

TRANSFORMADORES DE POTÊNCIA

Cálculo da Tensão nos Terminais

ÍNDICE	PÁG.
1 - OBJETIVO	3
2 - DOCUMENTOS DE REFERÊNCIA	3
2.1 - Planilhas.....	3
3 - CIRCUITO BÁSICO	3
4 - TRANSFORMADORES	3
4.1 - Tensões.....	4
4.2 - Impedância.....	4
4.3 - Resistência e Reatância.....	4
4.4 - Tensão de Curto Circuito.....	5
4.5 - Impedância Nominal.....	5
4.6 - Impedância na Derivação	6
4.7 - Ângulo da Impedância	7
5 - CARGAS DE POTÊNCIA CONSTANTE	7
5.1 - Potência da Carga Constante.....	8
5.2 - Impedância da Carga Constante.....	8
5.3 - Ângulo da Impedância Carga Constante.....	8
5.4 - Corrente da Carga Constante.....	8
6 - CARGAS DE POTÊNCIA VARIÁVEL	9
6.1 - Potência de Carga Variável	9
6.2 - Impedância da Carga Variável.....	9
6.3 - Ângulo da Impedância da Carga Variável	9
6.4 - Corrente da Carga Variável	10
7 - PARTIDA DE MOTORES	10
7.1 - Potência de Partida de Motores	10
7.2 - Impedância do(s) Motor(es) na Partida	10
7.3 - Ângulo da Impedância do(s) Motor(es) na Partida	11
7.4 - Corrente na Partida do(s) Motor(es)	11
8 - CONDIÇÕES DE OPERAÇÃO QUE SERÃO ANALISADAS	11
9 - TENSÃO NO SECUNDÁRIO DO TRANSFORMADOR	12
10 - ELABORAÇÃO DAS PLANILHAS EXCEL.....	15

1 - OBJETIVO

O objetivo deste informativo é analisar as condições de operação de transformadores de potência, que alimentam uma carga ou conjunto de cargas, para calcular a queda de tensão nos seus terminais, durante a operação permanente ou transitória, e criar planilhas Excel para efetuar os cálculos.

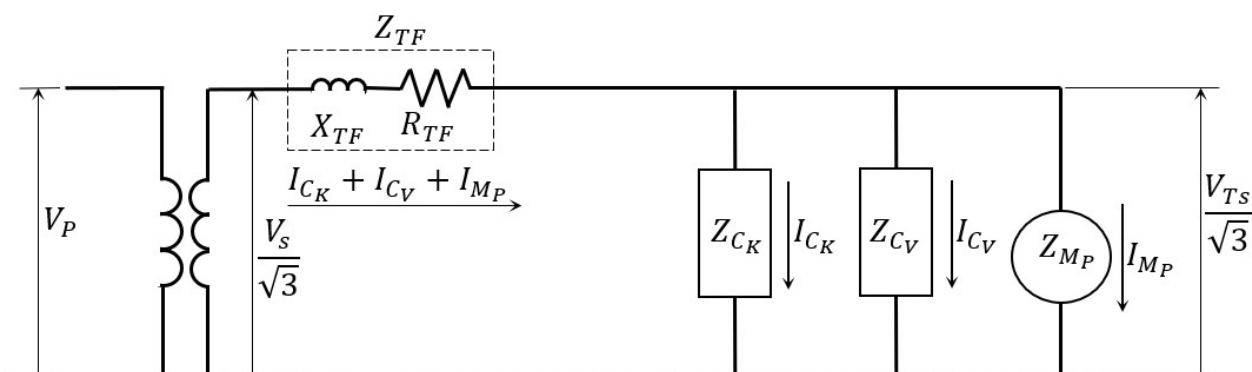
2 - DOCUMENTOS DE REFERÊNCIA

2.1 - Planilhas

PL.EL.SA.CA.01.R1 Transformadores de Potência - Cálculo da Tensão nos Terminais

3 - CIRCUITO BÁSICO

A figura abaixo representa o circuito básico do secundário de um transformador trifásico, ligado em delta no primário e estrela, solidamente aterrado, no secundário, alimentando os diversos tipos de cargas que são normalmente encontrados na prática. As cargas podem ser de potência constante, potência variável e partida de motores.



Onde:

V_P Tensão no primário do transformador (V)

V_s Tensão no secundário do transformador (V)

V_{Ts} Tensão nos terminais do secundário do transformador (V)

I_{CK} Corrente da carga constante (A)

I_{CV} Corrente da carga variável (A)

I_{MP} Corrente do(s) motor(es) na partida (A)

Z_{TF} Impedância do transformador (Ω)

R_{TF} Resistência do transformador (Ω)

X_{TF} Reatância do transformador (Ω)

Z_{CK} Impedância da carga constante (Ω)

Z_{CV} Impedância da carga variável (Ω)

Z_{MP} Impedância do(s) motor(es) na partida (Ω)

4 - TRANSFORMADORES

Os transformadores normalmente são de dois enrolamentos, providos de derivações no enrolamento primário para compensar as variações de tensão na alimentação. Estas

derivações são de $\pm 2 \times 2,5\%$ para transformadores com comutador manual, sem carga, ou $\pm 8 \times 1,25\%$ para transformadores com comutador automático de tensão.

