2010-2024

NA PYQs

2024

(b) गाउस-जॉर्डन विधि द्वारा निम्नलिखित रैखिक समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$2x + 3y - z = 5$$
$$4x + 4y - 3z = 3$$
$$2x - 3y + 2z = 2$$

Solve the following system of linear equations by Gauss-Jordan method : *10*

$$2x + 3y - z = 5$$
$$4x + 4y - 3z = 3$$
$$2x - 3y + 2z = 2$$

(c) (i) $(8D)_{16}$ और $(FF)_{16}$ के सचिह्न परिमाण रूप में दशमलव समतुल्य ज्ञात कीजिए ।

(ii) $(9B2.1A)_{16}$ का दशमलव समतुल्य ज्ञात कीजिए ।

(i) Determine the decimal equivalent in sign magnitude form of $(8D)_{16}$ and $(FF)_{16}$.

(ii) Determine the decimal equivalent of $(9B2.1A)_{16}$. *10*

(b) बूलीय व्यंजक $Y = AB\bar{C} + B\bar{C} + \bar{A}B$ के लिए तर्कसंगत परिपथ (लॉजिकल सर्किट) खींचिए । तीन निवेश द्वयंक अनुक्रमों

$A = 10001111, \quad B = 00111100, \quad C = 11000100$

के लिए निर्गत Y (सत्यमान सारणी) भी प्राप्त कीजिए ।

Draw the logical circuit for the Boolean expression

$Y = AB\bar{C} + B\bar{C} + \bar{A}B$. Also, obtain the output Y (truth table) for the three input bit sequences :

$A = 10001111, \quad B = 00111100, \quad C = 11000100$ *15*

(b) (i) चौड़ाई h = 1 के साथ सिम्प्सन के $\frac{3}{8}$ नियम, और

(ii) चौड़ाई h = 1 के साथ समलंबी (ट्रेपिज़ोइडल) नियम

का उपयोग करके $f(x) = 5x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ का $x = -2$ से $x = 4$ तक समाकलन कीजिए ।

Integrate $f(x) = 5x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ from $x = -2$ to $x = 4$ using

(i) Simpson's $\frac{3}{8}$ rule with width h = 1, and

(ii) Trapezoidal rule with width h = 1. *15*

(b) अंतर्वेशन के लिए न्यूटन के अग्रांतर सूत्र का उपयोग करके निम्नलिखित आँकड़ों से f(2·5) के मान का आकलन कीजिए :

x :	1	2	3	4	5	6
f(x) :	0	1	8	27	64	125

Using Newton's forward difference formula for interpolation, estimate the value of f(2·5) from the following data : *15*

x :	1	2	3	4	5	6
f(x) :	0	1	8	27	64	125

2023

(b) दिया है $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2 - x}{y^2 + x}$ तथा प्रारंभिक प्रतिबंध $x = 0$ पर $y = 1$ है। ऑयलर की विधि से पग लंबाई (स्टेप लेंथ) $h = 0\cdot1$ लेते हुए $x = 0\cdot4$ के लिए y का मान, दशमलव के 4 स्थानों तक सही, ज्ञात कीजिए।

Given $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2 - x}{y^2 + x}$ with initial condition $y = 1$ at $x = 0$. Find the value of y for $x = 0\cdot4$ by Euler's method, correct to 4 decimal places, taking step length $h = 0\cdot1$. 10

(c) द्वि-आधारी अंकगणित का उपयोग कर निम्नलिखित संख्याओं का मूल्यांकन उनकी दी गई पद्धति में कीजिए :

(i) $(634\cdot235)_8 - (132\cdot223)_8$

(ii) $(7AB\cdot432)_{16} - (5CA\cdot D61)_{16}$

Evaluate, using the binary arithmetic, the following numbers in their given system :

(i) $(634\cdot235)_8 - (132\cdot223)_8$

(ii) $(7AB\cdot432)_{16} - (5CA\cdot D61)_{16}$ 10

(b) गाउस-सीडेल पुनरावर्ती विधि से रैखिक समीकरण निकाय

$$7x_1 - x_2 + 2x_3 = 11$$
$$2x_1 + 8x_2 - x_3 = 9$$
$$x_1 - 2x_2 + 9x_3 = 7$$

का 4 सार्थक अंकों तक सही हल ज्ञात कीजिए। आरंभिक अनुमानित हल $x_1 = x_2 = x_3 = 0$ लीजिए।

