INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL

ESCUELA NACIONAL DE CIENCIAS BIOLÓGICAS

# Guía para el examen de electricidad I

**Tema:** Potencial eléctrico y cálculo en distribuciones de carga discreta y continua.

Profesor:
M. en C. Arturo Suárez Angulo.

**Introducción:**
En nuestro estudio de la mecánica, muchos problemas se simplificaron mediante la introducción de algunos conceptos acerca de la energía. La conservación de la energía mecánica nos permitió predecir ciertas cosas acerca de los estados inicial y final de los sistemas, sin tener que analizar el movimiento entre dichos estados. El concepto de un cambio de energía potencial a cinética nos ahorró el problema de las fuerzas variables.

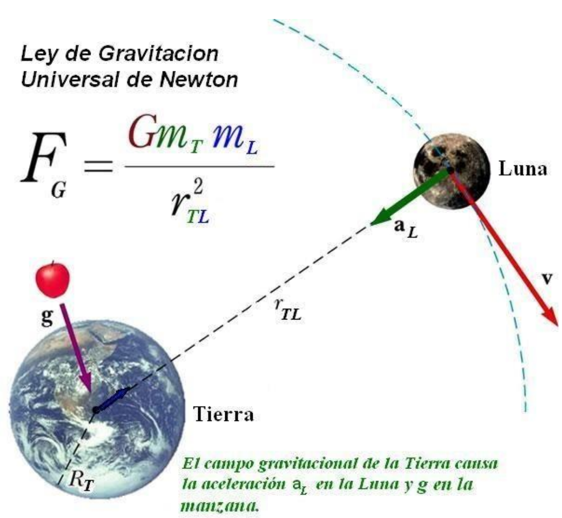
En electricidad se pueden resolver muchos problemas prácticos si se consideran los cambios que experimenta una carga en movimiento en términos de energía. Por ejemplo, si se requiere una cierta cantidad de trabajo para mover una carga en contra de ciertas fuerzas eléctricas, la carga tendrá un potencial o posibilidad de adoptar una cantidad equivalente de energía cuando sea liberada.

## POTENCIAL ELÉCTRICO

**Definición:**
Primeramente, debemos definir el concepto por lo que podemos decir que se conoce como **potencial eléctrico** al **trabajo** que un campo electrostático tiene que llevar a cabo para movilizar una carga positiva unitaria de un punto hacia otro. Puede decirse, por lo tanto, que el trabajo a concretar por una fuerza externa para mover una carga desde un punto referente hasta otro es el potencial eléctrico.

También podemos definirlo como el trabajo que debe realizar un campo electrostático para mover una carga positiva desde dicho punto hasta el punto de referencia, ignorando el componente rotacional del campo eléctrico, dividido por unidad de carga de prueba. Dicho de otra forma, es el trabajo que debe realizar una fuerza externa para traer una carga positiva unitaria $q$ desde el punto de referencia hasta el punto considerado en contra de la fuerza eléctrica a velocidad constante.

Este concepto se puede comparar con la energía potencial gravitacional.



**Representación aritmética:**
Aritméticamente se expresa como el cociente:

$$V = \frac{W}{q}$$

El potencial eléctrico sólo se puede definir unívocamente para un campo estático producido por cargas que ocupan una región finita del espacio.