4.1 - Tensões

A tensão no secundário do transformador depende da tensão aplicada no primário e da derivação utilizada. Desta forma, se um transformador tem relação $V_{P_n} - V_{S_n}$, com derivações no primário, a tensão V_s no secundário do transformador será:

$$V_s = \frac{V_P}{k \frac{V_{P_n}}{V_{S_n}}}$$

Ou seja,

$$V_s = \frac{V_P V_{S_n}}{k V_{P_n}}$$

Onde:

V_s - Tensão no secundário do transformador (V)

V_P - Tensão no primário do transformador (V)

V_{P_n} - Tensão primária nominal do transformador (V)

V_{S_n} - Tensão secundária nominal do transformador (V)

k- Derivação utilizada do enrolamento secundário do transformador elevador em pu. Por exemplo, para a derivação -5% $k=0,95$; para a derivação -2,5% $k=0,975$; para a derivação nominal $k=1$; para a derivação +2,5% $k=1,025$; para a derivação -5% $k=0,95$.

$$k = \frac{V_{P_x}}{V_{P_n}}$$

Onde:

V_{P_x} - Tensão da derivação x do primário do transformador (V)

4.2 - Impedância

A impedância dos transformadores é obtida na realização dos ensaios, quando são determinados os valores da impedância, da resistência e, consequentemente, a reatância. Entretanto, a menos que se tenham os relatórios dos ensaios, somente estará disponível a impedância percentual dos transformadores, que deve constar na placa de dados dos transformadores.

4.3 - Resistência e Reatância

Como os valores da impedância, resistência e reatância somente são conhecidos após os ensaios dos transformadores, torna-se necessário adotar valores para utilizar nos cálculos e elaboração dos projetos. O valor disponível normalmente é a impedância nominal, que é definido em normas e pelos fabricantes, ou pelo usuário, em casos especiais.

A impedância é composta pela reatância, que é um valor fixo, e pela resistência, que varia em função da temperatura. Esses valores não são definidos nas normas nem pelos fabricantes. Entretanto, na falta destes dados podemos considerar as literaturas sobre o assunto, onde encontramos simulações que, por exemplo, consideram as seguintes alternativas:

Na Primeira Edição do Industrial Power Systems Handbook (Donald Beeman), para um transformador de 1500kVA, cuja reatância nominal é 5½%, no cálculo de queda de tensão é feita a consideração que:

$$Z = 1 + j5,5$$

O que implica que $Z = 5,590\%$

Na Primeira Edição do Manual de Baixa Tensão (Volume 1), da Siemens, para um transformador de 1600kVA, cuja impedância nominal é de 6%, no cálculo de queda de tensão é feita a consideração que:

$$6 = 1 + jX$$

O que implica que $X = 5,916\%$

Considerando que os dois casos se referem às impedâncias, a diferença está em que uma considera o dado da reatância do transformador e o outro a impedância, mas ambos consideram a resistência com valor de 1% e o resultado será o mesmo. Entretanto, com no Brasil, a informação que consta na placa de dados dos transformadores é a impedância, e neste informativo, será considerada como dado de entrada para o cálculo a impedância nominal do transformador.

A impedância nominal dos transformadores, ainda em fase de fabricação, pode sofrer alterações em função das tolerâncias admitidas pelas normas aplicáveis. Por esse motivo, a impedância dos transformadores somente é gravada na placa de dados após a realização dos ensaios na fábrica. A impedância indicada na placa dos transformadores é referida à uma potência e a uma temperatura, que depende da classe de isolamento utilizada.

4.4 - Tensão de Curto Circuito

A impedância do transformador também é chamada de tensão de curto-circuito pois, com o enrolamento de baixa tensão curto circuitado, corresponde à relação percentual entre a tensão aplicada aos terminais do enrolamento primário, que faz circular no enrolamento secundário a corrente nominal, e a tensão nominal do enrolamento primário. Por exemplo, se a impedância de um transformador de relação 13800/480V é 6%, a tensão que deve ser aplicada no enrolamento de 13800V, para fazer circular a corrente nominal no enrolamento curto circuitado de 480V, deverá ser 6% de 13800V, ou seja, 828V.

4.5 - Impedância Nominal

A impedância do transformador também depende da derivação utilizada do enrolamento primário e, considerando que, para qualquer derivação utilizada, a potência do transformador é constante, e igual à potência nominal (P_{TF_n}), temos que:

Impedância nominal:

$$Z_{TF_n} = \frac{V_{P_n}^2}{P_{TF_n}} \cdot z_n$$
$$P_{TF_n} = \frac{V_{P_n}^2}{Z_{TF_n}} \cdot \frac{z_n}{100}$$

Onde:

Z_{TF_n} - Impedância nominal do transformador (Ω)

V_{P_n} - Tensão primária nominal do transformador (V)

P_{TF_n} - Potência nominal do transformador (VA)

z_n - Impedância nominal do transformador (%)

4.6 - Impedância na Derivação

Impedância para qualquer derivação x:

$$Z_{TF_x} = \frac{V_{P_x}^2}{P_{TF_n}} \cdot \frac{z_n}{100}$$

Onde:

Z_{TF_x} - Impedância do transformador na derivação x (Ω)

V_{P_x} - Tensão nominal primária da derivação x do transformador (V)

P_{TF_n} - Potência nominal do transformador (VA)

z_n - Impedância nominal do transformador (%)