Solve the system of linear equations

$$7x_1 - x_2 + 2x_3 = 11$$
$$2x_1 + 8x_2 - x_3 = 9$$
$$x_1 - 2x_2 + 9x_3 = 7$$

correct up to 4 significant figures by the Gauss-Seidel iterative method. Take initially guessed solution as $x_1 = x_2 = x_3 = 0$. 15

7. *(a)* *(i)* निम्न बूलीय फलन का योगात्मक प्रसामान्य स्वरूप (CNF) ज्ञात कीजिए :

$$f(x, y, z, t) = x \cdot y \cdot z + \bar{x} \cdot y \cdot (t + \bar{z})$$

(ii) बूलीय फलन

$$f(x, y, z) = x + \overline{(\bar{x} \cdot \bar{y} + \bar{x} \cdot z)} + z$$

को वियोजनीय (डिसज़ंक्टिव) प्रसामान्य स्वरूप (DNF) में व्यक्त कीजिए तथा इस फलन के लिए सत्यमान सारणी बनाइए।

(i) Find the conjunctive normal form (CNF) of the following Boolean function :

$$f(x, y, z, t) = x \cdot y \cdot z + \bar{x} \cdot y \cdot (t + \bar{z})$$

(ii) Express the Boolean function

$$f(x, y, z) = x + \overline{(\bar{x} \cdot \bar{y} + \bar{x} \cdot z)} + z$$

in disjunctive normal form (DNF) and construct the truth table for the function. 15

(b) मिथ्या-स्थिति (रेगुला-फाल्सि) विधि से अंतराल [0, 3] में, समीकरण $\log_{10}(2x+1) - x^2 + 3 = 0$ के एक मूल का, दशमलव के 6 स्थानों तक सही, अभिकलन कीजिए।

Compute a root of the equation $\log_{10}(2x+1) - x^2 + 3 = 0$, in the interval [0, 3], by Regula-Falsi method, correct to 6 decimal places. 15

2022

(b) गाउस विलोपन विधि द्वारा समीकरण निकाय

$$2x + 2y + 4z = 18$$
$$x + 3y + 2z = 13$$
$$3x + y + 3z = 14$$

को हल कीजिये।

Solve, by Gauss elimination method, the system of equations

$$2x + 2y + 4z = 18$$
$$x + 3y + 2z = 13$$
$$3x + y + 3z = 14$$

10

(c) (i) संख्या $(1093 \cdot 21875)_{10}$ को अष्टाधारी तथा संख्या $(1693 \cdot 0628)_{10}$ को षोडश-आधारी पद्धति में बदलिये।

(ii) बूलीय फलन $F(x, y, z) = xy + x'z$ को योपद (मैक्सटर्म) के गुणन के रूप में अभिव्यक्त कीजिये।

(i) Convert the number $(1093 \cdot 21875)_{10}$ into octal and the number $(1693 \cdot 0628)_{10}$ into hexadecimal systems.

(ii) Express the Boolean function $F(x, y, z) = xy + x'z$ in a product of maxterms form. 10

(b) चतुर्थ कोटि की रुन्गे-कुट्टा विधि का उपयोग करके अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = x + y^2$, जबकि $y(0) = 1$ है, को $x = 0 \cdot 2$ पर हल कीजिये। परिकलन में दशमलव के चार स्थानों तक तथा पग लम्बाई (स्टेप लेंथ) $0 \cdot 1$ का उपयोग कीजिये।

Using Runge-Kutta method of fourth order, solve the differential equation $\frac{dy}{dx} = x + y^2$ with $y(0) = 1$, at $x = 0 \cdot 2$. Use four decimal places for calculation and step length $0 \cdot 1$. 15

(b) एक रेलगाड़ी, जो कि विश्राम से चलना प्रारंभ करती है, का वेग निम्नलिखित सारणी द्वारा दिया गया है। प्रस्थान से समय की गणना मिनट में तथा वेग की कि० मी०/घण्टा में की गयी है :

t (मिनट)	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
v (कि० मी०/घण्टा)	16	28·8	40	46·4	51·2	32	17·6	8	3·2	0

सिम्पसन के $\frac{1}{3}$ नियम का उपयोग करके 20 मिनट में तय की गयी कुल दूरी (लगभग) का आकलन कि० मी० में कीजिये।

The velocity of a train which starts from rest is given by the following table, the time being reckoned in minutes from the start and the velocity in km/hour :

t (minutes)	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
v (km/hour)	16	28·8	40	46·4	51·2	32	17·6	8	3·2	0

Using Simpson's $\frac{1}{3}$rd rule, estimate approximately in km the total distance run in 20 minutes. 15

