineffective load distribution, have prompted the advancement of alternative skeletal attachment methods. Invasive prosthetic systems aim to achieve permanent structural integration between the external prosthesis

and the host skeleton. Invasive devices transmit macroscopic mechanical stresses directly through the bone, hence offering a highly efficient and healthy load-bearing pathway (Bazaka & Jacob, 2012; Meulenbelt et al., 2011).

3.1. Definition and Classification of Skeleton-Anchored Systems

Invasive prosthetic systems depend on osseointegration, which is the direct structural and functional link between organized, living bone and the surface of a load-bearing implant, devoid of intervening fibrous tissue, and utilizes surgically implanted metallic components. Invasive prostheses are categorized into two types according to the soft-tissue interface: percutaneous and transcutaneous systems (Bosshardt, Chappuis, & Buser, 2017; Gøthesen et al., 2013; Parithimarkalaignan & Padmanabhan, 2013; Prkic, Welsink, The, van den Bekerom, & Eygendaal, 2017). Percutaneous devices provide efficient load transfer and superior proprioceptive control through a direct mechanical connection between bone and the exogenous component. In contrast, persistent skin disruption leads to permanent complications, including escalating bacterial colonization, peri-implant infection, and extensive soft tissue management at the device interface (Comotti, Regazzoni, Rizzi, and Vitali, 2015; Li and Tanaka, 2018; Tavangarian, Proano, and Zolko, 2019; Vitali, Regazzoni, Rizzi, and Colombo, 2017). Transcutaneous devices prevent persistent skin disruption by transmitting mechanical pressure or control signals through intact soft tissues (Shevtsov et al., 2019; Shi et al., 2017).

3.2. Clinical and Biomechanical Advantages of Skeleton-Anchored Systems

The primary benefit of invasive prosthetic systems is the direct transfer of physiological load through cortical and trabecular bone. The direct passage of stress significantly

improves macroscopic mechanical efficiency, circumvents the uncomfortable socket-skin contact, and eradicates dermatological problems. Direct load transmission ensures optimal prosthesis stability. The endoprosthesis is securely affixed to the skeleton, significantly reducing relative motion (e.g., pistoning) (Alex, Shanmugam, Salunkhe, & Čep, 2025; Y. Liu et al., 2020; Safavi et al., 2023). Ultimately, skeleton-anchored prostheses eliminate extraneous socket components that hinder multi-axial joint mobility due to cumbersome geometries or physical interference, thereby facilitating an unlimited physiological range of motion (ROM). Subsequent investigations have consistently demonstrated transformative enhancements in overall quality of life (QoL), encompassing unrestricted sitting tolerance, markedly extended wearing durations, and elevated overall patient satisfaction (Najibi et al., 2026; Prakasam et al., 2017; Sarraf, Rezvani Ghomi, Alipour, Ramakrishna, & Liana Sukiman, 2022).

4. OSSEOINTEGRATION MECHANISMS

Osseointegration is a multifaceted biological and mechanical process operating at multiple scales that governs the long-term structural integrity and clinical efficacy of invasive prosthetic devices (X. Lu et al., 2025). Interface bone formation is more than a passive chemical reaction influenced by the biomaterial substrate; it arises from the interaction between the implant properties (surface topography, free energy, and metallurgy) and the dynamics of the host tissue (cyclic loading, interface prestressing, and local fluid space variations) (Albrektsson & Albrektsson, 1987; Albrektsson & Jacobsson, 1987; Puleo & Nanci, 1999).

4.1. Hierarchical Progressions and Stability Transitions

To create load-bearing structures suitable for the bone-implant interface, a seamless transition from initial mechanical placement to biological attachment is necessary. Immediately following placement, water molecules and plasma proteins adhere to the exposed metallic substrate, forming a dynamic "conditioning film" (Firkowska-Boden, Zhang, & Jandt, 2018; Gittens, Olivares-Navarrete, Schwartz, & Boyan, 2014). The molecular phase is governed by the Vroman effect, where highly mobile proteins initially adhering to the metal are replaced by larger structural proteins (Höhn, Virtanen, & Boccaccini, 2019; Mitra, 2020). Physical filters of substrate surface free energy and roughness alter the spatial conformation of proteins, accumulating specific cell-binding domains that translate the material properties of the component into biochemical signals for initial cell attachment (Puleo & Nanci, 1999). Osteoblasts form a structured collagen fibril network using the cement line as a template; this network then undergoes secondary calcification, transforming the delicate, isotropically woven bone into solid, anisotropically layered bone (Bosshardt et al., 2017; Davies, 1996; Stanford & Brand, 1999).

Optimizing the boundary layer requires addressing two conventional failure mechanisms. The significant stiffness mismatch between the stress shield, bulk titanium alloys ($E = 110$ GPa), and cortical bone ($E \approx 10\text{-}20$ GPa) leads to localized bone resorption, causing the rigid implant to bear the load (Gao, Fraulob, & Haïat, 2019a; X. Lu et al., 2025). Interfacial micro-movement occurs when the relative displacement exceeds the critical threshold of $100\text{-}150\text{ }\mu\text{m}$, thus disrupting the newly formed mineralized matrix and redirecting the healing process towards a mechanically inadequate fibrous tissue capsule,

accelerating aseptic loosening (Gao et al., 2019a; Puleo & Nanci, 1999).

4.2. Physicochemical and Mechanobiological Determinants

The surface properties of a material include four elements: chemical composition, surface free energy, multiscale roughness, and topography (Le Guéhennec, Soueidan, Layrolle, and Amouriq, 2007; Silva-Bermudez and Rodil, 2013). While early designs utilized smooth machined surfaces, modern biomechanical requirements necessitate rough surfaces (Wennerberg & Albrektsson, 2009). Micro-roughness facilitates micro-scale mechanical interlocking and improves focused cell adhesion by increasing the effective three-dimensional contact area (Gittens et al., 2014; Le Guéhennec, Soueidan, Layrolle, & Amouriq, 2007; X. Lu et al., 2025; Walter, Stich, Docheva, Alt, & Rupp, 2022). Simultaneously, the increased surface free energy enhances the kinetics of early protein adsorption by causing wetting of hydrophilic surfaces and stabilizing molecular conformations (Advincula, Petersen, Rahemtulla, Advincula, & Lemons, 2007; Le Guéhennec et al., 2007).

This physicochemical envelope is in contact with a mechanically sensitive fluid environment (Jee & Frost, 1992; Melo-Fonseca et al., 2020). Mechanical performance is particularly sensitive to the energy density range used during additive manufacturing, as faulty parameters can lead to significant microstructural failures. Failure to melt voids occurs when volumetric energy density is low, and the thermal input fails to melt the powder layer or penetrate the underlying layer traces. This leaves unmelted powder traces and irregular, sharply edged voids; these act as severe stress intensifiers, accelerating fatigue crack formation under physiological loading. Keyhole porosity

occurs when excessively localized energy density causes volatile alloying elements to vaporize. The resulting metal vapor exerts rebound pressure, creating a deep, unstable vapor void that leaves trapped gas pores after rapid solidification. The collection phenomenon separates continuous melt traces into disconnected spherical droplets. This reduces the interlayer bond strength and creates high surface roughness (Gao et al., 2019a; Rosso et al., 2021).

4.3. System-Level Failure Modes and Structural Vulnerabilities

When the initial levels of structural fixation fall below physiological limits, it initiates a chain of instability that reduces interface stiffness and increases dynamic displacement through compatibility multipliers (Gao et al., 2019a). During dynamic cyclic loading, surfaces are vulnerable to tribocorrosion; this is a combined wear-corrosion process in which protective oxide passive films are eroded by microfriction and chemically reactive bare metal undergoes galvanic dissolution. Progressive periprosthetic osteolysis and late aseptic loosening occur due to changes in chemical equilibrium resulting from the formation of wear particle debris (Guglielmotti, Olmedo, & Cabrini, 2019). In percutaneous implant designs, persistent epidermal fracture constitutes a significant structural fragility. Bacterial adhesion to the exposed metal surface disrupts biosealability, leading to increased inflammation and bone bed collapse around the implant and facilitating biofilm formation (Hasirci & Hasirci, 2025).

5. ADDITIVE MANUFACTURING IN INVASIVE PROSTHETIC SYSTEMS

Additive manufacturing (AM) or 3D printing has transformed invasive prosthetic systems by enabling the direct creation of complex, patient-specific, and topologically optimal

structures from digital data. Unlike traditional manufacturing methods such as CNC milling, which are limited by tool axes and lead to material waste, additive manufacturing creates components incrementally (Gibson et al., 2021). The design flexibility enables the creation of functionalized structures that replicate the anatomical intricacy and anisotropic stiffness characteristics of natural host tissues (Jemat, Ghazali, Razali, & Otsuka, 2015).

5.1. The End-to-End Digital Process Workflows

The development of a patient-specific, additively manufactured implant relies on a seamless digital workflow, including image capture, computer-aided design (CAD), finite element analysis, and computer-aided manufacturing (CAM) preparation. The process begins with high-resolution computed tomography (CT) or magnetic resonance imaging (MRI) to capture patient-specific morphometric data (Allawi, 2021).

Instead of constructing rigid structures, engineers are integrating complex internal architectures, including stochastic trabecular-inspired meshes, deterministic cellular periodic lattices, and Triple Periodic Minimal Surfaces (TPMS) such as Gyroid, Primitive, or Schwarz Diamond architectures (Kladovasilakis, Tsongas, & Tzetzis, 2020). The CAD cycle incorporates simulation-driven optimization techniques to improve mechanical efficiency and preserve fatigue life. For topology optimization, the Solid Isotropic Microstructure Penalization (SIMP) algorithm, combined with dimension optimization of individual lattice supports and generative design constraints, is implemented in advanced numerical solvers validated with Finite Element Analysis (FEA) (Rosso et al., 2021). The improved CAD model is divided into successive 2D sections to determine machine tool paths, scan range, and beam exposure vectors. Support structures must be created for

protruding features, especially in metal powder bed fusion systems. These supports fulfill two engineering functions: they provide rigid resistance to cladding blade forces and act as necessary thermal absorbers to dissipate local heat buildup, reducing warping and macroscopic sheet separation (Piedra-Cascón, Krishnamurthy, Att, & Revilla-León, 2021).

5.2. Powder Bed Fusion (PBF) Technical Modalities

In orthopedic implantology, the standard manufacturing method is metal-based powder bed fusion techniques. These high-resolution methods utilize localized thermal energy sources to selectively fuse small layers of metallic powders, primarily Ti-6Al-4V ELI alloys. Major industrial variations include Laser Powder Bed Fusion (LPBF/SLM) and Electron Beam Melting (EBM).

5.3. Process Parameter Control, Defects, and Mechanical Metrology

The practical application of the layer-by-layer fusion cycle creates a dynamic melting pool governed by volumetric energy density. This value is the total thermal energy transferred per unit volume of powder, determined by the interaction of laser power, scan rate, scan interval, and layer thickness. The advantage of AM is the resolution of the stiffness mismatch problem. The Young's modulus of ordinary Ti-6Al-4V is significantly higher than that of cortical or trabecular bone. The Gibson-Ashby cellular solids model predicts that the elastic modulus varies in a nonlinear proportion with relative density depending on whether the lattice topology exhibits bending or stretching. The optimum open porosity range, characterized by interconnected pore sizes within specific micrometer limits, facilitates bone growth by increasing fluid permeability and nutrient transfer and supports long-term secondary osseointegration (Jemat et al., 2015).

On the other hand, the stepping effect in layered manufacturing, combined with partially melted powder particles adhering to the boundaries, leads to manufacturing roughness. This uncontrolled roughness and crack propagation, scaled from these surface notches, reduces fatigue resistance under cyclic multiaxial walking stress. Secondly, downward-directed heat flow into the substrate plate causes the columnar grains to grow epitaxially along the construction direction. Consequently, tensile strength, fracture toughness, and elongation limits vary depending on the load vector orientation relative to the layer. Hot Isostatic Pressing (HIP) exposes the component to simultaneous high gas pressure and high temperature, causing the collapse of internal fusion deficiency voids and keyhole pores through localized plastic flow and diffusion bonding, thus restoring fatigue life. Thermal Stress Relief utilizes controlled vacuum annealing cycles to eliminate residual stress areas accumulated during rapid LPBF cooling, thus preventing geometric distortion. Finally, Advanced Surface Treatment methods are used to smooth external interfaces, thereby reducing surface notch effects while preserving the macroporosity of internal lattice regions (Seifi et al., 2017).

