Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică *M_şt-nat*

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Se consideră numărul complex $z = 2 + i$. Calculați z^2.
5p	**2.** Determinaţi numărul real m ştiind că punctul $M(m,1)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x - 3$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x-3) = 2$.
5p	**4.** Determinaţi numărul submulțimilor cu număr impar de elemente ale mulțimii $A = \{1, 2, 3, 4\}$.
5p	**5.** În dreptunghiul $ABCD$ se notează cu M mijlocul laturii AD. Arătați că $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{AB}$.
5p	**6.** Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A. Arătați că $\sin B \cdot \cos C + \sin C \cdot \cos B = 1$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & 2014 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
5p	**a)** Calculați $\det A$.
5p	**b)** Arătați că $A + A \cdot A = 2014 I_2$.
5p	**c)** Rezolvați în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia matriceală $A \cdot X = 2014\, I_2$.
	2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 6X^2 + mX - 6$, unde m este număr real.
5p	**a)** Calculați $f(0)$.
5p	**b)** Arătați că $\frac{1}{x_1x_2} + \frac{1}{x_1x_3} + \frac{1}{x_2x_3} = 1$ știind că x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
5p	**c)** Determinaţi numărul real m știind că rădăcinile polinomului f sunt trei numere întregi consecutive.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x) = \frac{(1-x)(1+x)}{\left(x^2+1\right)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0 = 1$, situat pe graficul funcţiei f.
5p	**c)** Determinați punctele de extrem ale funcției f.
	2. Se consideră funcţia $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3}$.
5p	**a)** Arătaţi că $\int_0^1 \left(f(x) - \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} \right) dx = \ln 2$.
5p	**b)** Arătaţi că orice primitivă a funcţiei f este concavă pe intervalul $(-1,+\infty)$.
5p	**c)** Arătaţi că suprafaţa plană delimitată de graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuaţii $x = 0$ și $x = n$, are aria mai mare sau egală cu $\ln 4$, pentru orice număr natural nenul n.