(b) बूलीय फलन $f(x, y, z) = [x \cdot (\overline{y} + z)] + y$ का संगत संचयविन्यास परिपथ (कॉम्बिनेटोरियल सर्किट) ज्ञात कीजिये तथा परिपथ के लिये निवेश/निर्गत (इन्पुट/आउटपुट) सारणी लिखिये।

Find a combinatorial circuit corresponding to the Boolean function

$$f(x, y, z) = [x \cdot (\overline{y} + z)] + y$$

and write the input/output table for the circuit. 15

2021

(b) प्रारंभिक मानों 0, $\frac{\pi}{2}$ का उपयोग करके एक संख्यात्मक तकनीक के द्वारा समीकरण $3x = 1 + \cos x$ का एक धनात्मक मूल ज्ञात कीजिए, तथा न्यूटन-राफ्सन विधि के द्वारा परिणाम को 8 सार्थक अंकों तक और शुद्ध मान के निकट लाइए।

Find a positive root of the equation $3x = 1 + \cos x$ by a numerical technique using initial values 0, $\frac{\pi}{2}$; and further improve the result using Newton-Raphson method correct to 8 significant figures. 10

(c) (i) $(3798 \cdot 3875)_{10}$ को अष्टाधारी तथा षोडशाधारी तुल्यमानों में बदलिए।

(ii) $(\urcorner P \rightarrow R) \wedge (Q \rightleftarrows P)$ का मुख्य संयोजक सामान्य रूप (प्रिंसिपल कंजंक्टिव नॉर्मल फॉर्म) प्राप्त कीजिए।

(i) Convert $(3798 \cdot 3875)_{10}$ into octal and hexadecimal equivalents.

(ii) Obtain the principal conjunctive normal form of $(\urcorner P \rightarrow R) \wedge (Q \rightleftarrows P)$. 10

Obtain the Boolean function $F(x, y, z)$ based on the table given below. Then simplify $F(x, y, z)$ and draw the corresponding GATE network : 15

x	y	z	$F(x, y, z)$
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	1	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	0

Solve the system of equations

$$3x_1 + 9x_2 - 2x_3 = 11$$
$$4x_1 + 2x_2 + 13x_3 = 24$$
$$4x_1 - 2x_2 + x_3 = -8$$

correct up to 4 significant figures by using Gauss-Seidel method after verifying whether the method is applicable in your transformed form of the system. 15

(b) न्यूटन के पश्चांतर अंतर्वेशन सूत्र की व्युत्पत्ति कीजिए तथा त्रुटि-विश्लेषण भी कीजिए।

Derive Newton's backward difference interpolation formula and also do error analysis. 15

2020

5.(b) दर्शाइए कि समीकरण : $f(x) = \cos\frac{\pi(x+1)}{8} + 0{\cdot}148x - 0{\cdot}9062 = 0$ का एक मूल अन्तराल (–1, 0) में तथा एक मूल (0, 1) में है। ऋणात्मक मूल की न्यूटन-रॉफसन विधि से दशमलव के चार स्थान तक सही गणना कीजिए।

Show that the equation : $f(x) = \cos\frac{\pi(x+1)}{8} + 0{\cdot}148x - 0{\cdot}9062 = 0$ has one root in the interval (–1, 0) and one in (0, 1). Calculate the negative root correct to four decimal places using Newton-Raphson method. 10

5.(c) मान लीजिए $g(w, x, y, z) = (w + x + y)(x + \bar{y} + z)(w + \bar{y})$ एक बूलीय-फलन है। $g(w, x, y, z)$ का योगात्मक प्रसामान्य स्वरूप (कन्जंकटिव नार्मल फॉर्म) प्राप्त कीजिए। $g(w, x, y, z)$ को उच्च-पदों (मैक्स टर्म्स) के गुणन के रूप में भी व्यक्त कीजिए।

Let $g(w, x, y, z) = (w + x + y)(x + \bar{y} + z)(w + \bar{y})$ be a Boolean function. Obtain the conjunctive normal form for $g(w, x, y, z)$. Also express $g(w, x, y, z)$ as a product of maxterms. 10

6.(b) समीकरण निकाय : $4x + y + 2z = 4$

$$3x + 5y + z = 7$$

$$x + y + 3z = 3$$

के हल के लिए गाउस-सीडल पुनरावर्ती क्रिया-विधि निर्धारित कीजिए तथा आरंभिक सदिश $X^{(0)} = 0$ से प्रारंभ करके तीन बार पुनरावर्त कीजिए। यथातथ (बिल्कुल ठीक) हल भी निकालिए और पुनरावर्त हलों से तुलना कीजिए।