6. BIOMECHANICAL DESIGN AND STRESS MANAGEMENT

The definitive biomechanical compatibility between the metallic implant and the host skeleton determines the structural integrity of an invasive prosthesis (Deering et al., 2021; Melo-Fonseca et al., 2020). The mechanical fields produced at the dynamic bone-implant interface critically influence primary mechanical stability, localized strain-driven osseointegration kinetics, and the long-term viability of the reconstruction (Egamov & Isrofilov).

6.1. Interface Load Transfer and the Mechanics of Stress Shielding

The major structural bottleneck of orthopedic design is the huge stiffness mismatch between industrial bulk metals and native skeletal tissue (Gunasekar, Reddy, Penmakala, & Narala, 2025; Najibi et al., 2026). Bulk titanium alloys and cobalt-chromium configurations are noted for their high fracture toughness and fatigue limits but have an elastic modulus that is exponentially higher than that of living bone tissue (Al-Tamimi, Peach, Fernandes, Cseke, & Bartolo, 2017; Gunasekar et al., 2025). Living bone is a dynamic and mechanosensitive structure that self-optimizes its mass and trabecular alignment based on local strain deformations according to Wolff's Law and Frost's Mechanostat Theory (Jafariandehkordi & Jafariandehkordi, 2021; Najibi et al., 2026). When load bypass forces local bone strains to chronically drop into the disuse window (below 200 $\mu\epsilon$), osteocyte mechanosensors signal upregulation of osteoclast activity (Melo-Fonseca et al., 2020; Stanford & Brand, 1999). This triggers progressive periprosthetic bone resorption and osteopenia. Over-extended service lives, this loss of supporting bone stock destroys the osseointegrated boundary seal, leading directly to aseptic loosening, macro-instability, or catastrophic periprosthetic fractures (Liverani et al., 2021; Najibi et al., 2026).

6.2. Cellular Metamaterials and Topology Optimization

The modern implant design is highly dependent on Design for Additive Manufacturing (DfAM) to integrate open, cellular metamaterials directly into the implant core, thereby actively mitigating the destructive load-bypass cascade. The engineers systematically decrease the apparent bulk density by intentionally introducing controlled porosity, thereby downscaling the macroscopic effective lattice stiffness to precisely match the

Young's modulus of native cortical and trabecular structures according to Gibson-Ashby cellular mechanics (Gaur, Ghyar, & Bhallamudi, 2022; Gunashekar et al., 2025). Modern lattice shapes are usually classified in two major geometric families, with very different regimes of structural deformations:

Strut-Based Truss Networks are constructed by periodic spatial repetition of 1D beam members joined at discrete nodal junctions. Under physiological cyclic compression, severe localized stress concentrations develop at their sharp, discrete nodes. Such nodal junctions are strong stress concentrators that can significantly accelerate fatigue crack nucleation, thereby greatly limiting the high-cycle fatigue limit (Emanuelli et al., 2025). Octet-Truss designs are stretching-dominated structures that transfer loads efficiently via direct axial strut deformation, resulting in higher static strength but slightly lower overall fluid permeability (Deering et al., 2021). Triply Periodic Minimal Surface (TPMS) Structures divide space into non-intersecting, intertwined, labyrinthine channels that smoothly partition it, providing an exceptionally high surface-area-to-volume ratio that accelerates early protein adsorption and cellular vascularization (Gandhi et al., 2025; N. Wang et al., 2022). In the view of solid mechanics, TPMS structures in sheet form do not have any sharp nodal junctions (Kelly et al., 2019). The continuously and smoothly sweeping surface curvatures evenly distribute the stresses under complex multi-axial loading. The unique topology actively defeats local notch effects, leading to significantly enhanced compressive fatigue resistance and substantially increased energy absorption capacity of the construct (Emanuelli et al., 2025; Gandhi et al., 2025). Advanced implant engineering is shifting from monolithic, uniform lattice infills to Functionally Graded Porous Structures (FGPS) and multi-morphology hybrid platforms (Gandhi et al., 2025; Zhang et al., 2024). This cutting-edge methodology enables the production of a dense outer shell

that resembles cortical bone wraps, encapsulating a highly compliant interior that is perfectly aligned with the trabecular core, thereby uniformizing physiological strain distributions throughout the remaining host bone bed (Gandhi et al., 2025).

	BCC	Octet	Gyroid	Diamond
				
	High Flow, Low Strength	Maximum Static Strength	Superior Fatigue Resistance	High Stiffness & Flow
 Type	Bending Truss	Stretching Truss	TPMS	TPMS
 Strength	Low	High	Even	High Stiffness
 Fatigue	Low	Moderate	Very High	Very High
 Permeability	High	Moderate	Very High	High

Figure 2. Lattice Comparison

6.3. Biomechanical Evaluation Vectors

The computational solver, when successfully solved under dynamic physiological boundary load cases such as cyclic multi-axial compressive vectors, extreme bending moments, and localized muscle reaction forces, presents three main evaluation parameters. Von Mises Equivalent Stress uses a powerful scalar criterion for rapid identification of localized yielding paths, structural fatigue thresholds, and regions susceptible to catastrophic mechanical failure or extreme stress shielding (Ceddia et al., 2026; Jain et al., 2024). Interfacial Micromotion, accurately measured at the un-bonded bone-implant interface. In the early stage, the relative displacement should strictly stay below the critical clinical threshold of 50–150 μm . Exceeding this shear threshold at the boundaries leads to irreparable fracturing of the developing mineralized matrix and an abrupt default failure mode of the biological system governed by fibrous tissue encapsulation and subsequent aseptic loosening (Ghosh, Chanda, & Chakraborty, 2022; Jain et al., 2024).

7. SURFACE ENGINEERING AND COATINGS

The physicochemical and topographical properties of the surface interface strictly govern the long-term high-cycle fatigue durability, biocorrosion resistance, and biological survivability of invasive prosthetic devices. Immediately after surgical implantation, the primary boundary layer that governs the early cascade of blood-material interactions and protein adsorption forms from the outermost atomic layers of the component (Puleo & Nanci, 1999; Zheng, Fu, Du, Wang, & Yi, 2018). While advanced AM techniques (e.g., Laser Powder Bed Fusion) effectively produce optimized and patient-specific macro-geometries and cellular lattices, the resulting “as-built” surfaces inevitably possess unacceptably high macro-roughness, extensive arrays of partially melted satellite particles, and profound microstructural heterogeneity (Kelly et al., 2019; Lerebours et al., 2019; Liang et al., 2025). Multiscale surface engineering thus offers a decoupled, bio-instructive design strategy that precisely engineers interface-specific mechanical, tribocorrosive, and biological boundary conditions beyond the intrinsic metallurgical capacity of the bare structural alloy.

7.1. The Topographical Dilemma: Roughness Mechanics vs. Fatigue Limits

The long-term fatigue durability, biocorrosion resistance, and biological survivability of invasive prosthetic systems are determined by the physicochemical and topographical characteristics of surface interfaces. The outer atomic layers of the component immediately after implantation form the main boundary layer, which will dictate the first cascade of interactions with blood and control the race for the surface between host cell integration and bacterial colonization. AM techniques can fabricate optimized macro-geometries, but their as-built surfaces inherently possess high macro-roughness, unmelted satellite

particles, and microstructural heterogeneity. Surface engineering offers a decoupled design approach that tailors interface-specific mechanical, tribological, and biological boundary conditions far beyond the inherent capacity of the bare structural alloy.

Surface roughness is a highly non-linear control parameter that governs biological secondary fixation and macroscopic fatigue life in parallel. This indicates a severe, unavoidable optimization trade-off in load-bearing implants. In biological terms, surface microroughness is clinically essential (Gittens et al., 2014; Wennerberg & Albrektsson, 2009). This highly textured topography exponentially enhances the effective surface area, modifies the surface free energy, and facilitates the selective adsorption of adhesive proteins (such as fibronectin), which subsequently leads to integrin-mediated osteoblast adhesion, proliferation, and optimizes long-term bone-to-implant contact (BIC) (Barberi & Spriano, 2021; Gittens et al., 2014).

Nevertheless, from the perspective of structural solid mechanics, this highly irregular surface topography is highly detrimental. The same peaks, deep valleys, and partially melted powder particles that enable biological mechanical interlocking are also severe local stress concentrators under multi-axial cyclic physiological loading (Emanuelli et al., 2025; Liang et al., 2025). These microscopic stress raisers, often referred to in the literature as “killer defects,” increase the rate of fatigue crack nucleation at the surface boundary by orders of magnitude. Therefore, the high-cycle fatigue endurance limit of a “as-built” AM titanium component (around 210 MPa) can be reduced by more than 50% compared to a mechanically polished counterpart (around 500 MPa). This fundamental topographical dilemma, therefore, requires that modern implant surfaces cannot be uniformly rough, but rather must be strictly hybrid, site-specific surface treatments such as electropolishing in high-stress areas to restore fatigue life, combined with bioactive nano-texturing at the direct bone-

interface to successfully balance the conflicting requirements of mechanical fatigue survivability and rapid biological integration (Chaghazardi & Wüthrich, 2022).

Subtractive engineering operations are employed to solve this topographical problem. These operations modify the surface texture and eliminate manufacturing-induced defects while preserving the bulk mechanical envelope. Traditional grinding, micro-blasting, and mechanical polishing lines physically abrade as-built surface asperities and unmelted satellite particles, thereby removing surface notches, eliminating crack initiation zones, and shifting the high-cycle fatigue limit back toward the polished alloy standard (Seifi et al., 2017). Mechanical options are restricted by stringent line-of-sight requirements imposed by the physical tool-to-part contact paths and are therefore ineffective in the tortuous internal channels of additively manufactured porous lattices or Triply Periodic Minimal Surface (TPMS) blocks. To overcome these line-of-sight limitations, state-of-the-art frameworks leverage electropolishing (EP) and chemical acid etching.

Electropolishing is a non-contact anodic electrochemical dissolution process that removes partially fused powder particles deep inside the porous cores while preserving the macro-scale lattice profiles. EP removes structural surface defects and strengthens the biocorrosion barrier by forming a dense, highly homogeneous passive oxide layer (TiO_2). Simultaneously, sequential acid etching (HCl , H_2SO_4 , or HF blends) destroys the outer matrix grains to superimpose sub-micron nanostructures on the roughened micro-profiles, to turn the interface into a super-hydrophilic boundary layer that reduces the water contact angle to zero degrees to accelerate early fibrin clot stabilization

If subtractive surface updates alone are insufficient to achieve all biological and mechanical design goals, additive

surface engineering deposits distinct functional thin films by Physical Vapor Deposition (PVD) or chemical synthesis. Bare alloys with articulated configurations subjected to repetitive kinetic motion are prone to rapid wear and passive-layer abrasion. High-vacuum PVD-deposited Titanium Nitride (TiN) ceramic coatings provide extreme surface hardness and a low coefficient of friction to protect these tracking zones, thereby limiting sub-micron debris tracking and blocking macrophage-mediated, debris-induced osteolysis (Guglielmotti, Olmedo, & Cabrini, 2019). Diamond-Like Carbon (DLC) films comprise graphite-like and diamond-like carbon networks and are chemically inert and hemocompatible, preventing substrate ion leaching. However, during deposition, hard coatings generate high internal residual stresses, which make them susceptible to catastrophic delamination under cyclic physiological shearing. Modern concepts to preserve coating adhesion include ductile metallic buffer zones (e.g., pure Ti interlayers) or carbon-matrix metal doping to relieve boundary shear gradients.