Substituindo P_{TF_n} :

$$Z_{TF_x} = \frac{V_{P_x}^2}{\frac{V_{P_n}^2}{Z_{TF_n}} \cdot \frac{z_n}{100}} \cdot \frac{z_n}{100}$$

$$Z_{TF_x} = Z_{TF_n} \frac{V_{P_x}^2}{V_{P_n}^2}$$

Substituindo V_{P_x} por:

$$V_{P_x} = kV_{P_n}$$

e Z_{TF_n} por

$$Z_{TF_n} = \frac{V_{P_n}^2}{P_{TF_n}} \cdot \frac{z_n}{100}$$

Temos:

$$Z_{TF_x} = \frac{V_{P_n}^2}{P_{TF_n}} \cdot \frac{z_n}{100} \cdot \frac{(kV_{P_n})^2}{V_{P_n}^2}$$

$$Z_{TF_x} = \frac{V_{P_n}^2}{P_{TF_n}} \cdot \frac{z_n}{100} \cdot \frac{k^2 V_{P_n}^2}{V_{P_n}^2}$$

$$Z_{TF_x} = \frac{k^2 V_{P_n}^2}{P_{TF_n}} \cdot \frac{z_n}{100}$$

Considerando $Z_{TF_x} = Z_{TF}$ a impedância do transformador para qualquer derivação x:

$$Z_{TF_x} = \frac{k^2 V_{P_n}^2}{P_{TF_n}} \cdot \frac{z_n}{100}$$

A impedância no lado de baixa tensão será:

$$Z_{TF} = \frac{k^2 V_{P_n}^2}{P_{TF_n}} \cdot \frac{z_n}{100} \cdot \frac{V_{S_n}^2}{V_{P_n}^2}$$

$$Z_{TF} = \frac{k^2 V_{S_n}^2}{P_{TF_n}} \cdot \frac{z_n}{100}$$

Onde:

k- Derivação utilizada do enrolamento secundário do transformador elevador em pu. Por exemplo, para a derivação -5% $k=0,95$; para a derivação -2,5% $k=0,975$; para a derivação nominal $k=1$; para a derivação +2,5% $k=1,025$; para a derivação +5% $k=1,05$.

V_{Sn} - Tensão secundária nominal do transformador (V)

P_{TFn} - Potência nominal do transformador (VA)

z_n - Impedância nominal do transformador (%)

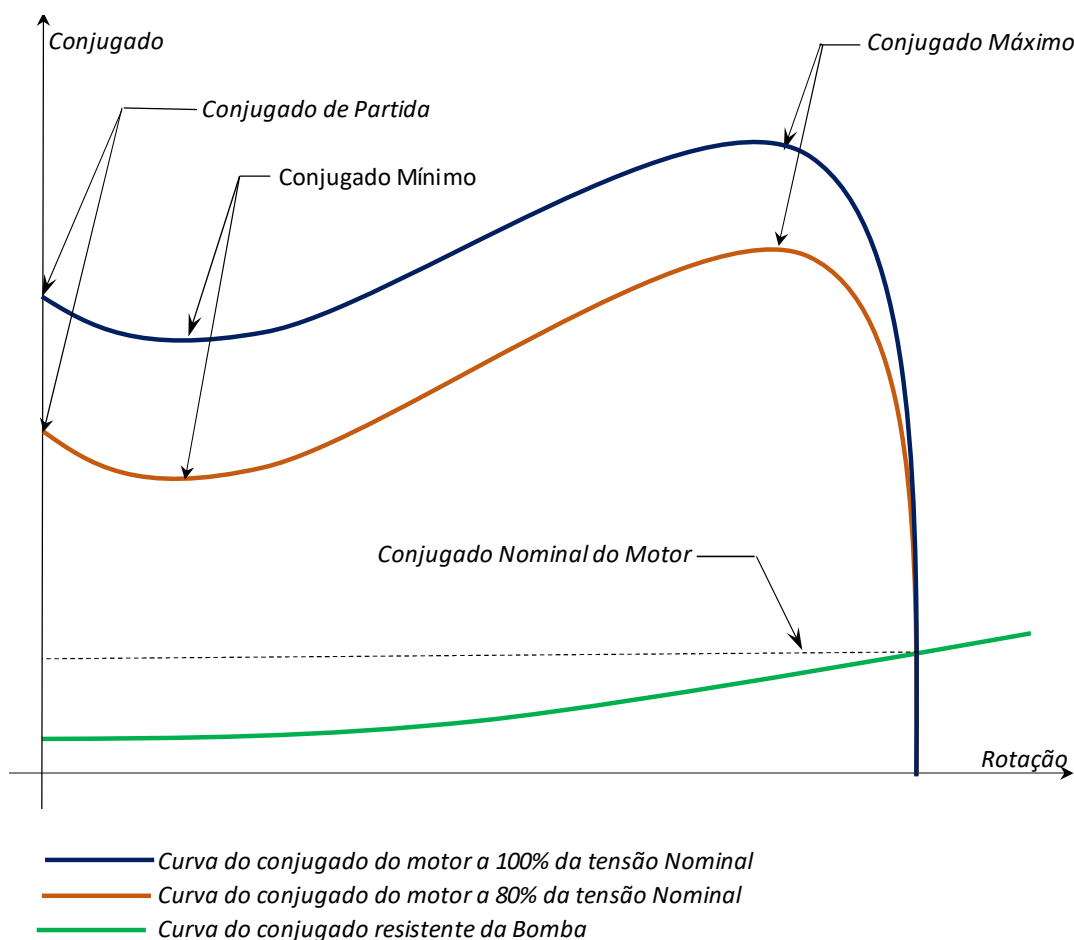
4.7 - Ângulo da Impedância

Considerando que:

$$\theta_{z_{TF}} = \arccos\left(\frac{R_n}{z_n}\right)$$

5 - CARGAS DE POTÊNCIA CONSTANTE

Nas cargas de potência constante, a corrente varia em função da tensão para manter a potência constante. Neste caso estão, por exemplo, os carregadores de baterias, sistemas de comunicação e, principalmente, os motores de indução. Os motores indução têm a característica de manter a rotação praticamente constante com a variação de tensão (ver figura abaixo).



