Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\left(2-\frac{1}{2}\right):\frac{3}{10}=5$.
5p	**2.** Calculați $f(-2)+f(2)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-4$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2x-1}=3$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, acesta să fie multiplu de 5.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0), M(0,4)$ și $N(4,0)$. Arătați că triunghiul MON este isoscel.
5p	**6**. Calculați aria triunghiului ABC dreptunghic în A, știind că $AB=10$ și $AC=12$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & -2\\ 5 & -3\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
5p	**a)** Arătați că $\det A=1$.
5p	**b)** Arătați că $A\cdot A+I_2=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
5p	**c)** Demonstrați că $\det\left(A-aI_2\right)\geq 1$, pentru orice număr real a.
	2. Se consideră polinomul $f=X^3+5X^2+X+5$.
5p	**a)** Arătați că $f(-5)=0$.
5p	**b)** Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul X^2+6X+5.
5p	**c)** Demonstrați că $\frac{x_3}{x_1x_2}+\frac{x_2}{x_1x_3}+\frac{x_1}{x_2x_3}=-\frac{23}{5}$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^4-2x^2+1$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=4x(x-1)(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcţiei f.
5p	**c)** Demonstrați că $0\leq f(x)\leq 1$, pentru orice $x\in[-1,1]$.
	2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+\sqrt{x}$.
5p	**a)** Arătați că $\int_1^3\left(f(x)-\sqrt{x}\right)dx=\frac{26}{3}$.
5p	**b)** Demonstrați că funcția $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=\frac{x^3}{3}+\frac{2x\sqrt{x}}{3}+2015$ este o primitivă a funcției f.
5p	**c)** Arătați că suprafața delimitată de graficul funcției $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\left(f(x)-\sqrt{x}\right)e^x$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=2$, are aria egală cu $e(2e-1)$.