Hard coatings are used to prevent friction, while Hydroxyapatite (HA) and resorbable calcium phosphate (Ca-P) coatings are used to directly recruit cells. Crystalline HA is similar to the mineral phase of natural bone matrix and alters the local surface energy to enhance early protein binding (fibronectin and vitronectin) and osteoblast differentiation (Advincula et al., 2007). The bioactive masking process promotes rapid contact osteogenesis, which can increase bone-to-implant contact ratios by up to 300% in the early phase of healing. The structural standard is a uniform thin-film profile limited to 40 to 50 μm to avoid premature fatigue failure or delamination at the coating-substrate boundary. Finally, to reduce the high risk of early- or late-stage periprosthetic infection, modern functional layers incorporate active antimicrobial heavy metal ions, primarily silver, copper, or zinc (Y. Liu et al., 2020). These systems possess

broad-spectrum bactericidal action by binding with bacterial thiol groups to disrupt cell membranes, generating highly toxic Reactive Oxygen Species (ROS) to halt microbial DNA replication and fully block irreversible biofilm formation (Hasirci & Hasirci, 2025). The modern state of the art in surface design involves multifunctional hybrid platforms (e.g., silver-doped hydroxyapatite or zinc-functionalized drug-eluting hydrogels) that can simultaneously promote rapid secondary osseointegration, prevent biocorrosion, and release localized antimicrobials to ensure the long-term structural survivability of the reconstruction.

8. FUTURE DIRECTIONS AND PARADIGM SHIFTS

The multidisciplinary field of invasive prosthetic rehabilitation is moving from the fabrication of passive structural components to the design of intelligent, autonomous, and mechanobiologically active hardware systems (Alex et al., 2025; Maroti et al., 2024). While today's skeleton-anchored reconstructions can reliably attain primary and secondary stability, long-term weaknesses such as high-cycle fatigue decay, local stress shielding, sub-micron tribocorrosive wear, and ascending bacterial biofilm colonization demand next-generation solutions (Cheah, Azman, & Bajuri, 2022; Mathur, Phogat, Jewariya, & Wan, 2025). Future development tracks focus on the use of breakthroughs in microelectromechanical systems (MEMS), flexible bioelectronics (Demir & Gu, 2019; Maroti et al., 2024), four-dimensional (4D) printing of stimuli-responsive smart shape-memory alloys, and advanced additive 3D bioprinting to produce prostheses with dynamic real-time interaction with the host physiological environment (Lele, 2018; Maroti et al., 2024).

8.1. Sensorized Smart Systems and Predictive Diagnostics

Next-generation invasive prostheses provide passive structural scaffolds and function as active diagnostic platforms via the seamless integration of in situ tribomechanical telemetry and biochemical boundary sensing. The smart device is integrated with miniaturized microelectromechanical systems (MEMS) strain gauges, piezoelectric crystals, pressure sensors, and solid-state accelerometers directly embedded within topology-optimized lattice voids, which allows for continuous monitoring of multi-axial load-transfer profiles, real-time stress distributions, and dynamic boundary shear vectors throughout the daily gait cycles (Maroti et al., 2024).

The system can algorithmically identify abnormal hysteresis trends or early-stage interfacial micromotion exceeding the critical 50–150 μm threshold (Ghosh et al., 2022), by analyzing these continuous kinematic datasets using edge-based machine learning (ML) solvers and computational intelligence frameworks (Gao, Fraulob, & Haïat, 2019b). Such unique predictive diagnostic capability enables preemptive clinical weight-bearing adaptations long before macroscale aseptic loosening or catastrophic structural fatigue failure (Naghavi et al., 2023; Verma et al., 2024). At the same time, this solid mechanics tracking is enhanced by functionalized nanoscale biosensor arrays integrated at the vulnerable percutaneous stoma junction (Firkowska-Boden et al., 2018; Maroti et al., 2024). These state-of-the-art sensors continuously track early metabolic markers of failure in the local interstitial fluid, precisely measuring localized drops in pH, rapid temperature changes, and particular bacterial metabolites.

Additionally, the prosthesis is enabled to act as an active bio-sentinel by wirelessly transmitting these diagnostic vectors

through embedded telemetry modules and inductive wireless power transfer networks, which can alert to acute peri-implantitis or compromised osseointegration much before classical clinical markers become evident (Ghomi, Khosravi, Neisiany, Singh, & Ramakrishna, 2021).

9. CONCLUSION

Traditional socket-based devices are still widely prescribed, but their inevitable biomechanical bottlenecks, such as highly non-linear load transfer, compliance-induced mechanical hysteresis, dermatological tissue degradation, and lack of proprioceptive pathway control, have directly favored the emergence of invasive options based on the fundamental principles of osseointegration. Osseointegration is a multiphysics, multiscale, mechanobiological process that involves initial competitive protein adsorption kinetics governed by the Vroman effect, integrin-mediated cell adhesion, afibrillar matrix synthesis, and continuous strain-driven skeletal adaptation. Therefore, the performance of skeleton-anchored prostheses depends not only on macroscale geometric fit or bulk alloy properties but also on the continuous, dynamic physical fields that direct localized peri-implant bone remodeling. High-resolution AM powder bed modalities such as LPBF and EBM enable one-step fabrication of patient-specific configurations directly from segmented medical imaging data. These generative tools enable the strategic integration of advanced cellular metamaterials, multiscale porous networks, and functionally graded materials into metallic titanium frames, as well as macro-personalization. These biomimetic layouts faithfully replicate the highly anisotropic, heterogeneous mechanical responses of native cortical shell layers and trabecular cores. This is why structural computational biomechanics has become the key driver of

optimization in modern implantology. The main engineering compromise is to find the right balance between absolute macroscopic fatigue durability and physiological, multi-axial load-sharing across the bone bed. Cellular topologies of higher order, namely sheet-like TPMS structures such as the Gyroid and Schwarz Diamond, have been shown to be highly effective at matching the effective elastic modulus of the host bone, according to Gibson-Ashby scaling bounds. Stiffness is reduced in a topology-driven fashion to eliminate the cascade of destructive load bypass, preventing local stress shielding, bone stock resorption, and late-stage aseptic loosening. Ultra-thin, hard tribological barriers, such as Titanium Nitride (TiN) or Diamond-Like Carbon (DLC) films, are effective for separating the underlying metallic substrate from synergistic tribocorrosive dissolution, and for strictly limiting abrasive third-body wear tracking. At the same time, the load-bearing metallic core is coated with bio-instructive bioceramics or antimicrobial, ion-releasing hybrid matrices, which greatly accelerate contact osteogenesis while effectively preventing the formation of opportunistic bacterial biofilms. Ultimately, the unique convergence of computational solid mechanics, advanced material processing, and digital health is fundamentally reshaping the field of personalized (patient-specific) skeletal reconstruction. Modern invasive prostheses can no longer be considered passive, bio-inert space fillers. They are, instead, fully integrated bio-instructive engineering platforms that seamlessly integrate multi-axial structural support, long-term biological integration, and full physiological function.

REFERENCES

- Advincula, M. C., Petersen, D., Rahemtulla, F., Advincula, R., & Lemons, J. E. (2007). Surface analysis and biocorrosion properties of nanostructured surface sol–gel coatings on Ti6Al4V titanium alloy implants. *Journal of Biomedical Materials Research Part B: Applied Biomaterials: An Official Journal of The Society for Biomaterials, The Japanese Society for Biomaterials, and The Australian Society for Biomaterials and the Korean Society for Biomaterials*, 80(1), 107-120.
- Al-Tamimi, A. A., Peach, C., Fernandes, P. R., Cseke, A., & Bartolo, P. J. (2017). Topology optimization to reduce the stress shielding effect for orthopedic applications. *Procedia Cirp*, 65, 202-206.
- Alex, Y., Shanmugam, R., Salunkhe, S., & Čep, R. (2025). Advancement of additive manufacturing technology in the development of personalized in vivo and in vitro prosthetic implants. *Reviews on Advanced Materials Science*, 64(1), 20250109.
- Allawi, N. I. (2021). Application of Reverse Engineering and Rapid Prototyping for Reconstruction of Human Mandible. *arXiv preprint arXiv:2106.15489*.
- Arabnejad, S., Johnston, B., Tanzer, M., & Pasini, D. (2017). Fully porous 3D printed titanium femoral stem to reduce stress-shielding following total hip arthroplasty. *Journal of Orthopaedic Research*, 35(8), 1774-1783.
- Bandyopadhyay, A., Mitra, I., Goodman, S. B., Kumar, M., & Bose, S. (2023). Improving biocompatibility for next generation of metallic implants. *Progress in materials science*, 133, 101053.

- Barberi, J., & Spriano, S. (2021). Titanium and protein adsorption: an overview of mechanisms and effects of surface features. *Materials*, 14(7), 1590.
- Bazaka, K., & Jacob, M. V. (2012). Implantable devices: issues and challenges. *Electronics*, 2(1), 1-34.
- Biddiss, E., Beaton, D., & Chau, T. (2007). Consumer design priorities for upper limb prosthetics. *Disability and rehabilitation: Assistive technology*, 2(6), 346-357.
- Biddiss, E., & Chau, T. (2007). Upper-limb prosthetics: critical factors in device abandonment. *American journal of physical medicine & rehabilitation*, 86(12), 977-987.
- Bosshardt, D. D., Chappuis, V., & Buser, D. (2017). Osseointegration of titanium, titanium alloy and zirconia dental implants: current knowledge and open questions. *Periodontology 2000*, 73(1), 22-40.
- Branemark, R., Branemark, P., Rydevik, B., & Myers, R. R. (2001). Osseointegration in skeletal reconstruction and rehabilitation: a review. *Journal of rehabilitation research and development*, 38(2), 175-182.
- Ceddia, M., Romasco, T., Pietro, N. D., Cipollina, A., Piattelli, A., Lamberti, L., & Trentadue, B. (2026). Quantifying Stress Shielding in Dental Implants: A Comparative Finite Element Study of Titanium, CFR-PEEK, and Ceramic Materials. *Materials*, 19(5), 869.
- Chaghazardi, Z., & Wüthrich, R. (2022). Electropolishing of additive manufactured metal parts. *Journal of The Electrochemical Society*, 169(4), 043510.
- Cheah, Y. K., Azman, A. H., & Bajuri, M. Y. (2022). Finite-element analysis of load-bearing hip implant design for additive manufacturing. *Journal of Failure Analysis and Prevention*, 22(1), 356-367.

- Cignini, P., Giorlandino, C., Padula, F., Dugo, N., Cafà, E. V., & Spata, A. (2012). Epidemiology and risk factors of amniotic band syndrome, or ADAM sequence. *Journal of prenatal medicine*, 6(4), 59.
- Davies, J. (1996). In vitro modeling of the bone/implant interface. *The Anatomical Record: An Official Publication of the American Association of Anatomists*, 245(2), 426-445.
- Deering, J., Presas, A., Yu, B., Valentin, D., Heiss, C., Bosbach, W. A., & Grandfield, K. (2021). Implant resonance and the mechanostat theory: Applications of therapeutic ultrasound for porous metallic scaffolds. *Materials Science and Engineering: C*, 125, 112070.
- Demir, G., & Gu, X. (2019). Developments in 4D-printing: a review on current smart materials, technologies, and applications. *International Journal of Smart and Nano Materials*, 10(3), 205-224.
- Egamov, K. K., & Isrofilov, F. R. PRIMARY AND SECONDARY STABILITY OF DENTAL IMPLANTS: A THEORETICAL MECHANOBIOLOGICAL ANALYSIS.
- Emanuelli, L., Babaei, M., De Biasi, R., du Plessis, A., Trivisonno, A., Agostinacchio, F., . . . Pellizzari, M. (2025). Optimising β -Ti21S alloy lattice structures for enhanced femoral implants: a study on mechanical and biological performance. *Materials*, 18(1), 170.
- Ferguson, H. J. M., Nightingale, P., Pathak, R., & Jayatunga, A. P. (2010). The influence of socio-economic deprivation on rates of major lower limb amputation secondary to peripheral arterial disease. *European Journal of Vascular and Endovascular Surgery*, 40(1), 76-80.

