SIMULAREA PROBEI DE MATEMATICĂ DIN CADRUL EXAMENULUI DE BACALAUREAT 2013 LA NIVELUL MUNICIPIULUI BUCUREŞTI
26 APRILIE 2013
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

M_mate-info pentru filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică şi pentru filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică;

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$f(f(x))=4x+3$ $4x+3=x \Leftrightarrow x=-1$	**3p** **2p**
2.	$a_1=2,\ a_3=4$ $a_{10}=11$ Suma este 65	**2p** **2p** **1p**
3.	Ecuaţia implică $x=x^2-4x+4$ $x_1=4$ convine şi $x_2=1$ nu convine	**2p** **3p**
4.	Există 90 de numere de două cifre Există $5\cdot 5=25$ de numere cu ambele cifre impare $p=\frac{25}{90}=\frac{5}{18}$	**1p** **2p** **2p**
5.	$1\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)\Rightarrow \cos 1>0$ $2\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)\Rightarrow \cos 2<0$ $a<0$	**2p** **2p** **1p**
6.	Mijlocul segmentului $[BC]$ este $M(7,14)$ $AM=13$	**2p** **3p**

SUBIECTUL II **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=1+2+0-2-0-0$ $\det A=1\neq 0$	**3p** **2p**
b)	$AB=I_3$ $BA=I_3$ Deoarece $AB=I_3$ şi $BA=I_3$, inversa matricei A este matricea B	**2p** **2p** **1p**
c)	$(A^n+A)(B^n-B)=A^nB^n-A^nB+AB^n-AB$ $AB=I_3, A^nB=A^{n-1}I_3=A^{n-1}, AB^n=I_3B^{n-1}=B^{n-1}$ Din $AB=BA$ reiese $A^nB^n=(AB)^n=I_3$. Finalizare	**1p** **2p** **1p** **1p**
2.a)	Restul este $f(1)$ $f(1)=-4$	**2p** **3p**
b)	$f=X^2(X-1)^2-4$ Deoarece $\text{grad}(-4)=0<2=\text{grad}(X-1)^2$, câtul împărţirii este X^2 şi restul este -4	**3p** **2p**
c)	$f=(X^2-X)^2-4=(X^2-X+2)(X^2-X-2)$	**3p**

	$x_{1,2}=\frac{1\pm i\sqrt{7}}{2}\in\mathbb{C}\setminus\mathbb{R},\ x_3=-1\in\mathbb{R},\ x_4=2\in\mathbb{R}$	**2p**

SUBIECTUL III **(30 de puncte)**

1.a)	f este derivabilă pe $\mathbb{R}$ și $f'(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}-1$ $\lim\limits_{x\to0}\frac{f(x)-1}{x}=\lim\limits_{x\to0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=f'(0)=-1$.	**2p** **3p**
b)	$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2+1}-x}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{x}-1=-2$ $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)+2x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x^2+1-x^2}{\sqrt{x^2+1}-x}=0$ $y=-2x$ este asimptotă la graficul funcției f spre -∞.	**2p** **2p** **1p**
c)	f continuă pe $\mathbb{R}$, $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=0,\ \lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\infty$ $f'(x)<0,\forall x\in\mathbb{R}$, f strict descrescătoare, deci f injectivă. Finalizare.	**2p** **2p** **1p**
2.a)	$I_1=\int_0^1 xe^x dx=xe^x\Big\|_0^1-\int_0^1 e^x dx=$ $e-e^x\Big\|_0^1=e-e+1=1$.	**2p** **3p**
b)	$x^n\ge x^{n+1}$, oricare $x\in[0,1]$, se obține $x^ne^x\ge x^{n+1}e^x$, oricare $x\in[0,1]$ și $I_n\ge I_{n+1}$, oricare n natural nenul $x^ne^x\ge0$, oricare $x\in[0,1]$,deci $I_n\ge0$. Finalizare.	**2p** **2p** **1p**
c)	Se consideră $f:[0,1]\to\mathbb{R}, f(x)=xe^x$, funcție continuă, șirul de diviziuni $\Delta_n=\left(0,\frac{1}{n},\frac{2}{n},...,\frac{n}{n}\right)$ cu $\\|\Delta_n\\|\to0$, respectiv punctele intermediare $\frac{k}{n}\in\left[\frac{k-1}{n},\frac{k}{n}\right]$, $k=\overline{1,n}$. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}\left(e^{\frac{1}{n}}+2e^{\frac{2}{n}}+...+ne^{\frac{n}{n}}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{n}e^{\frac{k}{n}}=$ $=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}f\left(\frac{k}{n}\right)=\int_0^1 f(x)dx=I_1=1$	**1p** **2p** **2p**