

# Problem Set 2 - Derivations

①	1	$A \supset \sim B$	Ass.
	2	$\sim B \supset \sim C$	Ass.
	3	$C$	Ass.
<hr/>			
	4	$A$	$A / \sim I$
	5	$\sim B$	$1, 4 \supset E$
	6	$\sim C$	$2, 5 \supset E$
	7	$C$	$3 R$
	8	$\sim A$	$4-7 \sim I$

②	1	$A \& \sim A$	Ass.
<hr/>			
	2	$\sim(Z \equiv Q)$	$A / \sim E$
	3	$A$	$1 \& E$
	4	$\sim A$	$1 \& E$
	5	$Z \equiv Q$	$2-4 \sim E$

③

1	$\sim F \supset F$	Ass.
2	$L \vee H$	Ass.
3	$\sim H$	Ass.

4	$\sim F$	A/ $\sim E$
5	F	1, 4 $\supset E$
6	$\sim F$	4 R
7	F	4-6 $\sim E$
8	L	A/ $\vee E$
9	L	8 R
10	H	A/ $\vee E$
11	$\sim L$	A/ $\sim E$
12	H	10 R
13	$\sim H$	3 R
14	L	11-13 $\sim E$
15	L	2, 8-9, 10-14 $\vee E$
16	F & L	7, 15 & I

④

1  $(A \& B) \supset C$  ASS.

2  $\sim(A \& B) \supset \sim C$  ASS.

3  $C$  A/≡I

4  $\sim(A \& B)$  A/~E

5  $\sim C$  2, 4 ⊃ E

6  $C$  3 R

7  $(A \& B)$  4-6 ~E

8  $(A \& B)$  A/≡I

9  $C$  1, 8 ⊃ E

10  $C \equiv (A \& B)$  3-7, 8-9 ≡I

5

1  $(A \vee B) \equiv C$  Ass.

2  $\sim C$  Ass.

3  $(A \vee B)$  A/ $\sim$ I

4 C 1,3  $\equiv$  E

5  $\sim C$  2 R

6  $\sim(A \vee B)$  3-5  $\sim$ I

6

1  $F \equiv G$  Ass.

2  $F \vee G$  Ass.

3 F A/ $\vee$  E

4 G 1,3  $\equiv$  E

5  $(F \& G)$  3,4 & I

6 G A/ $\vee$  E

7 F 1,6  $\equiv$  E

8  $(F \& G)$  6,7 & I

9  $F \& G$  2,3-5,6-8  $\vee$  E

⑦

1

$A \supset B$

Ass.

2

$B \supset (G \equiv D)$

Ass.

3

A

$A \supset I$

4

$\sim D$

$A \supset I$

5

G

$A \supset \sim I$

6

B

1, 3  $\supset E$

7

$G \equiv D$

2, 6  $\supset E$

8

D

5, 7  $\equiv E$

9

$\sim D$

4 R

10

$\sim G$

5-9  $\sim I$

11

$(\sim D \supset \sim G)$  4-10  $\supset I$

12

$A \supset (\sim D \supset \sim G)$  3-11  $\supset I$

8

1  $(K \vee Z) \supset C$

Ass.

2  $(D \vee E) \supset ((F \vee G) \supset Z)$

Ass.

3

D	A $\supset$ I
---	---------------

4

F	A $\supset$ I
---	---------------

5

$D \vee E$       3  $\vee$  I

6

$(F \vee G) \supset Z$       2, 5  $\supset$  E

7

$F \vee G$       4  $\vee$  I

8

Z      6, 7  $\supset$  E

9

$K \vee Z$       8  $\vee$  I

10

C      1, 9  $\supset$  E

11

$(F \supset C)$       4-10  $\supset$  I

12

$D \supset (F \supset C)$       3-11  $\supset$  I

9

1	$(A \supset B)$	$A / \supset I$
2	$\sim B$	$A / \supset I$
3	$A$	$A / \sim I$
4	$B$	$1, 3 \supset E$
5	$\sim B$	$2 R$
6	$\sim A$	$3-5 \sim I$
7	$(\sim B \supset \sim A)$	$2-6 \supset I$

8  $(A \supset B) \supset (\sim B \supset \sim A) \quad 1-7 \supset I$

(10)

1

$A \vee (\sim A \equiv B)$

Ass.

2

$A$   $A/\vee E$

3

$(A \vee B)$   $2 \vee I$

4

$\sim A \equiv B$   $A/\vee E$

5

$\sim(A \vee B)$   $A/\sim E$

6

$A$   $A/\sim I$

7

$A \vee B$   $6 \vee I$

8

$\sim(A \vee B)$   $5 R$

9

$\sim A$   $6-8 \sim I$

10

$B$   $A/\sim I$

11

$A \vee B$   $10 \vee I$

12

$\sim(A \vee B)$   $5 R$

13

$\sim B$   $10-12 \sim I$

14

$B$   $4, 9 \equiv E$

15

$(A \vee B)$   $5-14 \sim E$

16

$(A \vee B)$   $1, 2-3, 4-15 \vee E$