

Los Radicales



Práctica Guiada

Tomado del libro **La Casa de los Números**, ediciones CDEC 2021

En esta oportunidad vamos a practicar con sumas, restas, multiplicación y división de operaciones matemáticas con radicales.

I. Radicales semejantes

Son los radicales que presentan el mismo índice, como se observa en la siguiente ecuación: $a^n\sqrt[n]{R} + b^n\sqrt[n]{R} = (a + b) \sqrt[n]{R}$

Ejemplos:

$$1. 2^3\sqrt[3]{9} + 4^3\sqrt[3]{9} = 6^3\sqrt[3]{9}$$

$$2. 5^5\sqrt[5]{20} - 3^5\sqrt[5]{20} + 2^5\sqrt[5]{20} \Rightarrow 5^5\sqrt[5]{20} - 3^5\sqrt[5]{20} + 2^5\sqrt[5]{20} = (5-3+2)\sqrt[5]{20} = 4^5\sqrt[5]{20}$$

$$3. \sqrt[4]{4} + \sqrt[6]{8} - \sqrt[12]{64} =$$

$$\sqrt[4]{2^2} + \sqrt[6]{2^3} - \sqrt[12]{2^6} =$$

En este caso, tiene que realizar los siguientes pasos para hacer que los índices sean homogéneos:

a) Encontrar los factores elevados a una potencia equivalentes a los radicandos 4, 8, 64

$$\Rightarrow 4 = 2 \cdot 2 = 2^2 \quad 8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 \quad 64 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6 \quad \text{reemplazar por los radicandos}$$

b) Divide los índices entre los exponentes en los radicandos $4/2 = 2$, $6/3 = 2$, $12/6 = 2$

$$\text{para hacer los índices homogéneos} \Rightarrow = \sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$$

c) Sumar y restar $2 + 2 - 2 = 2$ reemplazando en el radical, la respuesta es $\sqrt{2}$

$$4. \sqrt{27} + 3\sqrt{3} - 2\sqrt{75} =$$

$$a) \text{ Encontrar los factores del radicando } \sqrt{27} = \sqrt{3^2 \cdot 3} = 3\sqrt{3}$$

$$b) \text{ Reemplazar en la ecuación } \Rightarrow 3\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 2\sqrt{75} =$$

$$c) \text{ Encontrar los factores del radicando } (2\sqrt{75}) = 2\sqrt{5^2 \cdot 3} = 2 \cdot 5\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$$

$$d) \text{ Reemplazar en la ecuación } \Rightarrow 3\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = 6\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = \text{La respuesta} = -4\sqrt{3}$$

II. Multiplicación de radicales con el mismo índice $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$

Cuando tiene que resolver un ejercicio donde los radicales tienen el mismo índice, simplemente multiplique los radicandos y obtendrá la respuesta.

1. $\sqrt{3} \cdot \sqrt{9} = \sqrt{3 \cdot 9} = \sqrt{27} = \sqrt{3^2 \cdot 3} = 3\sqrt{3}$
2. $\sqrt{25} \cdot \sqrt{9} = \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{3^2} = 5 \cdot 3 = 15$
3. $\sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{3375} = \sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt[3]{15^3} = 3 \cdot 15 = 45$

III. Multiplicación de radicales con distinto índice

Aquí le presentamos algunas alternativas para hallar las respuestas en operaciones de multiplicación de radicales.

Ejemplos:

$$1. \sqrt{25} \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[4]{27} = (\sqrt{5^2}) (\sqrt[3]{3^2}) (\sqrt[4]{3^3}) =$$

- Mcm:
- | | |
|---------------|---|
| 2 | a) Hallar el mcm entre los índices de los radicales (2,3,4) mcm = 12 |
| 2 - 3 - 4 2 | b) Dividir mcm entre cada índice (12/2 = 6), (12/3 = 4), (12/4 = 3) |
| 1 3 2 2 | c) Reemplazar el índice en el radical por 12, factorizar los radicandos |
| 1 3 1 3 | y multiplicar cada exponente por los valores encontrados 6,4,3 |
| 1 1 1 | respectivamente. |

$$\begin{aligned} \text{Así tenemos: } \sqrt{25} \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[4]{27} &= \sqrt[12]{(5^2)^6} \times \sqrt[12]{(3^2)^4} \times \sqrt[12]{(3^3)^3} = \\ &= \sqrt[12]{5^{12}} \times \sqrt[12]{3^{12}} \times \sqrt[12]{3^9} = 5 \sqrt[12]{3^8 \cdot 3^9} \\ &= 5 \sqrt[12]{3^{17}} = 5 \cdot 3^{12/12} \sqrt[12]{3^5} = 15 \sqrt[12]{3^5} = 15 \sqrt[12]{243} \end{aligned}$$

$$\text{Si } \sqrt[12]{243} = 1.580521 \dots \text{En formato decimal } 15 \sqrt[12]{243} = 15 \times 1.580521 = 23.70782876$$

$$2. \sqrt{25} \cdot \sqrt[3]{9}$$

- a) Hallar el mcm de los índices (2, 3) = 6
- b) Reemplazar el índice en cada radical por 6 y factorizar los radicandos
- c) Dividir mcm entre cada índice, 6/2 y 6/3 resultado (3, 2)
- d) Multiplicar (3, 2) respectivamente por cada exponente en el radicando

$$\text{Entonces: } \sqrt{25} \cdot \sqrt[3]{9} = \sqrt[6]{5^2 \cdot 3^2} = \sqrt[6]{5^6 \cdot 3^4} = 5 \sqrt[3]{3^4} = (5) (3^{4/6 = 2/3}) = (5) \sqrt[3]{3^2} = 5 \sqrt[3]{9}$$

$$3. \sqrt[4]{4^2} \cdot \sqrt[6]{8^2} \Rightarrow 4^{2/4} \cdot 8^{2/6} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt[3]{2^3} = 2 \cdot 2 = 4$$

IV. División de radicales $\sqrt[n]{a/b}$ raíz de una raíz $\sqrt[n]{\sqrt[n]{a}}$ o $\sqrt[n]{\sqrt[n]{a}/b}$

$$1. \sqrt{\frac{2^2}{5^2}} = \sqrt{4/25} = 2/5 \qquad 2. \sqrt{\sqrt{81}} = \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$$