For the solution of the system of equations : $4x + y + 2z = 4$

$$3x + 5y + z = 7$$

$$x + y + 3z = 3$$

set up the Gauss-Seidel iterative scheme and iterate three times starting with the initial vector $X^{(0)} = 0$. Also find the exact solutions and compare with the iterated solutions. 15

7.(b) क्षेत्रकलन के लिए

$$\int_0^1 f(x)\frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}} = \alpha_1 f(0) + \alpha_2 f\left(\tfrac{1}{2}\right) + \alpha_3 f(1)$$

द्वारा उस सूत्र को ज्ञात कीजिए जो अधिकतम सम्भव घात के बहुपद के लिए यथातथ (बिल्कुल ठीक) हो। सूत्र का उपयोग $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x-x^3}}$ का (दशमलव के तीन स्थानों तक सही) मूल्यांकन के लिए कीजिए।

Telegram
@ upsc_maths

Find a quadrature formula

$$\int_0^1 f(x)\frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}} = \alpha_1 f(0) + \alpha_2 f\left(\tfrac{1}{2}\right) + \alpha_3 f(1)$$

which is exact for polynomials of highest possible degree. Then use the formula to evaluate $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x-x^3}}$ (correct up to three decimal places). 20

2019

5.(b) न्यूटन-रेफ्सन विधि का उपयोग करते हुऐ अबीजीय (ट्रांसिडैंटल) समीकरण $x \log_{10} x = 1{\cdot}2$ का वास्तविक मूल दशमलव के तीन स्थानों तक सही निकालें ।

Apply Newton-Raphson method, to find a real root of transcendental equation $x \log_{10} x = 1{\cdot}2$, correct to three decimal places. 10

5.(d) चौथी कोटि की रुन्गे-कुट्टा विधि का उपयोग करके $y(0) = 1$ के साथ अवकल समीकरण $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y^2 - x^2}{y^2 + x^2}$ को $x = 0{\cdot}2$ पर हल करें । परिकलन के लिये चार दशमलव स्थानों और अन्तराल लम्बाई (स्टैप लैंथ) $0{\cdot}2$ का उपयोग कीजिए ।

Using Runge-Kutta method of fourth order, solve $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y^2 - x^2}{y^2 + x^2}$ with $y(0) = 1$ at $x = 0{\cdot}2$. Use four decimal places for calculation and step length $0{\cdot}2$. 10

5.(e) ट्रेपेजाइडल नियम के इस्तेमाल के द्वारा समाकल $y = \int_0^6 \frac{dx}{1+x^2}$ का मूल्यांकन करने के लिये, एक प्रवाह चार्ट बनाइए तथा एक बुनियादी एल्गोरिथ्म (फोर्ट्रान/C/C^{++} में) लिखें ।

Draw a flow chart and write a basic algorithm (in FORTRAN/C/C^{++}) for evaluating

$$y = \int_0^6 \frac{dx}{1+x^2}$$ using Trapezoidal rule. 10

Find the equivalent numbers given in a specified number to the system mentioned against them :

(i) Integer 524 in binary system.

(ii) 101010110101·101101011 to octal system.

(iii) decimal number 5280 to hexadecimal system.

(iv) Find the unknown number $(1101 \cdot 101)_8 \rightarrow (?)10$. 15

7.(b) निम्नलिखित समीकरणों को गाउस-साईडल पुनरावृत्ति विधि से हल, दशमलव के सही तीन स्थानों तक करें :

$$2x + y - 2z = 17,$$
$$3x + 20y - z = -18,$$
$$2x - 3y + 20z = 25.$$

Apply Gauss-Seidel iteration method to solve the following system of equations :

$$2x + y - 2z = 17,$$
$$3x + 20y - z = -18,$$
$$2x - 3y + 20z = 25,$$ correct to three decimal places. 15

8.(a) दिये गये बूलीय व्यंजक के लिए

$X = AB + ABC + A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{C}$

(i) व्यंजक के लिये तार्किक आरेख खींचें ।

(ii) व्यंजक न्यूनतम करें ।

(iii) समानीत व्यंजक के लिये तार्किक आरेख खींचें ।

Given the Boolean expression

$X = AB + ABC + A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{C}$

(i) Draw the logical diagram for the expression.

(ii) Minimize the expression.