$Potência = Força \times Velocidade$ ou $Potência = Torque \times Velocidade angular$

Observar que o conjugado do motor varia durante a partida do motor e é diferente para cada valor de tensão, mas durante a operação o conjugado e a rotação se mantêm

constantes. Portanto, como a carga (Força ou Torque) e a Velocidade se mantêm constantes, a Potência também se mantém constante, ou seja, a variação da corrente é inversamente proporcional à variação da tensão.

5.1 - Potência da Carga Constante

A potência da carga constante no circuito é dada por:

$$P_{CK} = \frac{V_{Ts}^2}{Z_{CK}}$$

Onde:

P_{CK} - Potência da carga constante (VA)

V_{Ts} - Tensão nos terminais do secundário do transformador (V)

Z_{CK} - Impedância da carga constante (Ω)

Na carga constante a potência é constante, e igual à potência nominal da carga, ou seja:

$$P_{CKn} = \frac{V_{CKn}^2}{Z_{CKn}}$$

P_{CKn} - Potência nominal da carga constante (VA)

V_{CKn} - Tensão nominal da carga constante (V)

Z_{CKn} - Impedância nominal da carga constante (Ω)

5.2 - Impedância da Carga Constante

Como a potência da carga é constante:

$$Z_{CK} = \frac{V_{Ts}^2}{P_{CKn}}$$

5.3 - Ângulo da Impedância Carga Constante

Como o fator de potência da carga é, normalmente, um valor arbitrado, por exemplo, igual a 0,85,

$$\theta_{CK} = \arccos(FP_{CK})$$

Onde:

FP_{CK} - Fator de potência da carga constante

5.4 - Corrente da Carga Constante

Como:

$$\overrightarrow{I_{CK}} = \frac{\overrightarrow{V_{Ts}}}{Z_{CK}}$$

$$\overrightarrow{I_{CK}} = \frac{\left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}, 0\right)}{(Z_{CK}, \theta_{CK})}$$

$$\overrightarrow{I_{CK}} = \left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}Z_{CK}}, -\theta_{CK}\right)$$

Mas como,

$$Z_{CK} = \frac{V_{Ts}^2}{P_{CKn}}$$

$$\vec{I}_{CK} = \left(\frac{P_{CKn}}{\sqrt{3}V_{Ts}}, -\theta_{CK} \right)$$

6 - CARGAS DE POTÊNCIA VARIÁVEL

Nas cargas de potência variável a impedância é um valor constante. Portanto, a variação da tensão provoca a variação da corrente em função da impedância da carga. Neste caso podemos considerar cargas compostas por transformadores, reatores e resistores. Nestas cargas a corrente é diretamente proporcional à variação da tensão.

6.1 - Potência de Carga Variável

Na carga de potência variável temos que:

$$P_{CV} = \frac{V_{Ts}^2}{Z_{CV}}$$

Onde:

P_{CV} Potência da carga variável (VA)

V_{Ts} Tensão nos terminais do secundário do transformador (V)

Z_{CV} Impedância da carga variável (Ω)

A potência nominal da carga variável é:

$$P_{CVn} = \frac{V_{CVn}^2}{Z_{CVn}}$$

Onde:

P_{CVn} Potência nominal da carga variável (VA)

V_{CVn} Tensão nominal da carga variável (V)

Z_{CVn} Impedância nominal da carga variável (Ω)

6.2 - Impedância da Carga Variável

Ocorre que a carga é variável porque a impedância é constante (por exemplo, resistor), logo:

$$Z_{CV} = Z_{CVn}$$

$$Z_{CV} = Z_{CVn} = \frac{V_{CVn}^2}{P_{CVn}}$$

$$Z_{CV} = \frac{V_{CVn}^2}{P_{CVn}}$$

6.3 - Ângulo da Impedância da Carga Variável

O fator de potência da carga variável pode ser arbitrado ou conhecido. Por exemplo, se for um resistor o fator de potência é 1.

$$\theta_{CV} = \arccos(FP_{CV})$$

Onde:

FP_{CV} Fator de potência da carga variável

6.4 - Corrente da Carga Variável

Como:

$$\begin{aligned}\vec{I}_{CV} &= \frac{\vec{V}_{Ts}}{\vec{Z}_{CV}} \\ I_{CV} &= \frac{\left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}, 0\right)}{(Z_{CV}, \theta_{CV})} \\ \vec{I}_{CV} &= \left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}Z_{CV}}, -\theta_{CV}\right)\end{aligned}$$

7 - PARTIDA DE MOTORES

Nas cargas compostas por partida de motor(es), a impedância do(s) motor(es) no instante da partida é fixa. Entretanto, por se tratar de uma condição transitória da carga, será tratada de forma diferenciada.