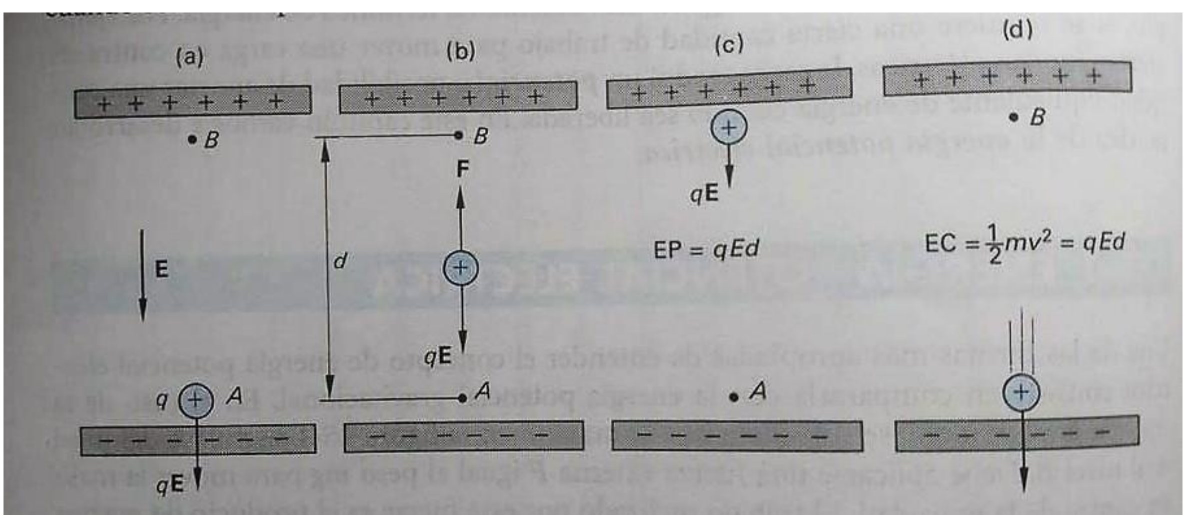
Para cargas en movimiento debe recurrirse a los potenciales de Liénard-Wiechert para representar un campo electromagnético que además incorpore el efecto de retardo, ya que las perturbaciones del campo eléctrico no se pueden propagar más rápido que la velocidad de la luz.

Ahora consideremos una carga positiva +***q*** que se encuentra en reposo en el punto **A** dentro de un campo eléctrico uniforme **E** constituido entre dos láminas con carga opuesta. Una fuerza eléctrica ***q*E** actúa hacia abajo sobre la carga. El trabajo realizado en contra del campo eléctrico para mover la carga desde **A** hasta **B** es igual al producto de la fuerza ***q*E** por la distancia **d**. Es decir, que la energía potencial eléctrica **EP** en el punto **B** con relación al punto **A** es:

$$EP = qEd$$

Cuando la carga ***q*** se libera, el campo eléctrico desarrollará esta cantidad de trabajo y la carga ***q*** tendrá una energía cinética **EC**.

$$EC = \tfrac{1}{2} mv^2 = qEd$$



## Trabajo eléctrico y energía potencial eléctrica:

Considérese una carga eléctrica puntual $q$ en presencia de un campo eléctrico $\vec{E}$. La carga experimentará una fuerza eléctrica:

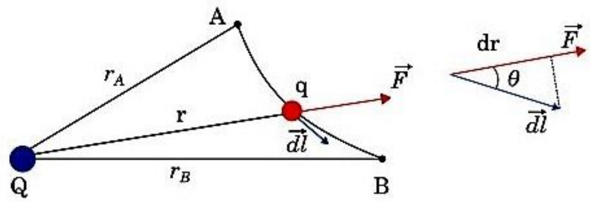
$$\vec{F} = q\vec{E} \qquad (1)$$

Esta fuerza realizará un trabajo para trasladar la carga o elemento de un punto **A** a otro **B**, de tal forma que para producir un pequeño desplazamiento $dl$ la fuerza eléctrica hará un trabajo diferencial $dW$ expresado como:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{l} = q\vec{E} \cdot d\vec{l} \qquad (2)$$

Por lo tanto, integrando la expresión (2) se obtiene el trabajo total realizado por el campo eléctrico:

$$W = \int_A^B q\vec{E} \cdot d\vec{l} \qquad (3)$$




Un caso particular de la fórmula anterior, es el del caso de un campo eléctrico creado por una carga puntual estática Q. Sea una carga puntual $q$ que recorre una determinada trayectoria **A** - **B** en las inmediaciones de una carga $Q$ tal y como muestra la figura 1. Siendo $dr$ el desplazamiento infinitesimal de la carga $q$ en la dirección radial, el trabajo diferencial $dW$ se puede expresar así:

