Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Varianta 8

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătați că $\left(\sqrt{2}-3\right)^2+\left(\sqrt{2}+3\right)^2=22$.

5p **2.** Calculați produsul $f(-1)f(0)f(1)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+2$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3\left(x^2-6x+6\right)=\log_3 1$.

5p **4.** Determinați câte numere naturale pare, de trei cifre distincte, se pot forma cu cifrele 5, 7, 8 și 9.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,0)$ și $B(1,2)$. Determinați ecuația dreptei d care trece prin punctul O și este paralelă cu dreapta AB.

5p **6**. Arătați că $\sin\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)-\sin\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)=0$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1 & x & x^2+x\\ 0 & 1 & 2x\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A(1)\right)=1$.

5p **b)** Demonstrați că $A(x)A(y)=A(x+y)$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați numărul real a, $a\neq-1$, știind că $A\left(\frac{1}{1\cdot 2}\right)A\left(\frac{1}{2\cdot 3}\right)\cdot\ldots\cdot A\left(\frac{1}{2016\cdot 2017}\right)=A\left(\frac{a}{a+1}\right)$.

2. Se consideră polinomul $f=X^4+mX^2+2$, unde m este număr real.

5p **a)** Determinați numărul real m, știind că $f(1)=0$.

5p **b)** Demonstrați că $x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2+2\left(x_1x_2+x_1x_3+x_1x_4+x_2x_3+x_2x_4+x_3x_4\right)=0$, pentru orice număr real m, unde x_1, x_2, x_3 și x_4 sunt rădăcinile polinomului f.

5p **c)** Pentru $m=3$, descompuneți polinomul f în factori ireductibili în $\mathbb{R}[X]$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{1}{\left(x^2+1\right)\sqrt{x^2+1}}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că, pentru orice număr real a, $a\in(-1,1)$, ecuația $f(x)=a$ are soluție unică.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x(x-1)$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^2 f(x)e^{-x}dx=0$.

5p **b)** Demonstrați că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=1$ şi $x=2$ are aria egală cu e.

5p **c)** Demonstrați că $\lim\limits_{n\to+\infty}\int_{-n}^{1}\left(f(x)+e^{x}\right)dx=0$.