- Firkowska-Boden, I., Zhang, X., & Jandt, K. D. (2018). Controlling protein adsorption through nanostructured polymeric surfaces. *Advanced healthcare materials*, 7(1), 1700995.
- Gandhi, R., Salmi, M., Roy, B., Pauli, L., Pagliari, L., & Concli, F. (2025). Mechanical and fatigue performance of multidirectional functionally graded Ti6Al4V scaffolds produced via laser powder bed fusion for orthopedic implants. *Materials & Design*, 251, 113725.
- Gao, X., Fraulob, M., & Haïat, G. (2019a). Biomechanical behaviours of the bone–implant interface: a review. *Journal of The Royal Society Interface*, 16(156).
- Gao, X., Fraulob, M., & Haïat, G. (2019b). Biomechanical behaviours of the bone–implant interface: a review. *Journal of The Royal Society Interface*, 16(156), 20190259.
- Gaur, B., Ghyar, R., & Bhallamudi, R. (2022). Parameter optimization for printing Ti6Al4V-alloy patient-customized orthopaedic implants by laser powder bed fusion using physio-mechanical properties and biological evaluations. *Indian Journal of Orthopaedics*, 56(5), 797-804.
- Ghomi, E. R., Khosravi, F., Neisiany, R. E., Singh, S., & Ramakrishna, S. (2021). Future of additive manufacturing in healthcare. *Current Opinion in Biomedical Engineering*, 17, 100255.
- Ghosh, R., Chanda, S., & Chakraborty, D. (2022). Application of finite element analysis to tissue differentiation and bone remodelling approaches and their use in design optimization of orthopaedic implants: A review.

International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering, 38(10), e3637.

- Gibson, I., Rosen, D., Stucker, B., Khorasani, M., Rosen, D., Stucker, B., & Khorasani, M. (2021). *Additive manufacturing technologies* (Vol. 17): Springer.
- Gittens, R. A., Olivares-Navarrete, R., Schwartz, Z., & Boyan, B. D. (2014). Implant osseointegration and the role of microroughness and nanostructures: lessons for spine implants. *Acta biomaterialia*, 10(8), 3363-3371.
- Gøthesen, Ø., Espehaug, B., Havelin, L., Petursson, G., Lygre, S., Ellison, P., . . . Furnes, O. (2013). Survival rates and causes of revision in cemented primary total knee replacement: a report from the Norwegian Arthroplasty Register 1994–2009. *The bone & joint journal*, 95(5), 636-642.
- Guglielmotti, M. B., Olmedo, D. G., & Cabrini, R. L. (2019). Research on implants and osseointegration. *Periodontology 2000*, 79(1), 178-189.
- Gunashekar, G., Reddy, N. D. D., Penumakala, P. K., & Narala, S. K. R. (2025). Compressive response of additively manufactured Ti–6Al–4V triply periodic minimal surface structures with different unit cell designs for biomedical implant applications. *Materials Today Communications*, 44, 112013.
- Gupta, A., & Talha, M. (2015). Recent development in modeling and analysis of functionally graded materials and structures. *Progress in Aerospace Sciences*, 79, 1-14.
- Hasirci, N., & Hasirci, V. (2025). *Hydrogels and Bioinks in Tissue Engineering*: Springer.

- Höhn, S., Virtanen, S., & Boccaccini, A. R. (2019). Protein adsorption on magnesium and its alloys: A review. *Applied Surface Science*, 464, 212-219.
- Jafariandehkordi, A., & Jafariandehkordi, Z. (2021). A finite element optimization of the design variables of a dental implant screw based on the Mechanostat Theory. *Computer Methods and Programs in Biomedicine Update*, 1, 100033.
- Jain, T., Sharma, G. K., & Ghosh, R. (2024). Design of functionally graded porous lattice structure tibial implant for TAR. *International Journal of Mechanical Sciences*, 281, 109671.
- Jee, W., & Frost, H. (1992). Skeletal adaptations during growth. *Triangle; the Sandoz journal of medical science*, 31(2/3), 77-88.
- Jemat, A., Ghazali, M. J., Razali, M., & Otsuka, Y. (2015). Surface modifications and their effects on titanium dental implants. *BioMed research international*, 2015(1), 791725.
- Jiang, M., Coles-Black, J., Chen, G., Alexander, M., Chuen, J., & Hardidge, A. (2021). 3D printed patient-specific complex hip arthroplasty models streamline the preoperative surgical workflow: a pilot study. *Frontiers in surgery*, 8, 687379.
- Kechagias, S., Oosterbeek, R. N., Munford, M. J., Ghouse, S., & Jeffers, J. R. (2022). Controlling the mechanical behaviour of stochastic lattice structures: the key role of nodal connectivity. *Additive Manufacturing*, 54, 102730.
- Kelly, C. N., Francovich, J., Julmi, S., Safranski, D., Guldborg, R. E., Maier, H. J., & Gall, K. (2019). Fatigue behavior of As-built selective laser melted titanium scaffolds with

- sheet-based gyroid microarchitecture for bone tissue engineering. *Acta biomaterialia*, 94, 610-626.
- Kladovasilakis, N., Tsongas, K., & Tzetzis, D. (2020). Finite element analysis of orthopedic hip implant with functionally graded bioinspired lattice structures. *Biomimetics*, 5(3), 44.
- Le Guéhennec, L., Soueidan, A., Layrolle, P., & Amourig, Y. (2007). Surface treatments of titanium dental implants for rapid osseointegration. *Dental materials*, 23(7), 844-854.
- Lele, A. (2018). Additive manufacturing (AM). In *Disruptive Technologies for the Militaries and Security* (pp. 101-109): Springer.
- Lerebours, A., Vigneron, P., Bouvier, S., Rassineux, A., Bigerelle, M., & Egles, C. (2019). Additive manufacturing process creates local surface roughness modifications leading to variation in cell adhesion on multifaceted TiAl6V4 samples. *Bioprinting*, 16, e00054.
- Liang, Z., Zhang, M., Zhang, X., Guo, Y., Chang, H., Sun, Z., . . . Alexandrov, I. (2025). Effects of plasma electrolytic polishing on surface finish and mechanical properties of Ti6Al4V diamond lattices with a specific relative density. *Surface and Coatings Technology*, 496, 131659.
- Liu, X., Chu, P. K., & Ding, C. (2004). Surface modification of titanium, titanium alloys, and related materials for biomedical applications. *Materials Science and Engineering: R: Reports*, 47(3-4), 49-121.
- Liu, Y., Rath, B., Tingart, M., & Eschweiler, J. (2020). Role of implants surface modification in osseointegration: A systematic review. *Journal of Biomedical Materials Research Part A*, 108(3), 470-484.

- Liverani, E., Rogati, G., Pagani, S., Brogini, S., Fortunato, A., & Caravaggi, P. (2021). Mechanical interaction between additive-manufactured metal lattice structures and bone in compression: implications for stress shielding of orthopaedic implants. *Journal of the mechanical behavior of biomedical materials*, 121, 104608.
- Lu, C., Hsu, L., Huang, G., Lai, C., Peng, H., & Hong, T. (2009). *The development and strength reinforcement of rapid prototyping prosthetic socket coated with a resin layer for transtibial amputee*. Paper presented at the 13th International Conference on Biomedical Engineering: ICBME 2008 3–6 December 2008 Singapore.
- Lu, X., Zhao, Y., Peng, X., Lu, C., Wu, Z., Xu, H., . . . Hao, Y. (2025). Comprehensive overview of interface strategies in implant osseointegration. *Advanced Functional Materials*, 35(16), 2418849.
- Mahmoud, D., & Elbestawi, M. A. (2017). Lattice structures and functionally graded materials applications in additive manufacturing of orthopedic implants: a review. *Journal of Manufacturing and Materials Processing*, 1(2), 13.
- Maroti, P., Schlegl, A. T., Nagy, B., Toth, L., Bogar, P., Jozsa, G., . . . Hussain, C. M. (2024). Additive manufacturing in limb prosthetics and orthotics: The past, present and future of 3D printing orthopedic assistive devices. In *Medical additive manufacturing* (pp. 179-207): Elsevier.
- Masaki, M., Aoyama, T., Murakami, T., Yanase, K., Ji, X., Tateuchi, H., & Ichihashi, N. (2017). Association of low back pain with muscle stiffness and muscle mass of the lumbar back muscles, and sagittal spinal alignment in young and middle-aged medical workers. *Clinical Biomechanics*, 49, 128-133.

- Masaki, M., Ji, X., Yamauchi, T., Tateuchi, H., & Ichihashi, N. (2019). Effects of the trunk position on muscle stiffness that reflects elongation of the lumbar erector spinae and multifidus muscles: an ultrasonic shear wave elastography study. *European journal of applied physiology*, 119(5), 1085-1091.
- Mathur, M., Phogat, P., Jewariya, M., & Wan, M. (2025). Surface characteristics and their influence on osseointegration: a scientometric analysis with a focus on dental implants. *Journal of maxillofacial and oral surgery*, 24(4), 899-913.
- McGregor, M., Patel, S., McLachlin, S., & Vlasea, M. (2021). Architectural bone parameters and the relationship to titanium lattice design for powder bed fusion additive manufacturing. *Additive Manufacturing*, 47, 102273.
- McKechnie, P., & John, A. (2014). Anxiety and depression following traumatic limb amputation: a systematic review. *Injury*, 45(12), 1859-1866.
- Melo-Fonseca, F., Miranda, G., Domingues, H. S., Pinto, I. M., Gasik, M., & Silva, F. S. (2020). Reengineering bone-implant interfaces for improved mechanotransduction and clinical outcomes. *Stem cell reviews and reports*, 16(6), 1121-1138.
- Meulenbelt, H. E., GEERTZEN, J. H., JONKMAN, M. F., & DIJKSTRA, P. U. (2011). Skin problems of the stump in lower limb amputees: 1. A clinical study. *Acta dermato-venereologica*, 91(2), 173-177.
- Mitra, S. P. (2020). Protein adsorption on biomaterial surfaces: subsequent conformational and biological consequences—a review. *J. Surf. Sci. Technol*, 36(1-2), 7-38.

- Moulic, S. G., Singh, S., Hussain, R., Murthy, G., Khawade, Y., & Bettaiah, N. (2019). Digital transformation and 3D printing of transtibial load-bearing prosthesis in India: recent advances, challenges and future perspectives. *Journal of 3D Printing in Medicine*, 3(4), 185-193.
- Naghavi, S. A., Tamaddon, M., Garcia-Souto, P., Moazen, M., Taylor, S., Hua, J., & Liu, C. (2023). A novel hybrid design and modelling of a customised graded Ti-6Al-4V porous hip implant to reduce stress-shielding: An experimental and numerical analysis. *Frontiers in bioengineering and biotechnology*, 11, 1092361.
- Najibi, A., Mokhtari, T., & Jin, Y. (2026). Design and Analysis of Lattice Structures for Hip Implants: A Comprehensive Review. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 1-32.
- Newell, E., & Driscoll, M. (2021). Investigation of physiological stress shielding within lumbar spinal tissue as a contributor to unilateral low back pain: A finite element study. *Computers in Biology and Medicine*, 133, 104351.
- Parithimarkalaignan, S., & Padmanabhan, T. (2013). Osseointegration: an update. *The Journal of Indian Prosthodontic Society*, 13(1), 2-6.
- Perry, B. N., Moran, C. W., Armiger, R. S., Pasquina, P. F., Vandersea, J. W., & Tsao, J. W. (2018). Initial clinical evaluation of the modular prosthetic limb. *Frontiers in neurology*, 9, 153.
- Piedra-Cascón, W., Krishnamurthy, V. R., Att, W., & Revilla-León, M. (2021). 3D printing parameters, supporting structures, slicing, and post-processing procedures of vat-polymerization additive manufacturing technologies: A narrative review. *Journal of Dentistry*, 109, 103630.