(iii) Draw the logical diagram for the reduced expression. 15

2018

5.(b) न्यूटन के अग्रांतर फार्मूले से निम्नतम-घातीय बहुपद u_x ज्ञात कीजिए जब कि $u_1 = 1$, $u_2 = 9$, $u_3 = 25$, $u_4 = 55$ तथा $u_5 = 105$ दिया गया है।

Using Newton's forward difference formula find the lowest degree polynomial u_x when it is given that $u_1 = 1$, $u_2 = 9$, $u_3 = 25$, $u_4 = 55$ and $u_5 = 105$. 10

5.(d) विराम अवस्था से प्रारम्भ हो कर एक रेलगाड़ी की रफ़तार (किमी/घं में) विभिन्न समयों (मिनट में) पर निम्न सारणी के द्वारा दी गई है :

सिम्पसन के $\frac{1}{3}$ नियम के इस्तेमाल से प्रारंभ से 20 मिनटों में चली गई सन्निकट दूरी (किमी. में) ज्ञात कीजिए।

समय (मिनट) *Time (Minutes)*	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
रफ़तार (किमी/घं) *Speed (Km/h)*	10	18	25	29	32	20	11	5	2	8·5

Starting from rest in the beginning, the speed (in Km/h) of a train at different times (in minutes) is given by the above table :

Using Simpson's $\frac{1}{3}$rd rule, find the approximate distance travelled (in Km) in 20 minutes from the beginning. 10

5.(e) समीकरण : $xe^x - 1 = 0$ को द्विभाजन-विधि के द्वारा, दशमलव के 4 अंकों तक, हल करने के लिए, आधारी ऐल्गोरिथ्म लिखिए ।

Write down the basic algorithm for solving the equation : $xe^x - 1 = 0$ by bisection method, correct to 4 decimal places. 10

Find the equivalent of numbers given in a specified number system to the system mentioned against them.

(i) $(111011{\cdot}101)_2$ to decimal system

(ii) $(1000111110000{\cdot}00101100)_2$ to hexadecimal system

(iii) $(C4F2)_{16}$ to decimal system

(iv) $(418)_{10}$ to binary system 15

7.(b) स्थिरांकों a, b, c के मान निकालिए ताकि क्षेत्रकलन-सूत्र

$\int_o^h f(x)dx = h\left[af(o) + bf\left(\frac{h}{3}\right) + cf(h)\right]$ अधिक से अधिक सम्भव घातीय बहुपदों के लिए सही हो । अतएव रुंडन-त्रुटि का क्रम भी ज्ञात कीजिए ।

Find the values of the constants a, b, c such that the quadrature formula

$\int_o^h f(x)dx = h\left[af(o) + bf\left(\frac{h}{3}\right) + cf(h)\right]$ is exact for polynomials of as high degree as possible, and hence find the order of the truncation error. 15

8.(a) बूलीय व्यंजक :

$(a+b)\cdot(\overline{b}+c)+b\cdot(\overline{a}+\overline{c})$ को बूलीय-बीजगणित के नियमों का उपयोग करने के द्वारा सरल कीजिए। इस की सत्यता-सारणी से इसको मिनटर्म प्रसामान्य रूप में लिखिए।

Simplify the boolean expression :

$(a+b)\cdot(\overline{b}+c)+b\cdot(\overline{a}+\overline{c})$ by using the laws of boolean algebra. From its truth table write it in minterm normal form. 15

2017

(b) गाउस-जॉर्डन विधि के मुख्य सोपानों की व्याख्या कीजिए तथा इस विधि का इस्तेमाल करते हुए आव्यूह

$$\begin{bmatrix} 2 & 6 & 6 \\ 2 & 8 & 6 \\ 2 & 6 & 8 \end{bmatrix}$$

का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए ।

Explain the main steps of the Gauss-Jordan method and apply this method to find the inverse of the matrix 10

$$\begin{bmatrix} 2 & 6 & 6 \\ 2 & 8 & 6 \\ 2 & 6 & 8 \end{bmatrix}.$$

(c) बूलीय अभिगृहीत नियमों का इस्तेमाल करते हुए बूलीय व्यंजक

$$z\,(y + z)\,(x + y + z)$$

को इसके सरलतम रूप में लिखिए । सरलीकरण के दौरान इस्तेमाल होने वाले नियमों का उल्लेख कीजिए । दिए गए व्यंजक तथा उसके सरलतम रूप के लिए सत्यमान सारणी बनाकर अपने परिणाम को सत्यापित कीजिए ।

Write the Boolean expression

$$z\,(y + z)\,(x + y + z)$$

in its simplest form using Boolean postulate rules. Mention the rules used during simplification. Verify your result by constructing the truth table for the given expression and for its simplest form. *10*

(b) न्यूटन-रैफ्सन विधि के लिए प्रवाह चार्ट के रूप में एक ऐल्गोरिथ्म लिखिए । इस विधि की विफलता की स्थितियों का वर्णन कीजिए ।