7.1 - Potência de Partida de Motores

Na partida de motor(es) a impedância dos motores é fixa. Portanto, o seu comportamento é o mesmo que as cargas com potência variável.

$$P_{MP} = \frac{V_{Ts}^2}{Z_{MP}}$$

Onde:

P_{MP} Potência do(s) motor(es) na partida (VA)

V_{Ts} Tensão nos terminais do secundário do transformador (V)

Z_{MP} Impedância do(s) motor(es) na partida (Ω)

A potência nominal do(s) motor(es) na partida é:

$$P_{MPn} = \frac{V_{MPn}^2}{Z_{MPn}}$$

Onde:

P_{MPn} Potência nominal do(s) motor(es) na partida (VA)

V_{MPn} Tensão nominal do(s) motor(es) (V)

Z_{MPn} Impedância nominal do(s) motor(es) na partida (Ω)

7.2 - Impedância do(s) Motor(es) na Partida

Como a impedância do(s) motor(es) na partida é um valor fixo:

$$Z_{MP} = Z_{MPn}$$

$$Z_{M_P} = Z_{M_{Pn}} = \frac{V_{M_{Pn}}^2}{P_{M_{Pn}}}$$

Como a potência nominal da partida não é um dado fornecido nas tabelas dos fabricantes, utilizaremos a corrente de partida nominal, ou seja:

$$P_{M_{Pn}} = \sqrt{3} V_{M_{Pn}} \cdot I_{M_{Pn}}$$

Ou:

$$Z_{M_P} = \frac{V_{M_{Pn}}}{\sqrt{3} I_{M_{Pn}}}$$

Onde:

$P_{M_{Pn}}$ Potência nominal do(s) motor(es) na partida (VA)

$V_{M_{Pn}}$ Tensão nominal do(s) motor(es) (V)

$I_{M_{Pn}}$ Corrente de partida do(s) motor(es) na tensão nominal (A)

7.3 - Ângulo da Impedância do(s) Motor(es) na Partida

O(s) valor(es) do fator de potência do(s) motor(es) na partida pode ser estimado ou definido em função dos dados do(s) motor(es). Portanto:

$$\theta_{M_P} = \arccos(FP_{M_P})$$

Onde:

FP_{M_P} Fator de potência do(s) motor(es) na partida

7.4 - Corrente na Partida do(s) Motor(es)

$$\overrightarrow{I_{M_P}} = \frac{\overrightarrow{V_{Ts}}}{Z_{M_P}}$$

$$\overrightarrow{I_{M_P}} = \frac{\left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}, 0\right)}{(Z_{M_P}, \theta_{M_P})}$$

$$\overrightarrow{I_{M_P}} = \left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3} Z_{M_P}}, -\theta_{M_P}\right)$$

Mas como,

$$Z_{M_P} = \frac{V_{M_{Pn}}}{\sqrt{3} I_{M_{Pn}}}$$

$$\overrightarrow{I_{M_P}} = \left(\frac{I_{M_{Pn}} V_{Ts}}{V_{M_{Pn}}}, -\theta_{M_P}\right)$$

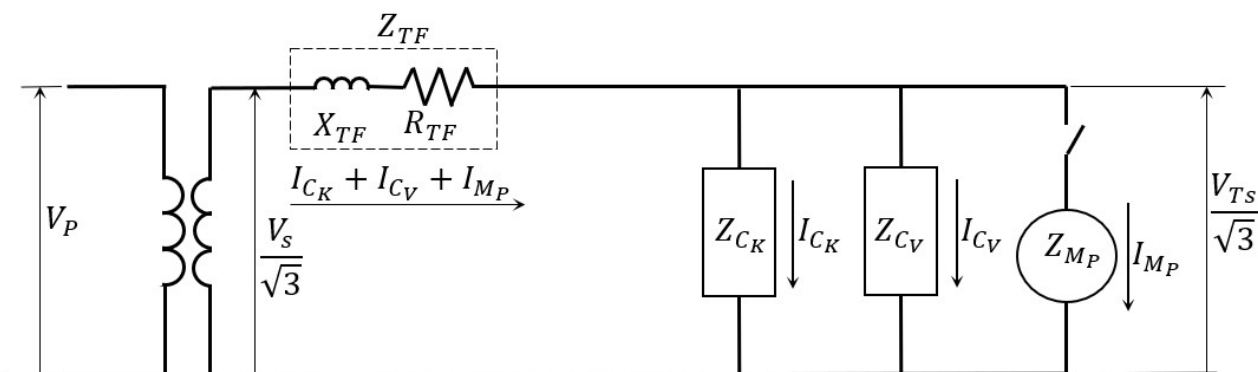
8 - CONDIÇÕES DE OPERAÇÃO QUE SERÃO ANALISADAS

As condições de operação que serão analisadas, durante o período permanente ou transitório da alimentação de uma carga ou conjunto de cargas, com ou sem partida de motores, levarão em conta as variações de tensão na alimentação e a derivação do enrolamento primário utilizada.

A apresentação dos cálculos é feita de modo detalhado para permitir o entendimento da sequência e conceitos adotados, que poderão ser utilizados no desenvolvimento de outras aplicações. Para acompanhar o desenvolvimento das demonstrações, além de conhecimentos de eletrotécnica, o usuário deverá ter conhecimento de operações com números complexos, na forma trigonométrica e polar.

9 - TENSÃO NO SECUNDÁRIO DO TRANSFORMADOR

A seguir se apresenta o cálculo da queda de tensão nos terminais do secundário do transformador quando se conhecem a tensão da alimentação, os dados do transformador e os dados das cargas alimentadas.



A figura acima representa o circuito de um transformador que alimenta um conjunto de cargas composto de cargas com potência constante, cargas com potência variável e partida de motor(es).

