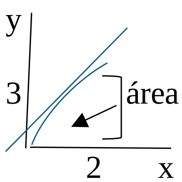
Introducción al estudio de

Integrales o Antiderivadas

CDEC- Cámara de estudios / rgc

Una integral es un concepto matemático que sirve para medir el área o la superficie bajo una curva. También le llaman la antiderivada o la operación inversa de la derivada que es una operación usada para encontrar la pendiente de la recta que funciona como la tangente de una curva en un par de coordenadas. Estos dos conceptos tienen las mismas características de la potenciación y la radicación que son operaciones algebraicas opuestas. En otras palabra revertiendo el proceso para hallar el valor de una se halla el valor de la otra, así:



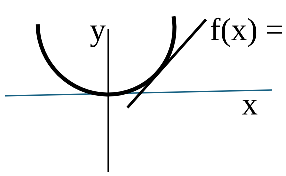
Integrar: fórmula $y = (x^{n+1})/n + 1$. Hallamos la integral partiendo de la derivada $Y' = 3x^2$, aplicando la formula => $Y = 3(x^{2+1=3})/2+1 = 3x^3/3 = x^3$

tenemos la integral $Y = x^3$ para comprobar hallamos la derivada

desarrollando la fórmula, pero restando 1 al exponente de x => $Y= (x^{n-1})/n + 1=$

la operación inversa $Y = [n.1(x^{n-1})]$ => $Y = 3.1x^{3-1} = 3x^2$ $\therefore$ $Y = x^3$ es la integral de la derivada

de $Y' = 3x^2$ (son operaciones contrarias u opuestas)



$f(x) = x^2$ Si la integral es en $f(x) = x^2$ la función derivada es $f'(x) = 2x$

cuando la pendiente es positiva es ascendente, si es negativa es

descendente y si es = 0 es horizontal

En la gráfica la pendiente es la tangente, una recta cuya medida indica la mayor o menor inclinación con respecto al eje de las accisas y si la pendiente = cero grados será totalmente horizontal sobre el eje x. Desarrollando una función lineal $f(x) = mx + b$ para encontrar m el ángulo de inclinación podría estar entre 0 y 180 grados.

Símbolo de la integral $\int f(x)dx$ Y f(x) es la altura an la gráfica

$$\int_a^b f(x)\,dx.$$

dx es la base o diferencial de la variable x y los puntos a y b son los límites de integración.

Hay dos tipos principales de integrales:

1. **Integrales definidas**: Se utilizan para calcular el área bajo una curva dentro de un intervalo específico [a, b][a, b]. Tiene límites superior e inferior. Por ejemplo:

$$\int_a^b f(x)\, dx.$$

$$\int_2^4 f(x).dx = x^2/2 \quad \text{cuando } x=4 \Rightarrow 4^2/2 = 16/2 = 8$$

Considerando los límites restar $4^2/2 - 2^2/2 = 8 - 2 = 6 = x$

2. **Integrales indefinidas**: Representan una familia de funciones y no tienen límites. Incluyen una constante de integración (CC) (tiene que calcular los límites).

   Ejemplo: $\int x dx = (x^{n+1})/(n+1) + C = x^2/2 + C$

   Ejemplo: $\int e^x dx = e^x/\ln e + C =$ (ln = logaritmo neperiano)
   Ejemplo: $\int (1/x) dx = \ln|x| + C =$

Componentes de las integrales

1. **Integrando**: La función que se está integrando f(x0.
2. **Diferencial**: La variable de integración, a menudo representada como dx.
3. **Límites de integración**: Para integrales definidas, estos son los límites dentro de los cuales se calcula el área, denotados como [a, b][a, b].

Ejemplos y soluciones

Una integral indefinida paso a paso: $\int (3x^2 + 2x + 1)\, dx$

Paso 1: Identificar los términos: La función dentro de la integral es $3x^2 + 2x + 1$

Paso 2: Integrar cada término por separado

Utilizaremos la regla de integración de potencias, que dice que $\int x^n\, dx = (x^{n+1} / n+1) + C$

Para $3x^2$: $\int 3x^2\, dx = 3 \int x^2\, dx = 3 (x^{2+1}/2+1) = 3 (x^3/3) = x^3$

Para 2x; $\int 2x\, dx = 2\int x\, dx = 2(x^{1+1}/1+1) = 2(x^2/2) = x^2$

Para 1: $\int 1\, dx = x$

Paso 3: Sumar las integrales y añadir la constante de integración

Sumamos los resultados obtenidos: $= x3 + x^2 + x + C$

Resultado final: La integral indefinida de $\int (3x^2 + 2x + 1)\, dx \Rightarrow x^3 + x^2 + x + C$

Ejemplo 2: Integral indefinida

Halla la integral indefinida de f 2x.dx = (x podría ser otra letra)

Solución:

Paso 1: Aplicar la regla de integración de potencias
Usaremos la regla de integración de potencias: $\int x^n\, dx = x^{n+1}/n+1 + C$ (constante de integración).
En este caso, tenemos 2x tiene la forma x^1 , donde n =1

Paso 2: Integrar cada término

Integrando 2x: $\int 2x\, dx = 2\int x\, dx = 2\,(x^{1+1}/ 1+1) = 2(x^2/ 2) = x^2 + C$ (constante de integración)
Resultado: f (x) =2x => $\int 2x\, dx = x^2 + C$

Ejemplo 3: Halla la **Integral definida** de $f(x) = x^2 f(x) =$

Solución:

1. Establece la integral con límites a y b: $\int_a^b (x^2)\, dx$

Paso 1: encontrar la integral indefinida de x^2:

$$\int x\, dx = x^{2+1} / 2+1 + C = x^3/3 + C$$

Paso 2: evaluar la integral indefinida en los límites de integración a y b y eliminar la constante de integración C

$$[x^3 / 3]_a^b = b^3 / 3 - a^3 / 3$$

La respuesta: la integral definida de $f(x) = x^2$ es $\int_a^b \boldsymbol{x^2 dx = \frac{b^3}{3} - \frac{a^3}{3}}$

Aplicaciones de las integrales, proporcionando una poderosa herramienta para analizar y resolver problemas del mundo real.

1. **Área bajo curvas**: Cálculo del área entre la curva de una función y el eje x.
2. **Física**: Determinación de cantidades como el desplazamiento, la velocidad y la aceleración.
3. **Ingeniería**: Análisis de sistemas y procesos que involucran cantidades continuas.
4. **Economía**: Estimación del costo total, los ingresos y las ganancias a lo largo del tiempo.
5. **Biología**: Modelización del crecimiento y la decadencia de la población.

Lectura de interés:
TABLA DE INTEGRALES www.ofimega.es/ manuales/BAT/ Integrales.pdf