Write an algorithm in the form of a flow chart for Newton-Raphson method. Describe the cases of failure of this method. *15*

2016

(d) निम्नलिखित दशमलव संख्याओं को तुल्य द्वि-आधारी तथा षोडश-आधारी संख्याओं में बदलिए :

(i) 4096

(ii) 0·4375

(iii) 2048·0625

Convert the following decimal numbers to equivalent binary and hexadecimal numbers : *10*

(i) 4096

(ii) 0·4375

(iii) 2048·0625

(c) मान लीजिए $x \in [0, 1]$ के लिए $f(x) = e^{2x} \cos 3x$ है । नोड $x = 0$, $x = 0 \cdot 3$, $x = 0 \cdot 6$ तथा $x = 1$ पर घात 3 के लग्रांज अंतर्वेशी बहुपद का इस्तेमाल करते हुए $f(0 \cdot 5)$ के मान का आकलन कीजिए । अन्तराल $[0, 1]$ पर त्रुटि सीमा तथा वास्तविक त्रुटि $E(0 \cdot 5)$ का अभिकलन भी कीजिए ।

Let $f(x) = e^{2x} \cos 3x$, for $x \in [0, 1]$. Estimate the value of $f(0 \cdot 5)$ using Lagrange interpolating polynomial of degree 3 over the nodes $x = 0$, $x = 0 \cdot 3$, $x = 0 \cdot 6$ and $x = 1$. Also, compute the error bound over the interval $[0, 1]$ and the actual error $E(0 \cdot 5)$. *20*

(c) समाकल $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$ के लिए, दर्शाइए कि द्वि-बिन्दु गाउस क्षेत्रकलन नियम,

$$\int_{-1}^{1} f(x)\,dx = f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

द्वारा दिया गया है । इस नियम का इस्तेमाल करते हुए $\int_{2}^{4} 2x\,e^{x}dx$ का आकलन कीजिए ।

For an integral $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$, show that the two-point Gauss quadrature rule is given by $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx = f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$. Using this rule, estimate $\int_{2}^{4} 2x\,e^{x}dx$. *15*

(c) मान लीजिए A, B, C बूलीय चर हैं, A का पूरक $\bar{A}$ द्वारा निर्दिष्ट होता है, A OR B के लिए व्यंजक A + B तथा A AND B के लिए व्यंजक A . B है । तो निम्नलिखित व्यंजक को सरल कीजिए तथा AND और OR गेट्स का इस्तेमाल करते हुए सरलीकृत व्यंजक का ब्लॉक आरेख खींचिए ।

$$A \cdot (A + B + C) \cdot (\bar{A} + B + C) \cdot (A + \bar{B} + C) \cdot (A + B + \bar{C}).$$

Let A, B, C be Boolean variables, $\bar{A}$ denote complement of A, A + B is an expression for A OR B and A . B is an expression for A AND B. Then simplify the following expression and draw a block diagram of the simplified expression, using AND and OR gates.

$$A \cdot (A + B + C) \cdot (\bar{A} + B + C) \cdot (A + \bar{B} + C) \cdot (A + B + \bar{C}).$$ 15

2015

(c) बूलीय व्यंजक $((p \wedge q) \rightarrow r) \vee ((p \wedge q) \rightarrow -r)$ के लिए तीन चरों p, q, r में मुख्य (अथवा विहित) वियोजनीय (डिसजंकृटिव) प्रसामान्य रूप ज्ञात कीजिए। क्या दिया गया बूलीय व्यंजक एक विरोध है या कि एक पुनरावृत्ति है?

Find the principal (or canonical) disjunctive normal form in three variables p, q, r for the Boolean expression $((p \wedge q) \rightarrow r) \vee ((p \wedge q) \rightarrow -r)$. Is the given Boolean expression a contradiction or a tautology? 10

(c) लग्रांज अंतर्वेशी बहुपद ज्ञात कीजिए, जो निम्नलिखित आँकड़ों को समंजन करता है :

x	:	-1	2	3	4
$f(x)$	:	-1	11	31	69

$f(1 \cdot 5)$ ज्ञात कीजिए।

Find the Lagrange interpolating polynomial that fits the following data :

x	:	-1	2	3	4
$f(x)$	:	-1	11	31	69

Find $f(1 \cdot 5)$. 20

(b) पग आकार $h = 0{\cdot}2$ के साथ रंगे-कुट्टा चतुष्कोटि विधि का इस्तेमाल करते हुए प्रारंभिक मान समस्या $\frac{dy}{dx} = x(y-x)$, $y(2) = 3$ को अंतराल $[2, 2{\cdot}4]$ में हल कीजिए।

