Examenul de bacalaureat național 2019
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$6\sqrt{3}+2\left(1-\sqrt{27}\right)=6\sqrt{3}+2\left(1-3\sqrt{3}\right)=$	**3p**
	$=6\sqrt{3}+2-6\sqrt{3}=2$	**2p**
2.	$f(2)=0$	**3p**
	$f(0)\cdot f(1)\cdot f(2)=0$	**2p**
3.	$20x-6=14$	**3p**
	$x=1$, care convine	**2p**
4.	$x+\frac{10}{100}\cdot x=440$, unde x este prețul inițial al obiectului	**3p**
	$x=400$ de lei	**2p**
5.	Mijlocul segmentului BC este punctul $M(3,3)$	**2p**
	$AM=1$	**3p**
6.	$\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$, $\operatorname{tg} 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$	**3p**
	$\frac{\cos 30^\circ}{1+\sin 30^\circ}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1+\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{2}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}=\operatorname{tg}30^\circ$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det M=\begin{vmatrix}-1 & 2\\ -6 & -9\end{vmatrix}=(-1)\cdot(-9)-(-6)\cdot 2=$	**3p**
	$=9+12=21$	**2p**
b)	$A(-a)+A(a)=\begin{pmatrix}-a+1 & -a+2\\ -a-2 & -a+1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a+1 & a+2\\ a-2 & a+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -4 & 2\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=2\begin{pmatrix}1 & 2\\ -2 & 1\end{pmatrix}=2A(0)$, pentru orice număr real a	**2p**
c)	$\begin{pmatrix}a+1 & a+2\\ a-2 & a+1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}b+1 & b+2\\ b-2 & b+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ -6 & -9\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{pmatrix}2ab-a+3b-3 & 2ab+3a+3b+4\\ 2ab-a-b-4 & 2ab-b+3a-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ -6 & -9\end{pmatrix}$	**2p**
	Obținem $a=-1$, $b=1$	**3p**
2.a)	$2\circ(-2)=2\left(2+(-2)\right)-\frac{2\cdot(-2)}{2}=$	**3p**
	$=\frac{4}{2}=2$	**2p**

b)	$2\left(n+\frac{1}{n}\right)-\frac{n\cdot\frac{1}{n}}{2}=\frac{9}{2}\Leftrightarrow n+\frac{1}{n}=\frac{5}{2}$	**3p**
	Cum n este număr natural nenul, obținem $n=2$	**2p**
c)	$2(x+y)-\frac{xy}{2}=8\Leftrightarrow 4x+4y-xy-16=0\Leftrightarrow(x-4)(4-y)=0$, pentru orice număr real x	**3p**
	$y=4$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\frac{x^2+4-x\cdot 2x}{\left(x^2+4\right)^2}=$	**3p**
	$=\frac{4-x^2}{\left(x^2+4\right)^2}=\frac{(2-x)(2+x)}{\left(x^2+4\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x}{x^2+4}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{x\left(1+\frac{4}{x^2}\right)}=0$	**3p**
	Dreapta de ecuație $y=0$ este asimptotă orizontală spre $-\infty$ la graficul funcției f	**2p**
c)	$f'(x)\le 0$, pentru orice $x\in(-\infty,-2]\Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(-\infty,-2]$, $f'(x)\ge 0$, pentru orice $x\in[-2,2]\Rightarrow f$ este crescătoare pe $[-2,2]$ și $f'(x)\le 0$, pentru orice $x\in[2,+\infty)\Rightarrow f$ este descrescătoare pe $[2,+\infty)$	**2p**
	f continuă pe $\mathbb{R}$, $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$, $f(-2)=-\frac{1}{4}$, $f(2)=\frac{1}{4}$ și $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$, deci mulțimea valorilor funcției f este $\left[-\frac{1}{4},\frac{1}{4}\right]$	**3p**
2.a)	$\int_0^2 x(x+1)\left(f(x)+\frac{1}{x+2}\right)dx=\int_0^2 x\,dx=$	**2p**
	$=\frac{x^2}{2}\Big\vert_0^2=2$	**3p**
b)	$\int_0^1 x\,f(x)dx=\int_0^1\left(\frac{x}{x+1}-\frac{x}{x+2}\right)dx=\int_0^1\left(1-\frac{1}{x+1}-1+\frac{2}{x+2}\right)dx=$	**2p**
	$=\left(-\ln(x+1)+2\ln(x+2)\right)\Big\vert_0^1=2\ln 3-3\ln 2=\ln\frac{9}{8}$	**3p**
c)	$\mathcal{A}=\int_0^1\lvert f(x)\rvert dx=\int_0^1\left(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}\right)dx=\left(\ln(x+1)-\ln(x+2)\right)\Big\vert_0^1=\ln\frac{4}{3}$	**3p**
	$\ln\left(p^2+\frac{1}{3}\right)=\ln\frac{4}{3}\Leftrightarrow p^2+\frac{1}{3}=\frac{4}{3}\Leftrightarrow p^2-1=0$ și, cum p este număr natural, obținem $p=1$	**2p**