Do circuito podemos escrever a equação:

$$\frac{\vec{V}_S}{\sqrt{3}} = \frac{\vec{V}_{Ts}}{\sqrt{3}} + \vec{Z}_{Ts}(\vec{I}_{CK} + \vec{I}_{CV} + \vec{I}_{MP})$$

Considerando que:

$$\frac{\vec{V}_{Ts}}{\sqrt{3}} = \left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}, j0 \right)$$

Utilizando a forma polar para efetuar os cálculos:

$$\frac{\vec{V}_{Ts}}{\sqrt{3}} = \left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}, 0 \right)$$

$$\frac{\vec{V}_S}{\sqrt{3}} = \left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}, 0 \right) + (Z_{TF}, \theta_{TF}) \left(\frac{\left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}, 0 \right)}{(Z_{CK}, \theta_{CK})} \right) + \left(\frac{\left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}, 0 \right)}{(Z_{CV}, \theta_{CV})} \right) + \left(\frac{\left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}, 0 \right)}{(Z_{MP}, \theta_{MP})} \right)$$

$$\frac{\vec{V}_S}{\sqrt{3}} = \left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}, 0 \right) + (Z_{TF}, \theta_{TF}) \left(\left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}Z_{CK}}, -\theta_{CK} \right) + \left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}Z_{CV}}, -\theta_{CV} \right) + \left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}Z_{MP}}, -\theta_{MP} \right) \right)$$

$$\frac{\vec{V}_S}{\sqrt{3}} = \left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}, 0 \right) + (Z_{TF}, \theta_{TF}) \left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}Z_{CK}}, -\theta_{CK} \right) + (Z_{TF}, \theta_{TF}) \left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}Z_{CV}}, -\theta_{CV} \right) + (Z_{TF}, \theta_{TF}) \left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}Z_{MP}}, -\theta_{MP} \right)$$

$$\begin{aligned}\frac{\vec{V}_S}{\sqrt{3}} &= \left(\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}, 0\right) + \left(\frac{Z_{TF}V_{Ts}}{\sqrt{3}Z_{C_K}}, (\theta_{TF} - \theta_{C_K})\right) + \left(\frac{Z_{TF}V_{Ts}}{\sqrt{3}Z_{C_V}}, (\theta_{TF} - \theta_{C_V})\right) + \\ &+ \left(\frac{Z_{TF}V_{Ts}}{\sqrt{3}Z_{M_P}}, (\theta_{TF} - \theta_{M_P})\right)\end{aligned}$$

Na forma de complexos temos:

$$\begin{aligned}\frac{\vec{V}_S}{\sqrt{3}} &= \frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}} + j0 + \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{C_K}} \cos(\theta_{TF} - \theta_{C_K}) + j \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{C_K}} \sin(\theta_{TF} - \theta_{C_K}) + \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{C_V}} \cos(\theta_{TF} - \theta_{C_V}) + \\ &+ j \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{C_V}} \sin(\theta_{TF} - \theta_{C_V}) + \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{M_P}} \cos(\theta_{TF} - \theta_{M_P}) + j \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{M_P}} \sin(\theta_{TF} - \theta_{M_P})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\vec{V}_S}{\sqrt{3}} &= \frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}} + \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{C_K}} \cos(\theta_{TF} - \theta_{C_K}) + \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{C_V}} \cos(\theta_{TF} - \theta_{C_V}) + \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{M_P}} \cos(\theta_{TF} - \theta_{M_P}) + \\ &+ j \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{C_K}} \sin(\theta_{TF} - \theta_{C_K}) + j \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{C_V}} \sin(\theta_{TF} - \theta_{C_V}) + j \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{M_P}} \sin(\theta_{TF} - \theta_{M_P})\end{aligned}$$

Substituindo,

$$Z_{C_K} = \frac{V_{Ts}^2}{P_{C_{Kn}}}$$

Temos:

$$\begin{aligned}\frac{\vec{V}_S}{\sqrt{3}} &= \frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}} + \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3} \frac{V_{Ts}^2}{P_{C_{Kn}}}} \cos(\theta_{TF} - \theta_{C_K}) + \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{C_V}} \cos(\theta_{TF} - \theta_{C_V}) + \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{M_P}} \cos(\theta_{TF} - \theta_{M_P}) + \\ &+ j \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3} \frac{V_{Ts}^2}{P_{C_{Kn}}}} \sin(\theta_{TF} - \theta_{C_K}) + j \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{C_V}} \sin(\theta_{TF} - \theta_{C_V}) + j \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{M_P}} \sin(\theta_{TF} - \theta_{M_P})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\vec{V}_S}{\sqrt{3}} &= \frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}} + \frac{P_{C_{Kn}}Z_{TF}}{\sqrt{3}V_{Ts}} \cos(\theta_{TF} - \theta_{C_K}) + \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{C_V}} \cos(\theta_{TF} - \theta_{C_V}) + \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{M_P}} \cos(\theta_{TF} - \theta_{M_P}) + \\ &+ j \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{C_K}} \sin(\theta_{TF} - \theta_{C_K}) + j \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{C_V}} \sin(\theta_{TF} - \theta_{C_V}) + j \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{M_P}} \sin(\theta_{TF} - \theta_{M_P})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\vec{V}_S}{\sqrt{3}} &= \left[\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}} + \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{C_V}} \cos(\theta_{TF} - \theta_{C_V}) + \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{M_P}} \cos(\theta_{TF} - \theta_{M_P}) + \frac{P_{C_{Kn}}Z_{TF}}{\sqrt{3}V_{Ts}} \cos(\theta_{TF} - \theta_{C_K}) \right] + \\ &+ j \left[\frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{C_V}} \sin(\theta_{TF} - \theta_{C_V}) + \frac{V_{Ts}Z_{TF}}{\sqrt{3}Z_{M_P}} \sin(\theta_{TF} - \theta_{M_P}) + \frac{P_{C_{Kn}}Z_{TF}}{\sqrt{3}V_{Ts}} \sin(\theta_{TF} - \theta_{C_K}) \right] \\ &+ \frac{\vec{V}_S}{\sqrt{3}} = \left[\left(1 + \frac{Z_{TF}}{Z_{C_V}} \cos(\theta_{TF} - \theta_{C_V}) + \frac{Z_{TF}}{Z_{M_P}} \cos(\theta_{TF} - \theta_{M_P}) \right) \frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}} + \frac{P_{C_{Kn}}Z_{TF}}{\sqrt{3}V_{Ts}} \cos(\theta_{TF} - \theta_{C_K}) \right] + \\ &+ j \left[\left(\frac{Z_{TF}}{Z_{C_V}} \sin(\theta_{TF} - \theta_{C_V}) + \frac{Z_{TF}}{Z_{M_P}} \sin(\theta_{TF} - \theta_{M_P}) \right) \frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}} + \frac{P_{C_{Kn}}Z_{TF}}{\sqrt{3}V_{Ts}} \sin(\theta_{TF} - \theta_{C_K}) \right]\end{aligned}$$