- Prakasam, M., Locs, J., Salma-Ancane, K., Loca, D., Largeteau, A., & Berzina-Cimdina, L. (2017). Biodegradable materials and metallic implants—a review. *Journal of functional biomaterials*, 8(4), 44.
- Prkic, A., Welsink, C., The, B., van den Bekerom, M. P., & Eygendaal, D. (2017). Why does total elbow arthroplasty fail today? A systematic review of recent literature. *Archives of Orthopaedic and Trauma Surgery*, 137(6), 761-769.
- Puleo, D., & Nanci, A. (1999). Understanding and controlling the bone–implant interface. *Biomaterials*, 20(23-24), 2311-2321.
- Rosso, S., Uriati, F., Grigolato, L., Meneghello, R., Concheri, G., & Savio, G. (2021). An optimization workflow in design for additive manufacturing. *Applied Sciences*, 11(6), 2572.
- Safavi, S., Yu, Y., Robinson, D. L., Gray, H. A., Ackland, D. C., & Lee, P. V. (2023). Additively manufactured controlled porous orthopedic joint replacement designs to reduce bone stress shielding: a systematic review. *Journal of orthopaedic surgery and research*, 18(1), 42.
- Sarraf, M., Rezvani Ghomi, E., Alipour, S., Ramakrishna, S., & Liana Sukiman, N. (2022). A state-of-the-art review of the fabrication and characteristics of titanium and its alloys for biomedical applications. *Bio-design and Manufacturing*, 5(2), 371-395.
- Schneider, G., Perinpanayagam, H., Clegg, M., Zaharias, R., Seabold, D., Keller, J., & Stanford, C. (2003). Implant surface roughness affects osteoblast gene expression. *Journal of dental research*, 82(5), 372-376.
- Seifi, M., Gorelik, M., Waller, J., Hrabe, N., Shamsaei, N., Daniewicz, S., & Lewandowski, J. J. (2017). Progress

- towards metal additive manufacturing standardization to support qualification and certification. *Jom*, 69(3), 439-455.
- Skalak, R., & Zhao, Y. (2000). Interaction of force-fitting and surface roughness of implants. *Clinical implant dentistry and related research*, 2(4), 219-224.
- Stanford, C. M., & Brand, R. A. (1999). Toward an understanding of implant occlusion and strain adaptive bone modeling and remodeling. *The Journal of prosthetic dentistry*, 81(5), 553-561.
- Swain, S., & Rautray, T. R. (2020). Effect of surface roughness on titanium medical implants. In *Nanostructured Materials and their applications* (pp. 55-80): Springer.
- Swinnen, E., & Kerckhofs, E. (2015). Compliance of patients wearing an orthotic device or orthopedic shoes: a systematic review. *Journal of bodywork and movement therapies*, 19(4), 759-770.
- Tofail, S. A., Koumoulos, E. P., Bandyopadhyay, A., Bose, S., O'Donoghue, L., & Charitidis, C. (2018). Additive manufacturing: scientific and technological challenges, market uptake and opportunities. *Materials today*, 21(1), 22-37.
- Tyagi, S. A., & Manjaiah, M. (2023). Additive manufacturing of titanium-based lattice structures for medical applications—a review. *Bioprinting*, 30, e00267.
- van der Stelt, M., Grobusch, M. P., Koroma, A. R., Papenburg, M., Kebbie, I., Slump, C. H., . . . Brouwers, L. (2021). Pioneering low-cost 3D-printed transtibial prosthetics to serve a rural population in Sierra Leone—an observational cohort study. *EClinicalMedicine*, 35.

- Varma, P., Stineman, M. G., & Dillingham, T. R. (2014). Epidemiology of limb loss. *Physical medicine and rehabilitation clinics of North America*, 25(1), 1-8.
- Verma, A., Jain, A., Sethy, S. S., Verma, V., Goyal, N., Vathulya, M., & Kandwal, P. (2024). Finite element analysis and its application in Orthopaedics: A narrative review. *Journal of Clinical Orthopaedics and Trauma*, 58, 102803.
- Walter, N., Stich, T., Docheva, D., Alt, V., & Rupp, M. (2022). Evolution of implants and advancements for osseointegration: A narrative review. *Injury*, 53, S69-S73.
- Wang, N., Meenashisundaram, G. K., Kandilya, D., Fuh, J. Y. H., Dheen, S. T., & Kumar, A. S. (2022). A biomechanical evaluation on Cubic, Octet, and TPMS gyroid Ti6Al4V lattice structures fabricated by selective laser melting and the effects of their debris on human osteoblast-like cells. *Biomaterials advances*, 137, 212829.
- Wang, Y., Arabnejad, S., Tanzer, M., & Pasini, D. (2018). Hip implant design with three-dimensional porous architecture of optimized graded density. *Journal of Mechanical Design*, 140(11), 111406.
- Wennerberg, A., & Albrektsson, T. (2009). Effects of titanium surface topography on bone integration: a systematic review. *Clinical oral implants research*, 20, 172-184.
- Wilson, A. (1975). Lower-limb modular prostheses: a status report. *Orthotics and Prosthetics*, 29(1), 23-32.
- Wolf, E. J., Cruz, T. H., Emondi, A. A., Langhals, N. B., Naufel, S., Peng, G. C., . . . Wolfson, M. (2020). Advanced technologies for intuitive control and sensation of prosthetics. *Biomedical engineering letters*, 10(1), 119-128.

- Yu, G., Li, X., Dai, L., Xiao, L., & Song, W. (2022). Compressive properties of imperfect Ti-6Al-4V lattice structure fabricated by electron beam powder bed fusion under static and dynamic loadings. *Additive Manufacturing*, 49, 102497.
- Zhang, T., Liu, F., Chen, J., Tang, Y., Zhang, K., Xie, H., & Tao, X. (2024). Dual-graded lattice with mechanical bionics to enhance fatigue performance. *International Journal of Mechanical Sciences*, 279, 109474.
- Zheng, X., Fu, Z., Du, K., Wang, C., & Yi, Y. (2018). Minimal surface designs for porous materials: from microstructures to mechanical properties. *Journal of materials science*, 53(14), 10194-10208.

KİRİŞ VE PLAKA YAPILARININ AĞSIZ YÖNTEMLERLE MEKANİK ANALİZİ¹

Yakup Hakan AYDIN²

Muhsin Gökhan GÜNAY³

1. GİRİŞ

Kiriş, çubuk, plaka ve kabuk türü taşıyıcı elemanlar; makine mühendisliği, inşaat mühendisliği, havacılık yapıları, enerji sistemleri ve kompozit yapı tasarımları gibi çok sayıda mühendislik alanında temel modelleme bileşenleri olarak kullanılmaktadır. Bu tür yapı elemanlarının yer değiştirme, gerilme, şekil değiştirme, eğilme, burkulma ve hasar davranışlarının doğru biçimde belirlenmesi, güvenli ve ekonomik tasarım açısından kritik öneme sahiptir. Geleneksel analitik çözümler, çoğunlukla basit geometri, ideal sınır şartı ve düzenli yükleme kabulleri altında geçerli olduğundan, uygulamada karşılaşılan karmaşık problemler için sayısal çözüm yöntemlerine ihtiyaç duyulmaktadır (Timoshenko & Goodier, 1970; Reddy, 2002; Zienkiewicz, Taylor, & Zhu, 2013).

Sonlu Elemanlar Yöntemi (Finite Element Method, FEM), uzun yıllardır mühendislik problemlerinin sayısal çözümünde en yaygın kullanılan yöntemlerden biridir. FEM,

¹ Bu kitap bölümü, Yakup Hakan AYDIN tarafından Isparta Uygulamalı Bilimler Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalı'nda hazırlanan "Kiriş ve Plaklarda Mekanik Davranışın Ağsız Yöntemlerle İncelenmesi" başlıklı yüksek lisans tezinden türetilmiştir.

² Isparta Uygulamalı Bilimler Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Makine Mühendisliği Anabilim Dalı, ORCID: 0009-0005-4333-3571.

³ Doç. Dr., Isparta Uygulamalı Bilimler Üniversitesi, Teknoloji Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, ORCID: 0000-0002-8895-1710.

çözüm bölgesini elemanlara ayırarak karmaşık geometrilerin, farklı malzeme özelliklerinin ve değişik sınır koşullarının modellenmesine olanak tanır. Bununla birlikte yöntemin başarısı, oluşturulan ağ yapısının kalitesine ve eleman topolojisinin problem geometrisi ile uyumuna bağlıdır. Büyük deformasyon, çatlak ilerlemesi, hareketli sınır, süreksizlik veya yoğun yerel gradyan içeren problemlerde yeniden ağ oluşturma gereksinimi ortaya çıkmakta; bu durum hem hesaplama maliyetini artırmakta hem de çözüm sürecini karmaşıklştırmaktadır (Bathe, 1996; Cook, Malkus, Plesha, & Witt, 2002; Moës, Dolbow, & Belytschko, 1999).

Bu sınırlamalar, ağ bağımlılığı daha düşük olan alternatif sayısal yaklaşımların geliştirilmesini teşvik etmiştir. Ağsız yöntemler, çözüm alanını önceden tanımlanmış eleman bağlantıları ile temsil etmek yerine, dağınık düğüm noktaları üzerinden yaklaşık alan fonksiyonları kurar. Bu yaklaşım, özellikle büyük deformasyon, süreksizlik ve geometri/topoloji değişimi içeren problemlerde esnek bir modelleme zemini sunmaktadır. Ağsız yöntemler arasında Eleman Bağımsız Galerkin (Element-Free Galerkin, EFG) yöntemi, Hareketli En Küçük Kareler (Moving Least Squares, MLS) yaklaşımı ile yüksek sürekliliğe sahip şekil fonksiyonları oluşturmaları bakımından dikkat çekmektedir (Belytschko, Lu, & Gu, 1994; Liu, 2009; Nguyen, Rabczuk, Bordas, & Duflot, 2008).

Bu kitap bölümünde, yüksek lisans tezinde yürütülen çalışmanın kapsamı kitap bölümü formatına indirgenerek sunulmuştur. Çalışmanın temel amacı, EFG-MLS yaklaşımının giriş ve plaka benzeri temel yapı problemlerinde uygulanabilirliğini değerlendirmek; Gauss integrasyonu, düğüm yoğunluğu, MLS baz derecesi ve sınır şartı uygulama yöntemlerinin çözüm doğruluğu üzerindeki etkilerini akademik bir çerçevede tartışmaktır. Bu kapsamda Euler-Bernoulli ve Timoshenko giriş problemleri ile iki boyutlu Plaka/Poisson tipi

problem, ağsız çözüm yaklaşımının temsil gücünü göstermek amacıyla birlikte ele alınmıştır.

2. AĞSIZ YÖNTEMLER VE EFG-MLS YAKLAŞIMI

2.1. Ağsız Yöntemlerin Temel Yaklaşımı

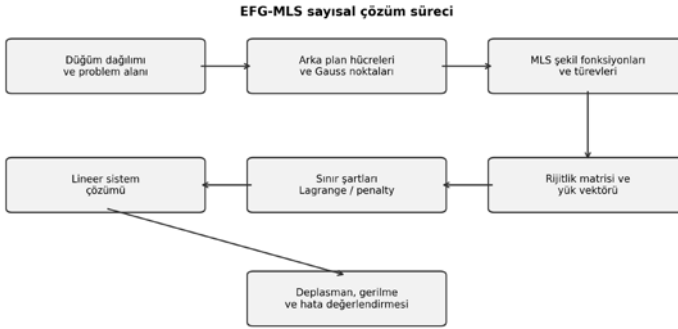
Ağsız yöntemlerin ayırt edici özelliği, çözüm alanının eleman bağlantılarına bağlı bir ağ yapısı yerine düğüm noktaları ve bu düğümlerin etki alanları kullanılarak temsil edilmesidir. Bu yönüyle ağsız yöntemlerde geometrik model ile sayısal yaklaşık alan arasında daha esnek bir ilişki kurulabilmektedir. Özellikle çözüm alanının zamanla değiştiği, çatlak veya malzeme süreksizliği gibi yerel olayların geliştiği problemlerde, eleman ağının bozulması veya yeniden oluşturulması önemli bir sorun olmaktan çıkabilmektedir (Li & Liu, 2002; Nayroles, Touzot, & Villon, 1992).

EFG yöntemi, ağsız yöntemler içinde Galerkin zayıf formülasyonunu ve MLS tabanlı yaklaşım fonksiyonlarını birlikte kullanan güçlü bir yöntemdir. Yöntemde düğüm noktaları, yaklaşık alanın oluşturulması için kullanılır; ancak bu düğümlerin FEM'deki gibi eleman topolojisiyle birbirine bağlanması zorunlu değildir. Bu nedenle EFG yöntemi, yüksek süreklilik gerektiren eğilme problemleri, plaka problemleri ve kırılma mekaniği uygulamaları için önemli avantajlar sağlamaktadır (Belytschko et al., 1994; Krysl & Belytschko, 1995; Belytschko, Krongauz, Organ, Fleming, & Krysl, 1996).

