Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Varianta 10

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Determinați primul termen al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_3 = 10$ și rația $r = 3$.

5p **2.** Determinaţi numărul real m, știind că punctul $A(1,3)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - mx + 2m$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4^x + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$.

5p **4.** Determinaţi câte numere naturale pare, de două cifre distincte, au cifrele elemente ale mulțimii $\{1, 2, 3, 4\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,2)$ şi $B(2,4)$. Determinaţi ecuația mediatoarei segmentului AB.

5p **6.** Calculați lungimea razei cercului circumscris triunghiului dreptunghic ABC care are catetele $AB = 8$ și $AC = 6$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 2x+5 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(-2)) = -4$.

5p **b)** Demonstrați că $A(x) + A(-x) = A(2017) + A(-2017)$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Determinați numerele reale p și q, pentru care $A(0)\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix}$.

2. Pe mulţimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + 6x + 6y + 30$.

5p **a)** Arătați că $x \circ y = (x+6)(y+6) - 6$, pentru orice numere reale x și y.

5p **b)** Arătați că $e = -5$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.

5p **c)** Determinați numărul real x pentru care $x \circ (-2017) = 2017 \circ (-6)$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2}{x} + \ln x$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x) = \frac{x-2}{x^2}$, $x \in (0,+\infty)$.

5p **b)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcţiei f.

5p **c)** Demonstrați că $\frac{2}{x} + \ln x \geq 1 + \ln 2$, pentru orice $x \in (0,+\infty)$.

2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2+2}{2x}$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_1^2 2x\, f(x)\, dx = \frac{13}{3}$.

5p **b)** Determinaţi primitiva F a funcţiei f, pentru care $F(1) = 1$.

5p **c)** Demonstrați că $2\int_1^n \left(f(x) + x f'(x) \right) dx = n^2 - 1$, pentru orice număr natural n, $n \geq 2$.