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int F\,dl\cos(\theta) = \int F\,dr \qquad (4)$$

Para calcular el trabajo total, se integra entre la posición inicial A, distante $r_A$ de la carga $Q$ y la posición final B, distante $r_B$ de la carga $Q$:

$$W = \int_{r_A}^{r_B} F dr = \int_{r_A}^{r_B} \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Qq}{r^2}\,dr = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right) \qquad (5)$$

En la expresión (5), $\epsilon_0$ es la permitividad del vacío; de dicha expresión se concluye que el trabajo $W$ no depende de la trayectoria seguida por la partícula, sólo depende de la posición inicial y final, lo cual implica que la fuerza eléctrica $\vec{F}$ es una fuerza conservativa. Por lo tanto se puede definir una energía potencial que permite calcular el trabajo más fácilmente:

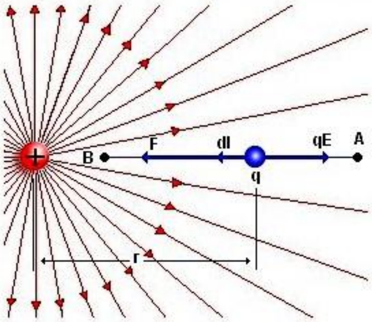
$$E_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Qq}{r} \qquad (6)$$

El trabajo realizado por la fuerza eléctrica para desplazar una partícula entre **A** y **B** será:

$$W = -\Delta E_p = E_{p_A} - E_{p_B} \qquad (7)$$

Usualmente, el nivel cero de energía potencial se suele establecer en el infinito, es decir, si y sólo si $r = \infty \rightarrow E_p = 0$ (esto tiene que ver con la elección de la constante de integración en la fórmula del potencial).

## Potencial debido a una carga puntual [ editar ]




Considérense los puntos A y B y una carga puntual $q_0$ situada en el origen, tal como muestra la figura. Consideremos que una carga de prueba, q, se mueve desde A hasta B. Si, por fijar ideas, $q_0 > 0$, según se muestra, $\vec{E}$ apunta a la derecha y $d\vec{l}$, que siempre está en la dirección del movimiento, apunta hacia el origen. Por consiguiente:

$$\vec{E} \cdot d\vec{l} = E\cos(180°)\, dl = -E\, dl$$

Ahora bien, al moverse la carga una trayectoria hacia el origen, el módulo del desplazamiento infinitesimal $d\vec{l}$ es igual a la disminución de la distancia r al origen, es decir, $dl = -dr$. Así pues:

$$\vec{E}\, d\vec{l} = E\, dr$$

Por lo cual:

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int_{r_A}^{r_B} E\, dr$$

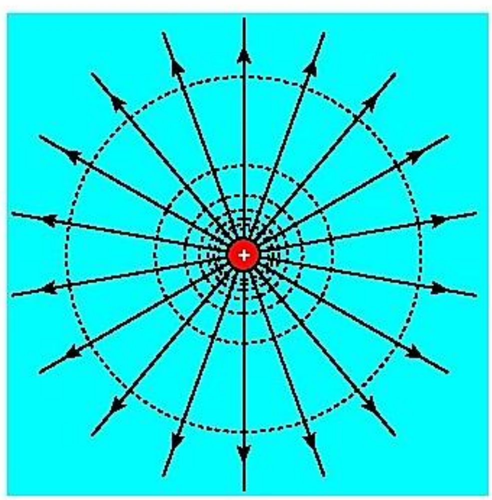
Combinando esta expresión con la de E para una carga puntual se obtiene:

$$V_B - V_A = -\frac{q_0}{4\pi\epsilon} \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon}\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)$$

Escogiendo el punto de referencia A en el infinito, esto es, haciendo que $r_A \to \infty$, considerando que $V_A = 0$ en ese sitio y eliminando el subíndice B, se obtiene:

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_0}{r}}$$

Esta ecuación muestra claramente que las superficies equipotenciales para una carga puntual aislada son esferas concéntricas a la carga puntual.



