Examenul de bacalaureat național 2019
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 6

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$b_3 = b_1 \cdot q^2 =$	**3p**
	$= 1 \cdot 5^2 = 25$	**2p**
2.	$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - x + 1 = 4x - 5 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$	**2p**
	$x = 2$, $x = 3$	**3p**
3.	$\sqrt{2x} = 4 - x \Rightarrow 2x = 16 - 8x + x^2 \Rightarrow x^2 - 10x + 16 = 0$	**3p**
	$x = 2$, care convine, $x = 8$, care nu convine	**2p**
4.	Mulțimea A are 49 de elemente, deci sunt 49 de cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea A sunt 7 numere naturale, deci sunt 7 cazuri favorabile	**2p**
	$p = \dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \dfrac{7}{49} = \dfrac{1}{7}$	**1p**
5.	Punctul $M(-3,3)$ este mijlocul laturii BC	**2p**
	Ecuația medianei din A este $y = 3$	**3p**
6.	$\sin x(3\sin x - \cos x) + \cos x(\sin x + 3\cos x) = 3\sin^2 x - \sin x\cos x + \cos x \sin x + 3\cos^2 x =$	**2p**
	$= 3\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right) = 3$, pentru orice număr real x	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(-1) = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ -4 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(-1)) = \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ -4 & -1 \end{vmatrix} = (-1)\cdot(-1) - (-4)\cdot 4 =$	**3p**
	$= 1 + 16 = 17$	**2p**
b)	$A(2019-a) + A(2019+a) = \begin{pmatrix} 2019-a & 4 \\ -4 & 2019-a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2019+a & 4 \\ -4 & 2019+a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4038 & 8 \\ -8 & 4038 \end{pmatrix} =$	**3p**
	$= 2\begin{pmatrix} 2019 & 4 \\ -4 & 2019 \end{pmatrix} = 2A(2019)$, pentru orice număr real a	**2p**
c)	$A(x)A(y) = \begin{pmatrix} x & 4 \\ -4 & x \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y & 4 \\ -4 & y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} xy-16 & 4x+4y \\ -4x-4y & xy-16 \end{pmatrix}$, $2A(-8) = \begin{pmatrix} -16 & 8 \\ -8 & -16 \end{pmatrix}$	**3p**
	$xy = 0$ și $x + y = 2$, deci $x = 0$, $y = 2$ sau $x = 2$, $y = 0$	**2p**
2.a)	$x * 0 = \dfrac{4x + 4\cdot 0}{4 + x\cdot 0} = \dfrac{4x}{4} = x$, pentru orice $x \in G$	**2p**
	$0 * x = \dfrac{4\cdot 0 + 4\cdot x}{4 + 0\cdot x} = \dfrac{4x}{4} = x$, pentru orice $x \in G$, deci 0 este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”	**3p**
b)	$\dfrac{8x}{4 + x^2} = \dfrac{8}{5} \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0$	**3p**
	$x = 1$, care convine, $x = 4$, care nu convine	**2p**

c)	$f(x)*f(y)=\dfrac{4f(x)+4f(y)}{4+f(x)f(y)}=\dfrac{4\cdot\dfrac{2(x-1)}{x+1}+4\cdot\dfrac{2(y-1)}{y+1}}{4+\dfrac{4(x-1)(y-1)}{(x+1)(y+1)}}=\dfrac{2(xy+x-y-1+xy-x+y-1)}{xy+x+y+1+xy-x-y+1}=$	**3p**
	$=\dfrac{4(xy-1)}{2(xy+1)}=\dfrac{2(xy-1)}{xy+1}=f(xy)$, pentru orice $x,y\in(0,+\infty)$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=-2+\dfrac{2}{x+1}=$	**3p**
	$=\dfrac{-2x-2+2}{x+1}=\dfrac{-2x}{x+1}$, $x\in(-1,+\infty)$	**2p**
b)	$f(0)=1$, $f'(0)=0$	**2p**
	Ecuația tangentei este $y-f(0)=f'(0)(x-0)$, adică $y=1$	**3p**
c)	$f'(x)\geq 0$, pentru orice $x\in(-1,0]\Rightarrow f$ este crescătoare pe $(-1,0]$ și $f'(x)\leq 0$, pentru orice $x\in[0,+\infty)\Rightarrow f$ este descrescătoare pe $[0,+\infty)$, deci $f(x)\leq f(0)\Rightarrow 1-2x+2\ln(x+1)\leq 1$, deci $\ln(x+1)\leq x$, pentru orice $x\in(-1,+\infty)$	**3p**
	$\cos x>-1$, pentru orice $x\in(0,\pi)$, deci $\ln(1+\cos x)\leq\cos x$, pentru orice $x\in(0,\pi)$	**2p**
2.a)	$\int\limits_{-1}^{1}f(x)e^{x}dx=\int\limits_{-1}^{1}(x+3)dx=\left(\dfrac{x^2}{2}+3x\right)\Bigg\vert_{-1}^{1}=$	**3p**
	$=\left(\dfrac{1}{2}+3\right)-\left(\dfrac{1}{2}-3\right)=6$	**2p**
b)	F este o primitivă a funcției $f\Rightarrow F'(x)=f(x)=\dfrac{x+3}{e^x}$, $x\in\mathbb{R}$	**2p**
	$F'(x)\geq 0$, pentru orice $x\in[-3,+\infty)$, deci funcția F este crescătoare pe intervalul $[-3,+\infty)$	**3p**
c)	$\mathcal{A}=\int\limits_{0}^{n}\lvert f(x)\rvert\,dx=\int\limits_{0}^{n}(x+3)e^{-x}dx=-(x+4)e^{-x}\Big\vert_{0}^{n}=-(n+4)e^{-n}+4$	**3p**
	$-(n+4)e^{-n}+4=4-6e^{-n}$, de unde obținem $n=2$	**2p**