Bununla birlikte ağsız yöntemlerin tamamen ağdan bağımsız olmadığı da belirtilmelidir. EFG gibi Galerkin tabanlı yöntemlerde sayısal integrasyon için çoğunlukla arka plan hücreleri kullanılmaktadır. Bu hücreler, çözüm alanının integrasyon bölgelerine ayrılmasını sağlar; ancak FEM'deki

elemanlar gibi alan değişkenlerinin interpolasyonunu tanımlamaz. Dolayısıyla EFG yönteminde bağlantısız düğüm yapısı ile arka plan integrasyon hücreleri farklı işlevlere sahiptir.

EFG-MLS yaklaşımında izlenen temel sayısal çözüm süreci, düğüm dağılımının oluşturulmasından sonuçların değerlendirilmesine kadar ardışık hesaplama adımlarından oluşmaktadır. Bu sürecin genel akışı Şekil 1’de verilmiştir.



Şekil 1. EFG-MLS yöntemine dayalı sayısal çözüm algoritmasının genel akışı.

Kaynak: Yazarlar tarafından hazırlanmıştır.

2.2. Hareketli En Küçük Kareler Yaklaşımı

EFG yönteminin temel bileşeni olan MLS yaklaşımı, bir çözüm noktasındaki alan değişkenini, bu noktaya komşu düğümlerin katkılarıyla ve ağırlık fonksiyonlarının etkisi altında yaklaşık olarak ifade eder. MLS yaklaşımı klasik interpolasyon yerine yaklaşık bir temsil oluşturur. Bu nedenle elde edilen şekil fonksiyonları genel olarak Kronecker delta özelliğini sağlamaz; yani bir düğümdeki yaklaşık alan değeri doğrudan o düğüme ait bilinmeyene eşit olmayabilir (Lancaster & Salkauskas, 1981; Liu & Gu, 2005).

Bir boyutlu bir alan değişkeni için MLS yaklaşımı genel olarak aşağıdaki biçimde ifade edilebilir:

$$u^h(x) = p^T(x)a(x) = \sum \varphi_i(x) u_i$$

Burada $u^h(x)$ yaklaşık alanı, $p(x)$ polinom baz vektörünü, $a(x)$ konuma bağlı katsayı vektörünü, $\varphi_i(x)$ ise MLS şekil fonksiyonlarını göstermektedir. Katsayı vektörü, çözüm noktasına komşu düğümlerin katkısını ağırlıklandıran en küçük kareler fonksiyonelinin minimize edilmesiyle elde edilir. Ağırlık fonksiyonunun destek bölgesi, hangi düğümlerin ilgili çözüm noktasında etkili olacağını belirler. Bu nedenle destek bölgesi büyüklüğü, MLS baz derecesi ve düğüm dağılımı yöntemin doğruluğunu doğrudan etkileyen parametrelerdir.

MLS şekil fonksiyonlarının düzgün ve sürekli yapısı, deplasman alanının yanı sıra türev tabanlı büyüklüklerin de daha kararlı biçimde hesaplanmasına katkı sağlar. Bu durum, Euler-Bernoulli kiriş teorisinde eğrilik hesabı, Timoshenko kiriş teorisinde dönme ve kayma şekil değiştirmesi hesabı ve plaka problemlerinde alan gradyanlarının değerlendirilmesi açısından önemlidir.

2.3. Sınır Şartlarının Uygulanması

MLS tabanlı EFG yaklaşımında esas sınır koşullarının uygulanması, yöntemin en kritik sayısal konularından biridir. FEM’de düğüm bilinmeyenleri doğrudan fiziksel alan değerlerine karşılık geldiği için zorunlu sınır koşulları çoğunlukla doğrudan atanabilir. Buna karşılık MLS şekil fonksiyonlarının Kronecker delta özelliğine sahip olmaması nedeniyle EFG yönteminde bu koşullar doğrudan uygulanamaz. Bu nedenle Lagrange çarpanları yöntemi, penaltı yöntemi, Nitsche tipi yaklaşımlar ve FEM-EFG eşleştirme stratejileri gibi farklı teknikler geliştirilmiştir (Krongauz & Belytschko, 1996; Fernández-Méndez & Huerta, 2004; Nguyen et al., 2008).

Lagrange çarpanları yöntemi, sınır koşullarını ek bilinmeyenler aracılığıyla sistem denklemlerine dahil eder. Bu

yaklaşım sınır koşullarının güçlü biçimde sağlanmasına olanak tanır; ancak sistem matrisinin boyutunu artırır ve eyer noktası tipinde denklem sistemi oluşturabilir. Penalty yöntemi ise sınır koşullarını büyük bir ceza katsayısı ile yaklaşık olarak uygular. Uygulaması daha basit olmakla birlikte, penalty katsayısının seçimi çözüm doğruluğu ve matris koşullanması bakımından belirleyicidir (Zhu & Atluri, 1998; Liu, 2009).

$$[K \quad G^T][u] = [F], \quad K_p = K + \alpha C^T C$$

Yukarıdaki şematik gösterimde K rijitlik matrisini, G kısıtlama matrisini, u bilinmeyen alan vektörünü, F yük vektörünü, α penalty katsayısını ve C sınır kısıt matrisini temsil etmektedir. Lagrange yaklaşımı sınır koşullarını daha kesin biçimde sağlarken, penalty yaklaşımı uygun katsayı seçildiğinde daha düşük uygulama karmaşıklığı sunabilir.

3. KİRİŞ VE PLAKA PROBLEMLERİNİN SAYISAL MODELLEMESİ

3.1. Euler-Bernoulli Kiriş Modeli

Euler-Bernoulli kiriş teorisi, ince ve narin kirişlerin eğilme davranışının modellenmesinde yaygın olarak kullanılan klasik bir teoridir. Bu teoride düzlem kesitlerin deformasyon sonrasında düzlem kaldığı ve kiriş eksenine dikliğini koruduğu kabul edilir. Bu nedenle kayma deformasyonları ihmal edilir ve eğilme davranışı esas olarak düşey deplasman alanının ikinci türeviyle ilişkilendirilir. Teori, ince kirişler için yüksek doğruluk sağlamakla birlikte, kalın kirişlerde veya kayma etkilerinin önemli olduğu durumlarda yetersiz kalabilir (Timoshenko & Goodier, 1970; Reddy, 2006).

EFG-MLS yaklaşımı açısından Euler-Bernoulli kiriş problemi, yüksek mertebeden türevlerin güvenilir biçimde hesaplanmasını gerektirdiği için uygun bir doğrulama

problemidir. MLS şekil fonksiyonlarının süreklilik özelliği, eğrilik ve buna bağlı eğilme momenti gibi büyüklüklerin hesaplanmasında avantaj sağlar. Çalışmada düz, değişken kesitli, eğrisel ve eğrisel-değişken kesitli Euler-Bernoulli kiriş modelleri ayrı ayrı değerlendirilerek geometrik değişimin yöntem üzerindeki etkisi incelenmiştir.

3.2. Timoshenko Kiriş Modeli

Timoshenko kiriş teorisi, Euler-Bernoulli teorisinden farklı olarak kesit dönmesini ve kayma deformasyonlarını bağımsız alan değişkenleri olarak dikkate alır. Bu özellik, özellikle kalın kirişlerde veya kısa açıklıklı yapı elemanlarında daha gerçekçi sonuçlar elde edilmesini sağlar. Timoshenko kiriş modelinde düşey deplasman, kesit dönmesi ve kayma şekil değiştirmesi arasındaki ilişki, yöntemin türev alanlarını ne ölçüde doğru temsil ettiğini değerlendirmek açısından önemlidir (Timoshenko, 1921; Cowper, 1966).

EFG-MLS çözümünde Timoshenko kirişler için hem deplasman hem de dönme alanları yaklaşık olarak temsil edilir. Bu durum, sistemin serbestlik derecesi yapısını Euler-Bernoulli modeline göre daha kapsamlı hâle getirir. Ayrıca kayma şekil değiştirmesi alanının doğru hesaplanması, sınır şartı uygulama yöntemlerinin karşılaştırılması açısından belirleyici bir ölçüt sunar. Tezden türetilen değerlendirmelerde Lagrange çarpanları yönteminin, özellikle kayma şekil değiştirmesi alanında penaltı yaklaşımına göre daha tutarlı sonuçlar üretebildiği görülmüştür.

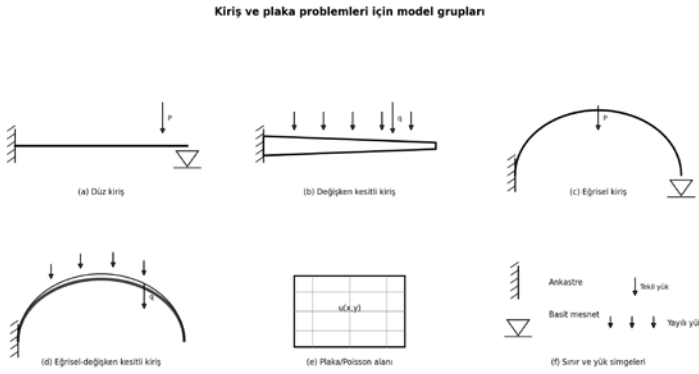
3.3. Plaka/Poisson Tipi İki Boyutlu Model

Plaka problemleri, iki boyutlu çözüm alanında tanımlanan alan değişkenlerinin ve bunların türevlerinin değerlendirilmesini gerektirdiği için ağsız yöntemlerin çok boyutlu temsil kabiliyetinin incelenmesine olanak tanır. Bu çalışmada plaka davranışını temsil eden iki boyutlu Poisson tipi doğrulama problemi, EFG-MLS yaklaşımının iki boyutlu alan

problemlerindeki uygulanabilirliğini değerlendirmek amacıyla kullanılmıştır.

Poisson tipi model, analitik çözümle karşılaştırmaya elverişli olması nedeniyle hata metriklerinin açık biçimde hesaplanmasına izin verir. Bu bağlamda orta kesit ve diyagonal kesit boyunca sayısal-analitik karşılaştırmalar yapılabilir; ayrıca mutlak hata dağılımı ve kontür temsilleri yardımıyla Lagrange ve penalty yaklaşımlarının alan genelindeki davranışı değerlendirilebilir. Bu tür iki boyutlu doğrulama problemleri, EFG yönteminin yalnızca kiriş gibi bir boyutlu yapı elemanlarında değil, alan problemlerinde de uygulanabilir olduğunu göstermesi bakımından önemlidir (Krysl & Belytschko, 1995; Peng, Kitipornchai, & Liew, 2005).

Çalışmada ele alınan kiriş ve plaka problem grupları, geometri, sınır koşulu ve yükleme biçimi açısından farklılık göstermektedir. Bu model gruplarının şematik gösterimi Şekil 2’de verilmiştir.



Şekil 2. Kiriş ve plaka problemleri için ele alınan temel model grupları.

Kaynak: Aydın (2026)’dan uyarlanmıştır.

Çizelge 1. Çalışmada değerlendirilen problem türleri ve sayısal amaçlar

Problem grubu	Model kapsamı	Değerlendirme amacı
1B çubuk problemi	Eksenel yükleme ve temel doğrulama koşulları	EFG-MLS yaklaşımının temel alan değişkeni doğruluğunu incelemek
Euler-Bernoulli kiriş	Düz, değişken kesitli, eğrisel ve birleşik geometri	Eğilme hâkim davranışta MLS sürekliliğini değerlendirmek
Timoshenko kiriş	Deplasman, dönme ve kayma şekil değiştirmesi alanları	Kayma etkileri ve sınır şartı uygulama duyarlılığını incelemek
Plaka/Poisson problemi	İki boyutlu alan problemi ve analitik çözüm karşılaştırması	EFG-MLS yaklaşımının iki boyutlu doğruluğunu değerlendirmek

4. GAUSS İNTEGRASYONU VE HESAPLAMA STRATEJİSİ

4.1. Zayıf Formülasyon ve Arka Plan Hücreleri

EFG yöntemi Galerkin temelli bir zayıf formülasyon kullandığı için rijitlik matrisi ve yük vektörü integrallerinin sayısal olarak hesaplanması gerekir. Bu amaçla çözüm alanı, arka plan hücreleri adı verilen integrasyon bölgelerine ayrılır. Bu hücreler, FEM'deki elemanlardan farklı olarak alan değişkeninin interpolasyonunu tanımlamaz; yalnızca sayısal integrasyonun düzenli biçimde yapılmasını sağlar.