El potencial V en un punto situado a una distancia ***r*** de una carga ***Q*** es igual al trabajo por unidad de carga realizado contra las fuerzas eléctricas para transportar una carga positiva **+*q*** desde el infinito hasta dicho punto.

Por lo que si:

$$EP = qV_A$$

entonces,

$$V_A = kQ / r$$

## EJEMPLO 25-3

Dos cargas, $Q_1 = +6\ \mu C$ y $Q_2 = -6\ \mu C$, están separadas 12 cm, como muestra la figura 25-8. Calcule el potencial (*a*) en el punto *A* y (*b*) en el punto *B*.

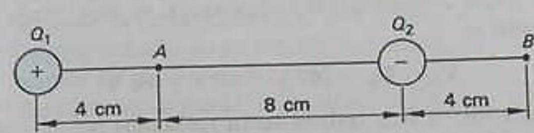



Figura 25-8

*Solución (a)*

El potencial en *A* se encuentra a partir de la ecuación (25-9).

$$V_A = \frac{kQ_1}{r_1} + \frac{kQ_2}{r_2}$$
$$= \frac{(9 \times 10^9\ N \cdot m^2/C^2)(6 \times 10^{-6}\ C)}{4 \times 10^{-2}\ m} + \frac{(9 \times 10^9\ N \cdot m^2/C^2)(-6 \times 10^{-6}\ C)}{8 \times 10^{-2}\ m}$$
$$= 13.5 \times 10^5\ V - 6.75 \times 10^5\ V$$
$$= 6.75 \times 10^5\ V$$

Esto significa que el campo eléctrico realizará un trabajo de $6.75 \times 10^5$ J por cada coulomb de carga positiva que transporta de *A* al infinito.

*Solución (b)*

El potencial en *B* es

$$V_B = \frac{kQ_1}{r_1} + \frac{kQ_2}{r_2}$$
$$= \frac{(9 \times 10^9\ N \cdot m^2/C^2)(6 \times 10^{-6}\ C)}{16 \times 10^{-2}\ m} + \frac{(9 \times 10^9\ N \cdot m^2/C^2)(-6 \times 10^{-6}\ C)}{4 \times 10^{-2}\ m}$$
$$= 3.38 \times 10^5\ V - 13.5 \times 10^5\ V$$
$$= -10.1 \times 10^5\ V$$

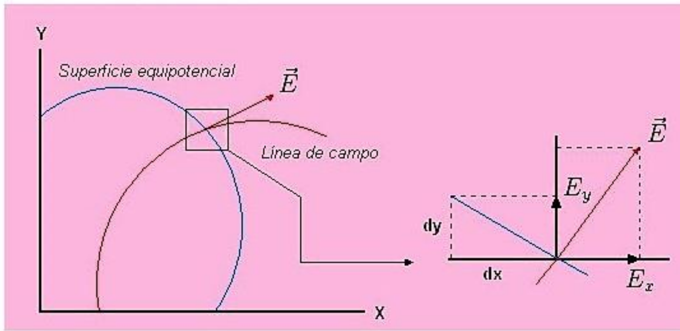
Los valores negativos indican que el campo se mantendrá sobre una carga positiva. Para mover 1 C de carga positiva desde *A* hasta el infinito, otra fuente de energía debe desarrollar un trabajo de $10.1 \times 10^5$ J. El campo desarrollará un trabajo negativo, igual a esta cantidad.

### Potencial eléctrico generado por una distribución discreta de cargas [ editar ]

El potencial en un punto cualquier debido a un grupo de cargas punto se obtiene calculando el potencial $V_n$ debido a cada carga, como si las otras cargas no existieran, y sumando las cantidades así obtenidas, o sea:

$$V = \sum_n V_n = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_n \frac{q_n}{r_n}$$

siendo $q_n$ el valor de la enésima carga y $r_n$ la distancia de la misma al punto en cuestión. La suma que se efectúa es una suma algebraica y no una suma vectorial. En esto estriba la ventaja de cálculo del potencial sobre la de intensidad del campo eléctrico. Las superficies equipotenciales cortan perpendicularmente a las líneas de campo. En el gráfico se representa la intersección de las superficies equipotenciales con el plano XY.




