Examenul de bacalaureat naţional 2017
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Se consideră numerele complexe $z_1 = 5+2i$ și $z_2 = 3-3i$. Arătați că $3z_1 + 2z_2 = 21$.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x^2-x+2$. Determinați abscisa punctului de intersecție a graficelor celor două funcții.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x^2+3} = 3\cdot 3^{3x}$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 3 și cu 5.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,2)$, $B(2,4)$ și $C(m,0)$, unde m este număr real. Determinați numărul real m, știind că punctele A, B și C sunt coliniare.

5p **6.** Calculați lungimea laturii BC a triunghiului ABC, știind că $AB=4$, $AC=8$ și $A=\frac{\pi}{3}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} 2-x & 0 & x-1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2(1-x) & 0 & 2x-1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A(2)\right)=2$.

5p **b)** Demonstrați că $\det\left(A(x)A(-x)\right)\le 0$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Arătați că, dacă numerele naturale m și n verifică relația $A(m)A(n)=A(2)$, atunci $m+n=3$.

2. Se consideră polinomul $f = X^3+2X^2+aX+1$, unde a este număr real.

5p **a)** Determinați numărul real a, știind că $f(1)=0$.

5p **b)** Pentru $a=2$, calculați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul X^2+X+1.

5p **c)** Determinați numerele reale a pentru care rădăcinile polinomului f au modulele egale.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x-1-\ln(x+2)$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=e^x-\frac{1}{x+2}$, $x\in(-2,+\infty)$.

5p **b)** Demonstrați că funcția f este convexă pe $(-2,+\infty)$.

5p **c)** Calculați $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$.

2. Pentru fiecare număr natural nenul n, se consideră numărul $I_n=\int_1^e x\ln^n x\,dx$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_1^e x\,dx=\frac{e^2-1}{2}$.

5p **b)** Demonstraţi că $I_{n+1}\le I_n$, pentru orice număr natural nenul n.

5p **c)** Demonstraţi că $2I_{n+1}+(n+1)I_n=e^2$, pentru orice număr natural nenul n.