Examenul de bacalaureat național 2013
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Barem de evaluare şi de notare

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$(\sqrt{5}-1)^2+2\sqrt{5}=\left(5-2\sqrt{5}+1\right)+2\sqrt{5}=$	**3p**
	$=6\in\mathbb{N}$	**2p**
2.	$f(x)=0$ are două soluții reale distincte	**2p**
	$\Delta=m^2-16>0$	**1p**
	$m\in(-\infty,-4)\cup(4,+\infty)$	**2p**
3.	$2-x^2=x$	**1p**
	$x_1=1,\ x_2=-2$	**2p**
	x_1 convine şi x_2 nu convine	**2p**
4.	$p=\dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}$	**1p**
	Numărul submulțimilor cu cel mult un element este egal cu $C_7^0+C_7^1=8\Rightarrow 8$ cazuri favorabile	**2p**
	Numărul submulțimilor mulțimii A este $2^7=128\Rightarrow 128$ de cazuri posibile	**1p**
	$p=\dfrac{1}{16}$	**1p**
5.	$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=5\vec{i}+12\vec{j}$	**3p**
	$AC=\sqrt{5^2+12^2}=13$	**2p**
6.	$b=\dfrac{\pi}{3}-a\Rightarrow\cos b=\cos\left(\dfrac{\pi}{3}-a\right)=$	**2p**
	$=\dfrac{1}{2}\cos a+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin a$, de unde concluzia	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$D(-1,2)=\begin{vmatrix}-1 & 1 & 2\\ 2 & -1 & 1\\ 1 & 2 & -1\end{vmatrix}$	**1p**
	$D(-1,2)=-1+1+8+2+2+2$	**3p**
	$D(-1,2)=14$	**1p**
b)	$A(2,q)=\begin{pmatrix}2 & 1 & 2\\ 2 & 2 & 1\\ 1 & q & 2\end{pmatrix}$	**1p**
	Există minorul $d=\begin{vmatrix}2 & 1\\ 2 & 2\end{vmatrix}=2\neq 0\Rightarrow$ rang $A(2,q)\geq 2$	**1p**
	rang $A(2,q)=2\Rightarrow D(2,q)=0$	**1p**
	$q=-\dfrac{1}{2}$	**2p**

c)	$D(x,y)=x^3+4y-4x-xy+1$	**1p**
	$D(y,x)=y^3+4x-4y-yx+1$	**1p**
	$D(x,y)=D(y,x)\Rightarrow(x-y)(x^2+xy+y^2-8)=0\Rightarrow x^2+xy+y^2-8=0$	**2p**
	Finalizare: de exemplu $(x,y)=(0,2\sqrt{2})$	**1p**
2.a)	$f(1)=2-m$	**2p**
	$f(1)=8$	**2p**
	Finalizare: $m=-6$	**1p**
b)	$x_1+x_2+x_3=0$ și $x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1=1$	**2p**
	$x_1^2+x_2^2+x_3^2=\left(x_1+x_2+x_3\right)^2-2\left(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1\right)=-2\in\mathbb{Z}$	**3p**
c)	x_1,x_2,x_3 rădăcinile polinomului $f=X^3+X-2\Rightarrow$ polinomul $-2X^3+X^2+1$ are rădăcinile $\frac{1}{x_1},\frac{1}{x_2},\frac{1}{x_3}$	**2p**
	$a,b,c,d\in\mathbb{Z}$ cu $a>0\Rightarrow$ $g=2X^3-X^2+0\cdot X-1$ are rădăcinile $\frac{1}{x_1},\frac{1}{x_2},\frac{1}{x_3}$	**2p**
	un exemplu este $a=2,\ b=-1,\ c=0,\ d=-1$	**1p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=e^x-1$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$	**3p**
	$f'(0)=0$	**2p**
b)	$f(0)=1$, $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ și f este continuă pe $\left[0,+\infty\right)$, deci ecuația dată are cel puțin o soluție	**3p**
	$f'(x)>0$ pentru orice $x>0\Rightarrow f$ este strict crescătoare pe $\left[0,+\infty\right)\Rightarrow f$ este injectivă pe $\left[0,+\infty\right)$, deci soluția este unică	**2p**
c)	$f\left(x_n\right)=n\Rightarrow e^{x_n}=n+x_n\Rightarrow e^{x_n}>n$ pentru că $x_n>0$, oricare ar fi $n\geq 2$	**2p**
	$x_n>\ln n\Rightarrow\lim\limits_{n\to+\infty}x_n=+\infty$	**3p**
2.a)	$A=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\lvert f(x)\rvert dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x\,dx=$	**2p**
	$=\sin x\Big\vert_0^{\frac{\pi}{2}}=1$	**3p**
b)	$V=\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}f^2(x)\,dx=\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2x\,dx=$	**1p**
	$=\frac{\pi}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos 2x)\,dx=\frac{\pi}{2}\left(x\Big\vert_0^{\frac{\pi}{2}}+\frac{1}{2}\sin 2x\Big\vert_0^{\frac{\pi}{2}}\right)=\frac{\pi^2}{4}$	**4p**
c)	$t=kx\Rightarrow\int_0^{2\pi}f^n(kx)\,dx=\frac{1}{k}\int_0^{2k\pi}\cos^n t\,dt$	**2p**
	$\int_0^{2k\pi}\cos^n t\,dt=\int_0^{2\pi}\cos^n t\,dt+\int_{2\pi}^{4\pi}\cos^n t\,dt+\ldots+\int_{2(k-1)\pi}^{2k\pi}\cos^n t\,dt=$	**2p**

	$=k\int\limits_0^{2\pi}\cos^n t\,dt$, deoarece $g_n:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ g_n(x)=\cos^n x$ este periodică de perioadă 2π, de unde concluzia	**1p**