Examenul de bacalaureat naţional 2016
Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Determinați numărul real a, știind că numerele 24, 1020 și a sunt, în această ordine, termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
5p	**2.** Determinaţi numărul real m, știind că parabola asociată funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+4x+m$ este tangentă axei Ox.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-3}=27$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A=\left\{\sqrt{1},\sqrt{2},\sqrt{3},\ldots,\sqrt{25}\right\}$, acesta să fie număr rațional.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,1)$, $B(-2,-1)$ și $C(2,3)$. Determinaţi ecuaţia dreptei care trece prin punctul A şi este perpendiculară pe dreapta BC.
5p	**6.** Calculaţi lungimea razei cercului circumscris unui triunghi ABC, în care $m(\sphericalangle A)=45°$ şi $BC=2\sqrt{2}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1 & a & a^2\\ 1 & -1 & 1\\ 1 & 1 & -a\end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases}x+ay+a^2z=0\\ x-y+z=2\\ x+y-az=-4\end{cases}$, unde a este număr real.
5p	**a)** Arătaţi că $\det\left(A(0)\right)=-1$.
5p	**b)** Demonstrați că matricea $A(a)$ este inversabilă, pentru orice număr real a, $a\neq-1$ și $a\neq\frac{1}{3}$.
5p	**c)** Determinați numerele reale a, pentru care sistemul are soluție unică (x_0,y_0,z_0), iar $x_0=y_0$.
	2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=-xy+2x+2y-2$.
5p	**a)** Arătaţi că $x*y=2-(x-2)(y-2)$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**b)** Determinați numerele reale x, pentru care $x*x=1$.
5p	**c)** Demonstrați că, dacă m, n și p sunt numere întregi astfel încât $m*n*p=2$, atunci produsul numerelor m, n și p este divizibil cu 2.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x+\ln x+1$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=e^x+\frac{1}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcţiei f.
5p	**c)** Demonstrați că ecuația $f(x)=0$ are soluție unică în intervalul $(0,1)$.

2. Pentru fiecare număr natural n, se consideră numărul $I_n = \int_0^1 \frac{x^{n+1}}{x+3} dx$.

5p **a)** Arătaţi că $I_0 = 1 + 3\ln\frac{3}{4}$.

5p **b)** Demonstraţi că $I_{n+1} + 3I_n = \frac{1}{n+2}$, pentru orice număr natural n.

5p **c)** Arătaţi că $\lim_{n\to+\infty} nI_n = \frac{1}{4}$.