Examenul de bacalaureat naţional 2016
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinați al doilea termen al progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, știind că $b_1 = 4$ și rația $q = 2$.

5p **2.** Determinați coordonatele vârfului parabolei asociate funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2x$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(2x+1)=\log_3 5$.

5p **4.** Determinați numărul submulțimilor cu două elemente ale mulțimii $\{0, 1, 2, 3, 4\}$.

5p **5.** Determinați numărul real m, știind că punctul $M(1,0)$ aparține dreptei de ecuație $y = mx-2$.

5p **6.** Calculați lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC, în care $AB=\sqrt{2}$ și $C=\frac{\pi}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} 2-a & 1 \\ 1 & 2-a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(2))=-1$.

5p **b)** Demonstrați că $A(a)+A(-a)=2A(0)$, pentru orice număr real a.

5p **c)** Determinați numărul real x, știind că $A(x)A(x)=2A(1)$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3-4X^2+mX+4$, unde m este număr real.

5p **a)** Arătați că $f(-1)+f(1)=0$, pentru orice număr real m.

5p **b)** Pentru $m=-1$, arătați că polinomul f se divide cu polinomul X^2-1.

5p **c)** Determinați numărul real m, știind că $x_1^2+x_2^2+x_3^2-4\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right)=0$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2-x+1}{x-1}$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=\frac{x(x-2)}{(x-1)^2}$, $x\in(1,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=2$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstraţi că $f(e)<\frac{7}{2}$.

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{e^x}{x^2}$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_1^2 x^2 f(x)\,dx=e(e-1)$.

5p **b)** Demonstrați că orice primitivă a funcţiei f este convexă pe intervalul $[2,+\infty)$.

5p **c)** Demonstraţi că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=1$ şi $x=2$ are aria mai mică sau egală cu $e(e-1)$.