Solve the initial value problem $\frac{dy}{dx} = x(y-x)$, $y(2) = 3$ in the interval $[2, 2{\cdot}4]$ using the Runge-Kutta fourth-order method with step size $h = 0{\cdot}2$. 15

(b) गाउस-सीडेल विधि का इस्तेमाल करते हुए निकाय

$$
\begin{aligned}
10x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 &= 3 \\
-2x_1 + 10x_2 - x_3 - x_4 &= 15 \\
-x_1 - x_2 + 10x_3 - 2x_4 &= 27 \\
-x_1 - x_2 - 2x_3 + 10x_4 &= -9
\end{aligned}
$$

का हल ज्ञात कीजिए (चार पुनरावृत्ति कीजिए)।

Find the solution of the system

$$
\begin{aligned}
10x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 &= 3 \\
-2x_1 + 10x_2 - x_3 - x_4 &= 15 \\
-x_1 - x_2 + 10x_3 - 2x_4 &= 27 \\
-x_1 - x_2 - 2x_3 + 10x_4 &= -9
\end{aligned}
$$

using Gauss-Seidel method (make four iterations). 15

2014

(b) समीकरण $\cos x - xe^x = 0$ का, चार दशमलव स्थानों तक सही, मूल ज्ञात करने के लिए न्यूटन-रैफसन विधि का इस्तेमाल कीजिए।

Apply Newton-Raphson method to determine a root of the equation $\cos x - xe^x = 0$ correct up to four decimal places. 10

(c) समलंबी नियम के द्वारा $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ का समाकलन करने के लिए पाँच उपांतरालों का इस्तेमाल कीजिए।

Use five subintervals to integrate $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ using trapezoidal rule. 10

(d) केवल AND तथा OR तर्कसंगत द्वार इस्तेमाल करते हुए बूलीय व्यंजक $z = xy + uv$ के लिए एक तर्क परिपथ की रचना कीजिए।

Use only AND and OR logic gates to construct a logic circuit for the Boolean expression $z = xy + uv$. 10

(b) गाउस-साइडल पुनरावृत्ति विधि के द्वारा समीकरण निकाय

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 &= 7 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 &= 1 \\ -x_2 + 2x_3 &= 1 \end{aligned}$$

का हल कीजिए (तीन पुनरावृत्तियाँ कीजिए)।

Solve the system of equations

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 &= 7 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 &= 1 \\ -x_2 + 2x_3 &= 1 \end{aligned}$$

using Gauss-Seidel iteration method (Perform three iterations). 15

(c) $x = 0 \cdot 8$ पर y का मान ज्ञात करने के लिए, जहाँ $\frac{dy}{dx} = \sqrt{x+y}$, $y(0 \cdot 4) = 0 \cdot 41$ चतुष्कोटि के रुन्गे-कुट्टा फॉर्म्यूले का इस्तेमाल कीजिए। पग लंबाई $h = 0 \cdot 2$ लीजिए।

Use Runge-Kutta formula of fourth order to find the value of y at $x = 0 \cdot 8$, where $\frac{dy}{dx} = \sqrt{x+y}$, $y(0 \cdot 4) = 0 \cdot 41$. Take the step length $h = 0 \cdot 2$. 20

(b) सिम्प्सन के एक-तिहाई नियम के लिए एक प्रवाह-चार्ट बनाइए।

Draw a flowchart for Simpson's one-third rule. 15

(b) किसी भी बूलीय चर x और y के लिए दर्शाइए कि $x + xy = x$.

For any Boolean variables x and y, show that $x + xy = x$. 15

2013

(c) In an examination, the number of students who obtained marks between certain limits were given in the following table :

Marks	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70	70 – 80
No. of Students	31	42	51	35	31

Using Newton forward interpolation formula, find the number of students whose marks lie between 45 and 50. *10*

(a) Develop an algorithm for Newton – Raphson method to solve $f(x) = 0$ starting with initial iterate x_0, n be the number of iterations allowed, eps be the prescribed relative error and delta be the prescribed lower bound for $f'(x)$. 20

(b) Use Euler's method with step size h = 0·15 to compute the approximate value of y(0·6), correct up to five decimal places from the initial value problem

$$y' = x\,(y + x) - 2$$

$$y(0) = 2$$

15

(c) The velocity of a train which starts from rest is given in the following table. The time is in minutes and velocity is in km/hour.

t	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
v	16	28·8	40	46·4	51·2	32·0	17·6	8	3·2	0

Estimate approximately the total distance run in 30 minutes by using composite Simpson's $\frac{1}{3}$ rule.