$$\left| \frac{\vec{V}_S}{\sqrt{3}} \right| = \left| \left[\left(1 + \frac{Z_{TF}}{Z_{C_V}} \cos(\theta_{TF} - \theta_{C_V}) + \frac{Z_{TF}}{Z_{M_P}} \cos(\theta_{TF} - \theta_{M_P}) \right) \frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}} + \frac{P_{C_{Kn}} Z_{TF}}{\sqrt{3} V_{Ts}} \cos(\theta_{TF} - \theta_{C_K}) \right] + j \left[\left(\frac{Z_{TF}}{Z_{C_V}} \sin(\theta_{TF} - \theta_{C_V}) + \frac{Z_{TF}}{Z_{M_P}} \sin(\theta_{TF} - \theta_{M_P}) \right) \frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}} + \frac{P_{C_{Kn}} Z_{TF}}{\sqrt{3} V_{Ts}} \sin(\theta_{TF} - \theta_{C_K}) \right] \right|$$

$$\left(\frac{V_S}{\sqrt{3}} \right)^2 = \left[\left(1 + \frac{Z_{TF}}{Z_{C_V}} \cos(\theta_{TF} - \theta_{C_V}) + \frac{Z_{TF}}{Z_{M_P}} \cos(\theta_{TF} - \theta_{M_P}) \right) \frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}} + \frac{P_{C_{Kn}} Z_{TF}}{\sqrt{3} V_{Ts}} \cos(\theta_{TF} - \theta_{C_K}) \right]^2 + j \left[\left(\frac{Z_{TF}}{Z_{C_V}} \sin(\theta_{TF} - \theta_{C_V}) + \frac{Z_{TF}}{Z_{M_P}} \sin(\theta_{TF} - \theta_{M_P}) \right) \frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}} + \frac{P_{C_{Kn}} Z_{TF}}{\sqrt{3} V_{Ts}} \sin(\theta_{TF} - \theta_{C_K}) \right]^2$$

Ou:

$$\left[\left(1 + \frac{Z_{TF}}{Z_{C_V}} \cos(\theta_{TF} - \theta_{C_V}) + \frac{Z_{TF}}{Z_{M_P}} \cos(\theta_{TF} - \theta_{M_P}) \right) \frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}} + \frac{P_{C_{Kn}} Z_{TF}}{\sqrt{3} V_{Ts}} \cos(\theta_{TF} - \theta_{C_K}) \right]^2 + j \left[\left(\frac{Z_{TF}}{Z_{C_V}} \sin(\theta_{TF} - \theta_{C_V}) + \frac{Z_{TF}}{Z_{M_P}} \sin(\theta_{TF} - \theta_{M_P}) \right) \frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}} + \frac{P_{C_{Kn}} Z_{TF}}{\sqrt{3} V_{Ts}} \sin(\theta_{TF} - \theta_{C_K}) \right]^2 - \frac{V_S^2}{3} = 0$$

$$\left[\left(1 + \left(\frac{\cos(\theta_{TF} - \theta_{C_V})}{Z_{C_V}} + \frac{\cos(\theta_{TF} - \theta_{M_P})}{Z_{M_P}} \right) Z_{TF} \right) \frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}} + \frac{P_{C_{Kn}} Z_{TF}}{\sqrt{3} V_{Ts}} \cos(\theta_{TF} - \theta_{C_K}) \right]^2 + \left[\left(\frac{\sin(\theta_{TF} - \theta_{C_V})}{Z_{C_V}} + \frac{\sin(\theta_{TF} - \theta_{M_P})}{Z_{M_P}} \right) Z_{TF} \frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}} + \frac{P_{C_{Kn}} Z_{TF}}{\sqrt{3} V_{Ts}} \sin(\theta_{TF} - \theta_{C_K}) \right]^2 - \frac{V_S^2}{3} = 0$$

$$\left[\left(1 + \left(\frac{\cos(\theta_{TF} - \theta_{C_V})}{Z_{C_V}} + \frac{\cos(\theta_{TF} - \theta_{M_P})}{Z_{M_P}} \right) Z_{TF} \right) \frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}} + \frac{P_{C_{Kn}} Z_{TF}}{3 \frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}} \cos(\theta_{TF} - \theta_{C_K}) \right]^2 + \left[\left(\frac{\sin(\theta_{TF} - \theta_{C_V})}{Z_{C_V}} + \frac{\sin(\theta_{TF} - \theta_{M_P})}{Z_{M_P}} \right) Z_{TF} \frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}} + \frac{P_{C_{Kn}} Z_{TF}}{3 \frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}} \sin(\theta_{TF} - \theta_{C_K}) \right]^2 - \frac{V_S^2}{3} = 0$$