Gauss integrasyonu, her arka plan hücresi içinde belirli sayıda integrasyon noktası kullanılarak alan integrallerinin yaklaşık hesaplanmasına dayanır. İntegrasyon noktası sayısının az seçilmesi, özellikle yüksek gradyanlı bölgelerde rijitlik ve yük terimlerinin yetersiz temsil edilmesine neden olabilir. Buna karşılık çok yüksek Gauss noktası sayısı, hesaplama süresini artırarak pratik uygulamalarda verimlilik kaybına yol açabilir. Bu nedenle düğüm yoğunluğu ile Gauss noktası sayısı arasında

denge bir seçim yapılması gerekir (Beissel & Belytschko, 1996; Liu & Gu, 2005).

4.2. Parametrik İnceleme Mantığı

Ağırsız yöntemlerde çözüm doğruluğu yalnızca matematiksel formülasyona değil, aynı zamanda sayısal parametrelerin seçimine de bağlıdır. Düğüm sayısı, destek bölgesi katsayısı, MLS baz derecesi, ağırlık fonksiyonu tipi ve Gauss integrasyon noktası sayısı bu parametreler arasında yer almaktadır. Bu parametrelerin her biri çözüm doğruluğu, matris koşullanması ve hesaplama maliyeti üzerinde farklı etkiler oluşturabilir.

Düğüm sayısının artırılması genel olarak alan temsilini iyileştirir; ancak bilinmeyen sayısını ve buna bağlı olarak çözüm süresini yükseltir. Gauss noktası sayısının artırılması integrasyon doğruluğunu artırabilir; ancak özellikle iki boyutlu problemlerde hesaplama yükünü belirgin biçimde büyütebilir. MLS polinom derecesinin yükseltilmesi daha esnek bir yaklaşık alan sağlayabilir; buna karşılık destek bölgesinde yeterli düğüm bulunmaması durumunda moment matrisinin tekilleşmesi veya kötü koşullanması gibi problemler ortaya çıkabilir.

Bu nedenle EFG-MLS uygulamalarında en iyi sonuç, genellikle tek bir parametrenin en büyük seçilmesiyle değil, düğüm dağılımı, destek bölgesi, baz derecesi ve integrasyon düzeninin birlikte dengelenmesiyle elde edilir. Bu yaklaşım, ağırsız yöntemlerin pratik mühendislik problemlerine uygulanmasında önemli bir tasarım ölçütü olarak değerlendirilmelidir.

Çizelge 2. EFG-MLS çözümünde temel sayısal parametrelerin etkileri

Parametre	Artırıldığında beklenen etki	Dikkat edilmesi gereken durum
Düğüm sayısı	Alan temsil doğruluğu artar	Çözüm süresi ve bellek kullanımı yükselir
Destek bölgesi	Daha fazla düğüm katkısı sağlanır	Aşırı geniş destek yerel davranışı zayıflatabilir
MLS baz derecesi	Yaklaşım esnekliği artar	Yetersiz düğümde moment matrisi kötü kullanılabilir
Gauss noktası sayısı	İntegrasyon hatası azalır	Hesaplama maliyeti artar
Penalty katsayısı	Sınır koşulu ihlali azalabilir	Çok büyük değerler kötü kullanılmaya yol açabilir

4.3. Python Tabanlı Uygulama Çerçevesi

Çalışmanın sayısal uygulama kısmı Python tabanlı bir çözüm çerçevesi ile gerçekleştirilebilir. Python ortamında NumPy matris işlemleri, SciPy seyrek matris ve çözüm rutinleri, Matplotlib ise sonuçların görselleştirilmesi için uygun araçlar sunmaktadır (Harris et al., 2020; Hunter, 2007; Virtanen et al., 2020). Modüler bir EFG uygulamasında, MLS şekil fonksiyonlarının hesaplanması, destek bölgelerinin belirlenmesi, Gauss noktalarında türevlerin değerlendirilmesi, global rijitlik matrisinin kurulması ve sınır şartlarının uygulanması ayrı alt modüller hâlinde düzenlenebilir.

Genel hesaplama akışı; düğüm ve arka plan hücrelerinin oluşturulması, Gauss noktalarında MLS şekil fonksiyonlarının ve türevlerinin hesaplanması, zayıf formdan global sistem matrisinin kurulması, sınır koşullarının Lagrange veya penalty yöntemiyle uygulanması, lineer sistemin çözülmesi ve son olarak deplasman/gerilme alanlarının görselleştirilmesi biçiminde özetlenebilir. Bu yapı, farklı problem tipleri için aynı çekirdek EFG-MLS algoritmasının kullanılmasına olanak tanır.

5. BULGULARIN DEĞERLENDİRİLMESİ

5.1. Bir Boyutlu Problemler ve Euler-Bernoulli Kirişler

Bir boyutlu çubuk problemi, EFG-MLS yaklaşımının temel doğrulama adımı olarak değerlendirilebilir. Bu problemde analitik çözümle karşılaştırma yapmak nispeten kolaydır ve elde edilen sonuçlar, MLS şekil fonksiyonlarının alan değişkenini temsil etme kabiliyeti hakkında doğrudan bilgi verir. Düğüm sayısının artırılması ve uygun destek bölgesi seçimi ile deplasman hatalarının azaldığı gözlenmektedir. Bununla birlikte yüksek MLS baz derecesi tek başına her zaman daha iyi sonuç anlamına gelmez; baz derecesi ile destek bölgesindeki aktif düğüm sayısı birlikte değerlendirilmelidir.

Euler-Bernoulli kiriş problemlerinde eğilme davranışı, düşey deplasman alanının yüksek mertebeden türevleriyle ilişkilidir. MLS yaklaşımının sürekli şekil fonksiyonları bu açıdan önemli bir avantaj sağlamaktadır. Düz kirişlerde analitik çözüme yakın sonuçlar elde edilebilirken, değişken kesitli ve eğrisel kirişlerde çözüm doğruluğu geometri tanımı, düğüm dağılımı ve integrasyon kalitesine daha duyarlı hâle gelmektedir. Bu durum, ağırsız yöntemlerin esnek geometri temsilinin güçlü bir yön olduğunu; ancak parametre seçiminin rastgele yapılmaması gerektiğini göstermektedir.

Lagrange ve penalty yöntemleri Euler-Bernoulli kirişlerde genel olarak başarılı sonuçlar üretebilmektedir. Ancak penalty yönteminde ceza katsayısının uygun seçilmesi gerekmektedir. Çok düşük penalty katsayısı sınır şartı ihlalinin artırırken, çok yüksek penalty katsayısı sistem matrisinin kötü koşullanmasına neden olabilir. Lagrange çarpanları yöntemi ise sınır koşullarını daha kontrollü biçimde sağlamakta, fakat sistem boyutunu artırmaktadır.

5.2. Timoshenko Kirişlerde Kayma Etkisi

Timoshenko kiriş problemleri, EFG-MLS yaklaşımının yalnızca deplasman alanını değil, dönme ve kayma şekil değiştirmesi gibi ek alan değişkenlerini de temsil etme başarısını değerlendirmek için daha zorlayıcı bir test alanı sunmaktadır. Kayma deformasyonunun hesaba katılması, özellikle kalın kirişlerde fiziksel davranışın daha doğru temsil edilmesini sağlar. Ancak bu durum sayısal formülasyonda kayma alanının hassas biçimde hesaplanmasını gerektirir.

Elde edilen bulgular genel olarak, Lagrange çarpanları yönteminin Timoshenko kirişlerde özellikle kayma şekil değiştirmesi alanında daha tutarlı sonuçlar verdiğini göstermektedir. Penalty yöntemi deplasman değerleri bakımından başarılı sonuçlar üretebilse de, kayma alanı gibi türev tabanlı büyüklüklerde parametre duyarlılığı daha belirgin hâle gelebilmektedir. Bu nedenle Timoshenko kirişlerde sınır koşulu uygulama yöntemi seçilirken yalnızca deplasman hatası değil, dönme ve kayma şekil değiştirmesi dağılımları da değerlendirilmelidir.

Eğrisel ve değişken kesitli Timoshenko kirişlerde geometri tanımı daha karmaşık olduğu için düğüm dağılımı ve integrasyon düzeni daha kritik hâle gelmektedir. Bu tür problemlerde destek bölgesinin çok dar seçilmesi alan temsilini zayıflatılabilirken, çok geniş seçilmesi yerel geometri etkilerini yumuşatabilir. Dolayısıyla eğrisel kiriş uygulamalarında parametrik duyarlılık analizi yapılması, çözüm güvenilirliği açısından gereklidir.

5.3. Plaka/Poisson Probleminde İki Boyutlu Doğrulama

İki boyutlu Plaka/Poisson problemi, EFG-MLS yaklaşımının alan problemlerindeki başarısını değerlendirmek için kullanışlı bir doğrulama örneğidir. Analitik çözümle

karşılaştırma yapılabilmesi, hem global hata metriklerinin hem de yerel hata dağılımlarının incelenmesine olanak tanır. Orta kesit ve diyagonal kesit karşılaştırmaları, sayısal çözümün alan boyunca tutarlı davranıp davranmadığını gösterirken; kontür haritaları hata dağılımının mekânsal karakterini ortaya koyar.

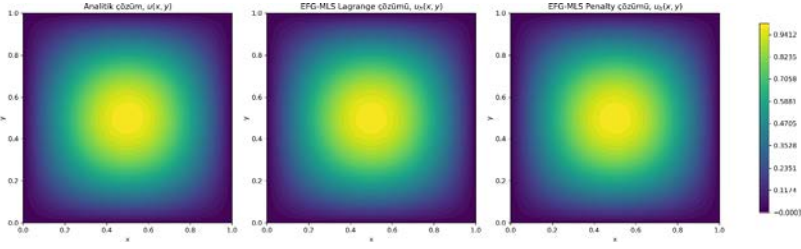
Bu problem sınıfında penalty yöntemi bazı hata metrikleri bakımından hafif üstünlük gösterebilir; ancak Lagrange yaklaşımı daha iyi koşullanmış bir lineer sistem sağlayabilir. Bu sonuç, sınır şartı uygulama yöntemlerinin başarısının yalnızca maksimum hata değerine göre değil, sistem kararlılığı, koşullanma, uygulanabilirlik ve hesaplama maliyeti gibi ölçütlerle birlikte değerlendirilmesi gerektiğini göstermektedir.

Lagrange çarpanları yöntemi ile penalty yönteminin genel özellikleri, sınır koşulu uygulama biçimi ve sayısal kararlılık açısından Çizelge 3'te özetlenmiştir.

Çizelge 3. Lagrange çarpanları ve penalty yöntemlerinin genel karşılaştırması

Ölçüt	Lagrange çarpanları yöntemi	Penalty yöntemi
Sınır şartı uygulama	Kısıtlar ek bilinmeyenler aracılığıyla sistem denklemlerine doğrudan dahil edilir.	Kısıtlar büyük bir ceza katsayısı ile yaklaşık olarak uygulanır.
Doğruluk ve tutarlılık	Özellikle Timoshenko kirişlerde kayma alanı gibi hassas büyüklüklerde daha tutarlı sonuçlar verebilir.	Bazı hata metriklerinde düşük hata üretse de sonuçlar seçilen penalty katsayısına duyarlıdır.
Sayısal kararlılık	Sistem boyutu artmasına rağmen koşullanma açısından daha dengeli davranış gösterebilir.	Çok büyük katsayı kullanımı rijitlik matrisinde kötü koşullanmaya neden olabilir.
Hesaplama maliyeti	Ek bilinmeyenler nedeniyle denklem sistemi büyür.	Matris boyutu genellikle korunur; ancak katsayı seçimi için deneme gerekebilir.
Kullanım önerisi	Sınır şartı hassasiyeti ve türevsel alan değişkenleri önemliyse tercih edilebilir.	Hızlı uygulama gereken ve uygun katsayı seçilebilen problemlerde kullanılabilir.

