Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică *M_şt-nat*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **<u>Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.</u>**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$(2-3i)(2+3i)=4-9i^2=$ $=13$	**3p** **2p**
2.	$f(3)=5$ $f(f(3))=f(5)=9$	**2p** **3p**
3.	$x^2+17=81 \Leftrightarrow x^2=64$ $x_1=-8$ și $x_2=8$, care verifică ecuația	**2p** **3p**
4.	Sunt 90 numere naturale de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile Sunt 18 numere naturale de două cifre, divizibile cu 5, deci sunt 18 cazuri favorabile $p=\dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\dfrac{18}{90}=\dfrac{1}{5}$	**1p** **2p** **2p**
5.	$m_{AB}=\dfrac{2-a}{2}$ și $m_{BC}=1$ $m_{AB}=m_{BC} \Leftrightarrow a=0$	**2p** **3p**
6.	$E\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\sin\dfrac{\pi}{6}+\cos\dfrac{\pi}{4}=$ $=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{1+\sqrt{2}}{2}$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(1)=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix},\ A(-1)=\begin{pmatrix}1 & -2\\ -2 & 4\end{pmatrix},\ A(0)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 4\end{pmatrix}$ $A(1)+A(-1)=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 8\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 4\end{pmatrix}=2A(0)$	**3p** **2p**
b)	$\det(A(a))=\begin{vmatrix}1 & 2a\\ 2a & 4\end{vmatrix}=4-4a^2$ $4-4a^2=0 \Leftrightarrow a_1=-1$ şi $a_2=1$	**3p** **2p**
c)	$A(2)=\begin{pmatrix}1 & 4\\ 4 & 4\end{pmatrix},\ \det(A(2))=-12\neq 0 \Rightarrow (A(2))^{-1}=\begin{pmatrix}-\frac{1}{3} & \frac{1}{3}\\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{12}\end{pmatrix}$ $X=(A(2))^{-1}\cdot A(8) \Rightarrow X=\begin{pmatrix}-\frac{1}{3} & \frac{1}{3}\\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{12}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 16\\ 16 & 4\end{pmatrix} \Rightarrow X=\begin{pmatrix}5 & -4\\ -1 & 5\end{pmatrix}$	**3p** **2p**

2.a)	$(-3)\circ 3=2\cdot(-3)\cdot 3-6\cdot(-3)-6\cdot 3+21=$ $=-18+18-18+21=3$	**3p** **2p**
b)	$x\circ y=2xy-6x-6y+18+3=$ $=2x(y-3)-6(y-3)+3=2(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x și y	**2p** **3p**
c)	$x\circ 3=3$ și $3\circ y=3$, pentru x și y numere reale $1\circ\sqrt{2}\circ\sqrt{3}\circ\ldots\circ\sqrt{2015}=\left(1\circ\sqrt{2}\circ\sqrt{3}\circ\ldots\circ\sqrt{8}\right)\circ 3\circ\left(\sqrt{10}\circ\sqrt{11}\circ\ldots\circ\sqrt{2015}\right)=$ $=3\circ\left(\sqrt{10}\circ\sqrt{11}\circ\ldots\circ\sqrt{2015}\right)=3$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}=f'(0)$ $f'(x)=3e^x+2x$ și $f'(0)=3\Rightarrow\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}=3$	**2p** **3p**
b)	$f(0)=3$, $f'(0)=3$ Ecuaţia tangentei este $y-f(0)=f'(0)(x-0)\Rightarrow y=3x+3$	**2p** **3p**
c)	$f''(x)=3e^x+2$, $x\in\mathbb{R}$ $f''(x)>0$, pentru orice număr real x, deci f este convexă pe $\mathbb{R}$	**2p** **3p**
2.a)	$\int_1^3\left(f(x)-\frac{1}{x}\right)dx=\int_1^3 x\,dx=\frac{1}{2}x^2\Big\|_1^3=$ $=\frac{1}{2}(9-1)=4$	**3p** **2p**
b)	$\int_1^2\left(f(x)-\frac{1}{x}\right)e^x dx=\int_1^2 xe^x dx=xe^x\Big\|_1^2-\int_1^2 e^x dx=$ $=2e^2-e-e^x\Big\|_1^2=e^2$	**3p** **2p**
c)	$\mathcal{A}=\int_1^a\|f(x)\|dx=\int_1^a\left(x+\frac{1}{x}\right)dx=\left(\frac{x^2}{2}+\ln x\right)\Big\|_1^a=\frac{a^2-1}{2}+\ln a$ $\frac{a^2-1}{2}+\ln a=4+\ln a\Leftrightarrow a^2=9$ și cum $a>1$, obținem $a=3$	**3p** **2p**