Se:

$$x = \frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}}$$

$$a_1 = 1 + \left(\frac{\cos(\theta_{TF} - \theta_{C_V})}{Z_{C_V}} + \frac{\cos(\theta_{TF} - \theta_{M_P})}{Z_{M_P}} \right) Z_{TF}$$

$$b_1 = \frac{P_{C_{Kn}} Z_{TF}}{3} \cos(\theta_{TF} - \theta_{C_K})$$

$$c_1 = \left(\frac{\sin(\theta_{TF} - \theta_{C_V})}{Z_{C_V}} + \frac{\sin(\theta_{TF} - \theta_{M_P})}{Z_{M_P}} \right) Z_{TF}$$

$$d_1 = \frac{P_{C_{Kn}} Z_{TF}}{3} \sin(\theta_{TF} - \theta_{C_K})$$

$$e_1 = -\frac{V_s^2}{3}$$

Podemos escrever a equação em destaque como:

$$\left[a_1x + \frac{b_1}{x}\right]^2 - \left[c_1x + \frac{d_1}{x}\right]^2 + e_1 = 0$$

$$\left(a_1^2x^2 + 2a_1x\frac{b_1}{x} + \left(\frac{b_1}{x}\right)^2\right) + \left(c_1^2x^2 + 2c_1x\frac{d_1}{x} + \left(\frac{d_1}{x}\right)^2\right) + e_1 = 0$$

$$a_1^2x^2 + 2a_1x\frac{b_1}{x} + \frac{b_1^2}{x^2} + c_1^2x^2 + 2c_1x\frac{d_1}{x} + \frac{d_1^2}{x^2} + e_1 = 0$$

$$a_1^2x^2 + c_1^2x^2 + 2a_1x\frac{b_1}{x} + 2c_1x\frac{d_1}{x} + \frac{b_1^2}{x^2} + \frac{d_1^2}{x^2} + e_1 = 0$$

$$(a_1^2 + c_1^2)x^2 + 2a_1b_1 + 2c_1d_1 + \frac{b_1^2 + d_1^2}{x^2} + e_1 = 0$$

$$(a_1^2 + c_1^2)x^2 + 2(a_1b_1 + c_1d_1) + e_1 + \frac{b_1^2 + d_1^2}{x^2} = 0$$

Multiplicando por x^2

$$(a_1^2 + c_1^2)x^4 + (2(a_1b_1 + c_1d_1) + e_1)x^2 + b_1^2 + d_1^2 = 0$$

A solução da equação acima será a raiz real e positiva da equação abaixo:

$$ax^4 + cx^2 + e = 0$$

Onde:

$$a = a_1^2 + c_1^2$$

$$c = 2(a_1b_1 + c_1d_1) + e_1$$

$$e = b_1^2 + d_1^2$$

$$\frac{V_{Ts}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{-c + \sqrt{c^2 - 4ae}}{2a}}$$

$$V_{Ts} = \sqrt{3} \sqrt{\frac{-c + \sqrt{c^2 - 4ae}}{2a}}$$

Esta é a fórmula que calcula a tensão nos terminais do secundário do transformador.

10 - ELABORAÇÃO DAS PLANILHAS EXCEL

As planilhas Excel foram elaboradas com base nos conceitos desenvolvidos neste informativo. A parte teórica não é indispensável para sua utilização, mas é importante para o entendimento do problema e eventual desenvolvimento de estudos mais aprofundados.

Foram elaboradas duas planilhas para determinar a tensão nos terminais do secundário do transformador, uma completa e outra simplificada. Na planilha completa estão indicadas as fórmulas de todos os termos utilizados no cálculo e, na simplificada, que é idêntica à completa, apenas as informações básicas estão visíveis.

Como as duas planilhas são idênticas, os campos e informações da planilha completa que não são visíveis na planilha simplificada, estão ocultos, mas continuam ativos. Portanto, qualquer alteração, ou introdução de informações, deve ser feita com cuidado para não corromper o arquivo. As duas planilhas estão em um único arquivo.

As planilhas podem ser utilizadas para quaisquer valores de tensão dos sistemas e das cargas.

Como em uma instalação podem existir cargas com tensões nominais diferentes da do sistema, existem os campos para preenchimento destas informações. Por exemplo, podem existir motores e cargas com tensões nominais de 220V, 380V, 440V, 460V, 480, etc.

As planilhas são para todos os casos, ou seja, o transformador pode estar ou não com carga inicial, esta carga inicial pode ser formada por carga constante ou variável. A carga a ser aplicada, estando o transformador com carga inicial, pode ser de um ou mais tipos de cargas, constantes, variáveis ou motor(es).

A referência feita a motor(es) é para permitir que se considere um único motor ou conjunto de motores, cujos dados devem ser definidos. Por exemplo, se se deseja saber exatamente o comportamento do sistema com a partida simultânea de dois motores com características diferentes. Neste caso, deverá ser determinada a corrente de partida e fator de potência equivalentes aos dois motores para inseri-los na planilha.