FACULTAD DE INGENIERÍA DEL EJÉRCITO - UNDEF

Taller de Introducción a la Matemática Universitaria.

FACULTAD DE INGENIERÍA DEL EJÉRCITO - UNDEF

¿Qué es este material?

Este material es la práctica correspondiente a cada clase y a cada video con la que trabajaremos a lo largo del taller.

Desde la Facultad de Ingeniería del Ejército nos hemos propuesto dar el primer de tu carrera de Ingeniería juntos y de manera firme. Para ello hemos creado un material nunca visto en educación. Para cada ejercicio de esta práctica tendrás el video correspondiente con la teoría que lo respalda a solo un click de manera que si hay algo que no entendieras no tenés más que clickear en el botón provisto en la página pertinente.

FACULTAD DE INGENIERÍA DEL EJÉRCITO - UNDEF

Práctica I: Rectas.

Ejercicio 1.

Graficar en el plano $x\,y$ las siguientes rectas de las cuales se dan sus ecuaciones.

a) $y = \frac{1}{2}x + 1.$ b) $y = -2x + 3.$

c) $5x + 3y = 15.$ d) $5x = 10.$

Ejercicio 2.

Considere la función lineal $f(x) = ax + b$ que satisface que $f(0) = -2$ y $f(3) = 5.$

a) Hallar $a, b \in R.$

b) Hallar $f(1), f(2).$

Ejercicio 3.

Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto de coordenadas (6,1) y es paralela a la recta de ecuación $y = -2x + 1.$

Ejercicio 4.

Hallar la ecuación de la recta que corta el eje y en el punto (0,2) y es paralela a la recta que pasa por el origen de coordenadas y también por el punto (2,1).

Ejercicio 5.

Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto (1,2) y es perpendicular a la recta que pasa por el origen de coordenadas y por el punto (1,3).

Ver video sobre rectas.

Ejercicio 6.

Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos (1,3) y (3,7).

Ejercicio 7.

Sea r la recta de ecuación $y = 2x - 1$. Determine, si existe, el valor de $k \in R$ para que el punto $(-k, k - 10) \in r$.

Ejercicio 8.

Determine analítica y gráficamente la intersección de las rectas de ecuaciones $y = -2x + 1$ e $y = x - 8$.

Ver video sobre paralelismo y perpendicularidad.

Práctica II: Parábolas.

Ejercicio 1.

Dadas las siguientes funciones cuadráticas

a) $y = x^2 - 3$. b) $y = x^2 + 4x$.

c) $y = -x^2 + 3x + 4$.

a) Indique las coordenadas de su intersección con el eje de ordenadas.

b) Escriba la ecuación de su eje de simetría.

c) Calcule las coordenadas de su vértice.

d) Determine el conjunto imagen de f.

e) Determine, si existen, los puntos de intersección con el eje de abscisas.

f) Realice un gráfico aproximado de cada una de ellas.

Ejercicio 2.

La gráfica de $y = x^2 + bx + c$ corta el eje x en $x = -2$ y $x = 3$. Halle los valores de b y c.

Ejercicio 3.

La función $f(x) = (x - m)(x - n)$ corta el eje x en $x = -3$ y $x = 6$. Escriba f en la forma polinómica $f(x) = ax^2 + bx + c$ y luego determine el menor valor que toma f.

Ejercicio 4.

Considere la función $f(x) = 2x^2 - 8x + 5$. Exprese f en la forma canónica $a(x - k)^2 + h$ y luego halle el mínimo valor que toma f.

Ver video sobre funciones cuadráticas.

FACULTAD DE INGENIERÍA DEL EJÉRCITO - UNDEF

Ejercicio 5.

La fórmula $h = 30t - 5t^2$ nos da la altura h en metros desde que es arrojada una pelota verticalmente hacia arriba t segundos después de haber sido lanzada desde el suelo con una velocidad inicial de $30m/s$. Determine la altura máxima que alcanza la pelota y el tiempo necesario para que ello ocurra. Determine también cuándo regresa al suelo.

Ejercicio 6.

La función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ vale 0 para $x = 1$ y toma su valor máximo 8 para $x = 4$. Determine f.

Ejercicio 7.