La ecuación de las líneas equipotenciales es:

$$\frac{dx}{dy} = -\frac{E_y}{E_x}$$

### Potencial eléctrico generado por una distribución continua de carga [ editar ]

Si la distribución de carga es continua y no una colección de puntos, la suma debe reemplazarse por una integral:

$$V = \int dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r}$$

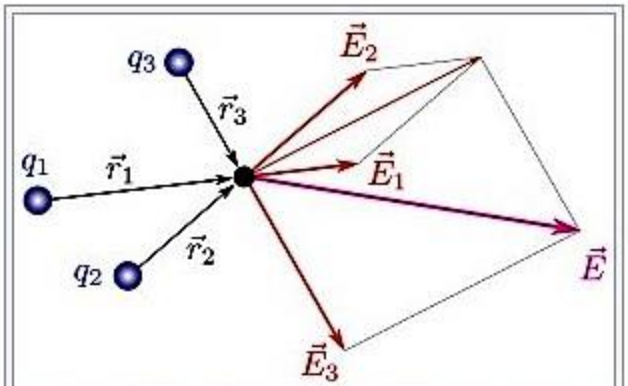
siendo *dq* un elemento diferencial de la distribución de carga, *r* su distancia al punto en el cual se calcula *V* y *dV* el potencial que *dq* produce en ese punto.

**Campo eléctrico:**

El campo eléctrico (región del espacio en la que interactúa la fuerza eléctrica) es un campo físico que se representa por medio de un modelo que describe la interacción entre cuerpos y sistemas con propiedades de naturaleza eléctrica. Se describe como un campo vectorial en el cual una carga eléctrica puntual de valor ***q*** sufre los efectos de una fuerza eléctrica **F** dada por la siguiente ecuación:

$$F = qE$$

En los modelos relativistas actuales, el campo eléctrico se incorpora, junto con el campo magnético, en campo tensorial cuadridimensional, denominado campo electromagnético $F\mu\nu$.




Campo eléctrico producido por un conjunto de cargas puntuales. Se muestra en rosa la suma vectorial de los campos de las cargas individuales; $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$.

Los campos eléctricos pueden tener su origen tanto en cargas eléctricas como en campos magnéticos variables. Las primeras descripciones de los fenómenos eléctricos, como la ley de Coulomb, solo tenían en cuenta las cargas eléctricas, pero las investigaciones de Michael Faraday y los estudios posteriores de James Clerk Maxwell permitieron establecer las leyes completas en las que también se tiene en cuenta la variación del campo magnético.

Esta definición general indica que el campo no es directamente medible, sino que lo que es observable es su efecto sobre alguna carga colocada en su seno. La idea de campo eléctrico fue propuesta por Faraday al demostrar el principio de inducción electromagnética en el año 1832.

La unidad del campo eléctrico en el SI es Newton por Culombio (N/C), Voltio por metro (V/m) o, en unidades básicas, kg·m·s−3·A−1 y la ecuación dimensional es MLT-3I-1.

**Bibliografía:**


- Halliday/Resnick - Física, tomo II, pp. 639,652. 5ta Edición 2011.
- Coulomb, Charles Augustin (1788) [1785]. «Premier mémoire sur l’électricité et le magnétisme». *Histoire de l’Académie Royale des Sciences*. Imprimerie Royale. pp. 569-577.
- Griffiths, David J. (1998). *Introduction to Electrodynamics* (3rd edición). Prentice Hall. ISBN 0-13-805326-X.
- Tipler, Paul A.; Mosca, Gene (2008). *Physics for Scientists and Engineers* (6th edición). New York: W. H. Freeman and Company. ISBN 0-7167-8964-7. LCCN 2007010418.
- Young, Hugh D.; Freedman, Roger A. (2010). *Sears and Zemansky's University Physics : With Modern Physics* (13th edición). Addison-Wesley (Pearson). ISBN 978-0-321-69686-1.