Plaka/Poisson doğrulama probleminde analitik çözüm ile Lagrange ve penalty yöntemleriyle elde edilen EFG-MLS çözümleri arasındaki uyum, kontür haritaları üzerinden Şekil 3'te gösterilmiştir.



Şekil 3. Plaka/Poisson probleminde analitik çözüm ile EFG-MLS Lagrange ve penalty çözümlerinin kontür karşılaştırması.

Kaynak: Aydın (2026)'dan uyarlanmıştır.

Plaka/Poisson doğrulaması, EFG-MLS yönteminin yalnızca kiriş gibi çizgisel yapı elemanlarında değil, iki boyutlu mühendislik alan problemlerinde de güvenilir bir çözüm yaklaşımı olarak kullanılabileceğine işaret etmektedir. Bununla birlikte iki boyutlu problemlerde düğüm sayısı ve Gauss noktası sayısı arttıkça hesaplama maliyeti daha hızlı yükseldiğinden, pratik uygulamalarda doğruluk-maliyet dengesinin korunması önemlidir.

5.4. Genel Değerlendirme

Çalışma kapsamındaki sonuçlar birlikte değerlendirildiğinde, EFG-MLS yaklaşımının farklı geometri, kesit ve sınır koşulu durumları altında başarılı ve tutarlı sonuçlar üretebildiği görülmektedir. Yöntemin temel gücü, eleman bağlantısına gerek duymadan yüksek süreklilikli yaklaşık alanlar oluşturabilmesidir. Bu özellik, özellikle eğilme hâkim yapı elemanlarında ve türev tabanlı büyüklüklerin önemli olduğu problemlerde belirgin avantaj sağlamaktadır.

Buna karşılık EFG-MLS yönteminin doğruluğu, sayısal parametre seçimlerine duyarlıdır. Bu durum bir zayıflık olarak değil, yöntemin dikkatli tasarlanması gereken bir özelliği olarak görülmelidir. Düğüm yoğunluğu, destek bölgesi, MLS baz derecesi ve Gauss integrasyonu, problem türüne göre birlikte optimize edilmelidir. Ayrıca sınır koşullarının uygulanmasında

Lagrange ve penalty yöntemlerinin avantajları ve sınırlılıkları problem bazında değerlendirilmelidir.

Genel olarak Lagrange çarpanları yöntemi, sınır koşulu uygulama hassasiyeti ve hata kararlılığı bakımından güvenilir bir seçenek olarak öne çıkmaktadır. Penalty yöntemi ise uygun parametre seçimiyle başarılı sonuçlar verebilmekte, fakat ceza katsayısına ve matris koşullanmasına duyarlı olması nedeniyle dikkatli kullanılmalıdır. Bu bulgular, EFG-MLS yaklaşımının kiriş ve plaka benzeri mühendislik problemlerinde güçlü bir alternatif sayısal çözüm yöntemi olarak değerlendirilebileceğini ortaya koymaktadır.

6. SONUÇ

Bu kitap bölümünde, kiriş ve plaka yapılarının ağırsız yöntemlerle mekanik analizi kapsamında EFG-MLS yaklaşımının temel kuramsal yapısı, sayısal uygulama aşamaları ve doğruluk davranışı değerlendirilmiştir. Çalışma, yüksek lisans tezinden türetilmiş olup çubuk, Euler-Bernoulli kiriş, Timoshenko kiriş ve iki boyutlu Plaka/Poisson tipi problemlerden elde edilen bulgular kitap bölümü formatında bütüncül biçimde özetlenmiştir.

Elde edilen genel değerlendirmeler, EFG-MLS yönteminin uygun düğüm dağılımı, destek bölgesi, baz derecesi ve Gauss integrasyonu seçildiğinde hem bir boyutlu hem de iki boyutlu problemler için güvenilir sonuçlar üretebildiğini göstermektedir. MLS şekil fonksiyonlarının süreklilik özelliği, özellikle eğilme problemleri ve türev tabanlı büyüklüklerin hesaplanması açısından önemli bir avantaj sağlamaktadır. Bununla birlikte yöntemin performansı, sayısal parametrelerin problem türüne uygun biçimde seçilmesine bağlıdır.

Sınır koşullarının uygulanması açısından Lagrange çarpanları yöntemi genel olarak daha kararlı ve tutarlı bir yaklaşım olarak öne çıkarken, penalty yöntemi uygun ceza katsayısı seçildiğinde pratik ve etkili bir alternatif sunmaktadır. Bu nedenle ağırsız yöntemlerin mühendislik uygulamalarında kullanılmasında tek bir evrensel parametre seti yerine, problem türüne ve incelenen alan değişkenine göre uyarlanmış bir çözüm stratejisi benimsenmelidir.

Gelecek çalışmalarda EFG-MLS yaklaşımının kompozit plakalar, fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler, çatlak ilerlemesi, doğrusal olmayan deformasyonlar ve dinamik yükleme koşulları altında genişletilmesi mümkündür. Ayrıca Python tabanlı açık kaynaklı uygulamaların geliştirilmesi, yöntemin akademik ve endüstriyel kullanımını artıracak önemli bir katkı sağlayacaktır.

KAYNAKÇA

- Aydın, Y. H. (2026). *Kiriş ve plaklarda mekanik davranışın ağsız yöntemlerle incelenmesi* (Yüksek lisans tezi). Isparta Uygulamalı Bilimler Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Isparta.
- Atluri, S. N., & Zhu, T. (1998). A new meshless local Petrov-Galerkin (MLPG) approach in computational mechanics. *Computational Mechanics*, 22, 117–127. doi:10.1007/s004660050346
- Bathe, K.-J. (1996). *Finite element procedures*. Prentice Hall.
- Beissel, S., & Belytschko, T. (1996). Nodal integration of the element-free Galerkin method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 139(1–4), 49–74. doi:10.1016/S0045-7825(96)01079-1
- Belytschko, T., Krongauz, Y., Organ, D., Fleming, M., & Krysl, P. (1996). Meshless methods: An overview and recent developments. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 139(1–4), 3–47. doi:10.1016/S0045-7825(96)01078-X
- Belytschko, T., Lu, Y. Y., & Gu, L. (1994). Element-free Galerkin methods. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 37(2), 229–256. doi:10.1002/nme.1620370205
- Belytschko, T., Lu, Y. Y., Gu, L., & Tabbara, M. (1995). Element-free Galerkin methods for static and dynamic fracture. *International Journal of Solids and Structures*, 32(17–18), 2547–2570. doi:10.1016/0020-7683(94)00282-2
- Cook, R. D., Malkus, D. S., Plesha, M. E., & Witt, R. J. (2002). *Concepts and applications of finite element analysis* (4th ed.). Wiley.

- Cowper, G. R. (1966). The shear coefficient in Timoshenko's beam theory. *Journal of Applied Mechanics*, 33(2), 335–340. doi:10.1115/1.3625046
- Fernández-Méndez, S., & Huerta, A. (2004). Imposing essential boundary conditions in mesh-free methods. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193(12–14), 1257–1275. doi:10.1016/j.cma.2003.12.019
- Harris, C. R., Millman, K. J., van der Walt, S. J., Gommers, R., Virtanen, P., Cournapeau, D., Wieser, E., Taylor, J., Berg, S., Smith, N. J., Kern, R., Picus, M., Hoyer, S., van Kerkwijk, M. H., Brett, M., Haldane, A., del Río, J. F., Wiebe, M., Peterson, P., ... Oliphant, T. E. (2020). Array programming with NumPy. *Nature*, 585(7825), 357–362. doi:10.1038/s41586-020-2649-2
- Hunter, J. D. (2007). Matplotlib: A 2D graphics environment. *Computing in Science & Engineering*, 9(3), 90–95. doi:10.1109/MCSE.2007.55
- Krongauz, Y., & Belytschko, T. (1996). Enforcement of essential boundary conditions in meshless approximations using finite elements. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 131(1–2), 133–145. doi:10.1016/0045-7825(95)00954-X
- Krysl, P., & Belytschko, T. (1995). Analysis of thin plates by the element-free Galerkin method. *Computational Mechanics*, 17, 26–35. doi:10.1007/BF00356476
- Lancaster, P., & Salkauskas, K. (1981). Surfaces generated by moving least squares methods. *Mathematics of Computation*, 37(155), 141–158. doi:10.1090/S0025-5718-1981-0616367-1

- Li, S., & Liu, W. K. (2002). Meshfree and particle methods and their applications. *Applied Mechanics Reviews*, 55(1), 1–34. doi:10.1115/1.1431547
- Liu, G. R. (2009). *Meshfree methods: Moving beyond the finite element method* (2nd ed.). CRC Press. doi:10.1201/9781420082104
- Liu, G. R., & Gu, Y. T. (2005). *An introduction to meshfree methods and their programming*. Springer. doi:10.1007/1-4020-3468-7
- Mindlin, R. D. (1951). Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic elastic plates. *Journal of Applied Mechanics*, 18(1), 31–38. doi:10.1115/1.4010217
- Moës, N., Dolbow, J., & Belytschko, T. (1999). A finite element method for crack growth without remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 46(1), 131–150. doi:10.1002/(SICI)1097-0207(19990910)46:1<131::AID-NME726>3.0.CO;2-J
- Nayroles, B., Touzot, G., & Villon, P. (1992). Generalizing the finite element method: Diffuse approximation and diffuse elements. *Computational Mechanics*, 10, 307–318. doi:10.1007/BF00364252
- Nguyen, V. P., Rabczuk, T., Bordas, S., & Duflot, M. (2008). Meshless methods: A review and computer implementation aspects. *Mathematics and Computers in Simulation*, 79(3), 763–813. doi:10.1016/j.matcom.2008.01.003
- Peng, L. X., Kitipornchai, S., & Liew, K. M. (2005). Analysis of rectangular stiffened plates under uniform lateral load based on FSDT and element-free Galerkin method. *International Journal of Mechanical Sciences*, 47(2), 251–276. doi:10.1016/j.ijmecsci.2004.12.006

- Reddy, J. N. (2002). *Energy principles and variational methods in applied mechanics* (2nd ed.). Wiley.
- Reddy, J. N. (2006). *Theory and analysis of elastic plates and shells* (2nd ed.). CRC Press. doi:10.1201/9780849384165
- Timoshenko, S. P. (1921). On the correction for shear of the differential equation for transverse vibrations of prismatic bars. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 41(245), 744–746. doi:10.1080/14786442108636264
- Timoshenko, S. P., & Goodier, J. N. (1970). *Theory of elasticity* (3rd ed.). McGraw-Hill.
- Virtanen, P., Gommers, R., Oliphant, T. E., Haberland, M., Reddy, T., Cournapeau, D., Burovski, E., Peterson, P., Weckesser, W., Bright, J., van der Walt, S. J., Brett, M., Wilson, J., Millman, K. J., Mayorov, N., Nelson, A. R. J., Jones, E., Kern, R., Larson, E., ... SciPy 1.0 Contributors. (2020). SciPy 1.0: Fundamental algorithms for scientific computing in Python. *Nature Methods*, 17(3), 261–272. doi:10.1038/s41592-019-0686-2
- Zhu, T., & Atluri, S. N. (1998). A modified collocation method and a penalty formulation for enforcing the essential boundary conditions in the element free Galerkin method. *Computational Mechanics*, 21, 211–222. doi:10.1007/s004660050296
- Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., & Zhu, J. Z. (2013). *The finite element method: Its basis and fundamentals* (7th ed.). Butterworth-Heinemann.

MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ
ALANINDA AKADEMİK TARTIŞMALAR

yaz
yayınları

YAZ Yayınları
M.İhtisas OSB Mah. 4A Cad. No:3/3
İscehisar / AFYONKARAHİSAR
Tel : (0 531) 880 92 99
yazyayinlari@gmail.com • www.yazyayinlari.com