Determine analítica y gráficamente la o las intersecciones de las gráficas de f y g sabiendo que

$$f(x) = x^2 - 5x + 6 \qquad g(x) = -2x^2 + x + 1.$$

Ejercicio 8.

El perímetro de un rectángulo es de $34cm$. Sabiendo que la diagonal tiene una longitud de $13cm$ calcule la longitud de sus lados.

Ejercicio 9.

La ecuación cuadrática $4x^2 + 4kx + 9 = 0$ con $k > 0$ tiene exactamente una solución. Halle el valor de $k \in R$.

Ejercicio 10.

La ecuación cuadrática $kx^2 - 3x + (k + 2) = 0$ tiene dos soluciones (distintas). Halle los valores posibles de $k \in R$.

Ver video sobre forma polinómica.

Práctica III: Polinomios.

Ejercicio 1.

Sean $p(x) = 6x^5 + 2x^3 + x - 5,\ q(x) = 2x^2 - 1$. Calcular

a) $p(x) - 2q(x)$.

b) $3p(x) \cdot 2q(x)$.

c) $p(x)/q(x)$.

Ejercicio 2.

Usar la regla de Ruffini para calcular el cociente y resto de dividir al polinomio $p(x) = x^3 + x^2 - 1$ por $q(x) = x - 2$.

Ejercicio 3.

Usar la regla de Ruffini para calcular el cociente y resto de dividir al polinomio $p(x) = x^3 + x^2 - 1$ por $q(x) = x + 3$.

Ejercicio 4.

Usar la regla de Ruffini para calcular el cociente y resto de dividir al polinomio $p(x) = x^3 + x^2 - 1$ por $q(x) = \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}$.

Ejercicio 5.

Considere el polinomio $p(x) = x^3 - x$.

a) Halle las raíces de p.

b) Factorice $p(x)$ sobre el cuerpo de los números reales.

c) Realice una gráfica aproximada de p.

Ejercicio 6.

Repita el ejercicio 4 considerando ahora el polinomio $q(x) = (x-1)^3 - (x-1)$.

Ver video sobre polinomios.

Ejercicio 7.

Enuncie formalmente el teorema de Gauss sobre las raíces racionales de polinomios con coeficientes enteros.

Ejercicio 8.

Utilice el teorema de Gauss para hallar las raíces de los siguientes polinomios:

a) $p(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$.

b) $q(x) = 2x^3 + x^2 + x - 1$.

c) $r(x) = x^3 - \frac{2}{5}x^2 + \frac{1}{2}x + 1$.

Ejercicio 9.

Considere el polinomio $p(x)$ del ejercicio 8a. Halle la suma de las raíces, el producto de las raíces y la suma de los productos de todos los pares de raíces. Observe que en módulo estos valores son respectivamente el coeficiente del término independiente, el coeficiente del término cuadrático y el coeficiente del término lineal. Escriba esas igualdades.

Ejercicio 10.

Generalice el ejercicio anterior para cualquier polinomio mónico de grado 3.

Ver video sobre el teorema de Gauss.

Práctica IV: Trigonometría.

Ejercicio 1.

Halle, usando la definición, los valores siguientes:

a) $\sin(45°)$, $\cos(45°)$.

b) $\sin(30°)$, $\cos(30°)$.

Ejercicio 2.

Un árbol proyecta una sombra de 27 metros de largo. Sabiendo que el ángulo de elevación del sol es de 60° calcule la altura del árbol.

Ejercicio 3.

Demuestre geométricamente que $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Ejercicio 4.

Utilizando 4 triángulos rectángulos iguales y haciendo uso del ejercicio 3 demuestre el teorema de Pitágoras.

Ejercicio 5.

Utilizando las definiciones de seno y coseno de un ángulo α demuestre que $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$.

Ejercicio 6.

La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide $7cm$ y uno de sus ángulos agudos mide 30°. Hallar la medida de los dos catetos.

Ejercicio 7.

a) Demostrar que el área de un triángulo equilátero de lado l es $A = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$.

b) El área de un triángulo equilátero es igual a $9\sqrt{3}cm^2$. ¿Cuánto mide su lado?

Ver video sobre trigonometría.