15

2012

(b) Use Newton-Raphson method to find the real root of the equation $3x = \cos x + 1$ correct to four decimal places. 12

(c) Provide a computer algorithm to solve an ordinary differential equation $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ in the interval $[a, b]$ for n number of discrete points, where the initial value is $y(a) = \alpha$, using Euler's method. 12

(c) Solve the following system of simultaneous equations, using Gauss-Seidel iterative method :

$$3x + 20y - z = -18$$
$$20x + y - 2z = 17$$
$$2x - 3y + 20z = 25.$$

20

7. (a) **Find** $\frac{dy}{dx}$ **at** $x = 0{\cdot}1$ **from the following data :**

x :	0·1	0·2	0·3	0·4
y :	0·9975	0·9900	0·9776	0·9604

20

(c) In a certain examination, a candidate has to appear for one major and two minor subjects. The rules for declaration of results are : marks for major are denoted by M_1 and for minors by M_2 and M_3. If the candidate obtains 75% and above marks in each of the three subjects, the candidate is declared to have passed the examination in first class with distinction. If the candidate obtains 60% and above marks in each of the three subjects, the candidate is declared to have passed the examination in first class. If the candidate obtains 50% or

first class. If the candidate obtains 50% or above in major, 40% or above in each of the two minors and an average of 50% or above in all the three subjects put together, the candidate is declared to have passed the examination in second class. All those candidates, who have obtained 50% and above in major and 40% or above in minor, are declared to have passed the examination. If the candidate obtains less than 50% in major or less than 40% in any one of the two minors, the candidate is declared to have failed in the examinations. Draw a flow chart to declare the results for the above. 20

2011

(c) Calculate $\int_{2}^{10} \frac{dx}{1+x}$ (upto 3 places of decimal) by dividing the range into 8 equal parts by Simpson's $\frac{1}{3}$rd Rule. 12

(d) (i) Compute $(3205)_{10}$ to the base 8.

(ii) Let A be an arbitrary but fixed Boolean algebra with operations $\wedge$, $\vee$ and $'$ and the zero and the unit element denoted by 0 and 1 respectively. Let x, y, z, ... be elements of A.

If $x, y \in A$ be such that $x \wedge y = 0$ and $x \vee y = 1$ then prove that $y = x'$. 12

7. (a) A solid of revolution is formed by rotating about the x-axis, the area between the x-axis, the line x = 0 and x = 1 and a curve through the points with the following co-ordinates :

x	·00	·25	·50	·75	1
y	1	·9896	·9589	·9089	·8415

Find the volume of the solid. 20

(b) Find the logic circuit that represents the following Boolean function. Find also an equivalent simpler circuit :

x	y	z	f(x, y, z)
1	1	1	1
1	1	0	0
1	0	1	0
1	0	0	0
0	1	1	1
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	0

20

(c) Draw a flow chart for Lagrange's interpolation formula. 20

2010

(c) Find the positive root of the equation

$$10x\, e^{-x^2} - 1 = 0$$

correct up to 6 decimal places by using Newton-Raphson method. Carry out computations only for three iterations. 12

(d) (i) Suppose a computer spends 60 per cent of its time handling a particular type of computation when running a given program and its manufacturers make a change that improves its performance on that type of computation by a factor of 10. If the program takes 100 sec to execute, what will its execution time be after the change ?

(ii) If $A \oplus B = AB' + A'B$, find the value of $x \oplus y \oplus z$. 6+6

(b) Find the value of the integral

$$\int_{1}^{5} \log_{10} x \, dx$$

by using Simpson's $\frac{1}{3}$-rule correct up to 4 decimal places. Take 8 subintervals in your computation. 20

7. (a) Given the system of equations

$$2x + 3y = 1$$

$$2x + 4y + z = 2$$

$$2y + 6z + Aw = 4$$

$$4z + Bw = C$$

State the solvability and uniqueness conditions for the system. Give the solution when it exists. 20

(c) (i) Find the hexadecimal equivalent of the decimal number $(587632)_{10}$

(ii) For the given set of data points

$(x_1, f(x_1)), (x_2, f(x_2)), \ldots\ldots (x_n, f(x_n))$

write an algorithm to find the value of $f(x)$ by using Lagrange's interpolation formula.

(iii) Using Boolean algebra, simplify the following expressions

(i) $a + a'b + a'b'c + a'b'c'd + \ldots\ldots$

(ii) $x'y'z + yz + xz$

where x' represents the complement of x.

5+10+5