

SERIE SUR LA DYNAMIQUE : BASES ET APPLICATIONS

Exercice n°1 :

Un solide de masse m_1 est lancée avec une vitesse \vec{V}_1 . Il heurte un solide de masse m_2 lancée à la vitesse \vec{V}_2 . Les deux solides supposés ponctuels se déplacent sur le même plan horizontal, leur vecteur vitesse \vec{V}_1 et \vec{V}_2 sont colinéaires mais de sens contraires.

On donne : $m_2 = 2m_1 = 400\text{g}$; $\vec{V}_1 = 1,20\text{m.s}^{-1}$ et $\vec{V}_2 = 0,75\text{m.s}^{-1}$.

1) Le choc est supposé élastique

- Trouver les normes des vecteurs vitesses immédiatement après le choc.
- On désigne par G le centre d'inertie des deux solides.

✓ Quelle est la vitesse de G avant le choc ?

✓ Quelle est la vitesse de G immédiatement après le choc ?

c) On considère le repère R_G défini par le centre d'inertie G du système et l'axe Gx orienté positivement dans le sens de \vec{V}_1 .

Déterminer dans ce repère les vitesses des solides avant et après le choc.

2) Les deux solides se heurtent maintenant avec les mêmes vitesses que précédemment mais restent collés après le choc qui est mou.

Déterminer la vitesse V de l'ensemble après le choc. Comparer ce résultat à celui obtenu plus haut et conclure.

Comparer les énergies cinétiques du système avant et après le choc.

Exercice n°2 :

Une particule de masse m_1 lancée avec une vitesse V_1 heurte une particule cible immobile de masse m_2 . La particule projectile repart avec une vitesse V'_1 et sa trajectoire est déviée d'un angle α (voir croquis). La particule cible est chassée avec une vitesse V'_2 telle que $(\vec{V}'_2, \vec{V}_1) = \beta$.

1) Donner l'expression de m_2 en fonction de m_1 , V_1 , V'_1 , α et β puis calculer sa valeur.

2) Donner l'expression de V'_1 en fonction de m_1 , m_2 , V'_2 , α et β puis calculer sa valeur.

On donne : $V_1 = 20000\text{km.s}^{-1}$; $V'_2 = 6250\text{km.s}^{-1}$; $m_1 = 1\text{u}$;

$\sin\alpha = 0,50$; $\sin\beta = 0,40$; $\sin(\alpha + \beta) = 0,80$.

Exercice n°3 :

Dans tout l'exercice, on prendra $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

Une bille de masse $m = 50\text{g}$, assimilable à un point matériel, est abandonnée sans vitesse initiale en un point A d'une gouttière ABCD.

Cette gouttière est constituée :

► d'un tronçon rectiligne AB incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$

par rapport au plan horizontal et de longueur $AB = 1,6 \text{ m}$;

► d'un tronçon horizontal BC;

► d'une partie circulaire CD de centre O et de rayon r et telle que (OC) est perpendiculaire à BC.

A, B, C et D appartiennent à un même plan vertical (P).

La force de frottement \vec{f} qui s'applique sur la bille ne s'exerce qu'entre B et C; \vec{f} est colinéaire et de sens contraire à la vitesse \vec{v} de la bille. Son intensité est $f = 0,4\text{N}$.

1/ Mouvement sur AB.

a/ Enoncer le théorème du centre d'inertie.

b/ En appliquant convenablement ce théorème à la bille, exprimer l'accélération a_1 prise par la bille en fonction de g et α puis calculer sa valeur.

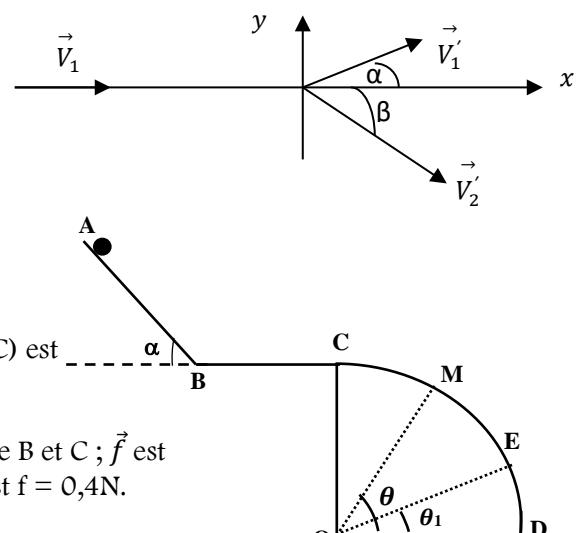
c/ Quelle est la nature du mouvement de la bille? Ecrire les expressions $x_1(t)$ et $v_1(t)$ respectivement de sa position et de sa vitesse à l'instant t en prenant pour origine des espaces, le point A et comme origine des dates, l'instant où la bille a été lâchée.

d/ Déterminer la durée Δt_1 du parcours AB. En déduire alors sa vitesse v_B .

2/ Mouvement sur la partie BC.

a/ Déterminer l'accélération a_2 de la bille.

b/ Calculer la longueur BC pour qu'elle arrive en C avec une vitesse nulle.



c/ Ecrire les expressions $x_2(t)$ et $v_2(t)$ respectivement de sa position et de sa vitesse à l'instant t .

On prendra le point B comme origine des espaces et pour origine des temps, l'instant de son passage en B.

c/ Déterminer la durée Δt_2 du parcours.

3/ La bille part de C avec une vitesse pratiquement nulle et aborde le tronçon circulaire CD. La position de la bille, au point M de CD, est repérée par l'angle $\theta = (\overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OM})$

a/ Exprimer la vitesse \vec{V}_M de la bille au point M en fonction de r , g et θ .

b/ L'intensité de la réaction \vec{R} de la gouttière sur la bille en M a pour valeur $R = mg(2 - 3\sin \theta)$.

Sachant que la bille quitte la gouttière au point E tel que $\theta_1 = (\overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OE})$, calculer la valeur de θ_1 .

Exercice n°4 :

Données : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$; $m = 10 \text{ grammes}$

On dispose d'un rail \overrightarrow{AO} dont la forme est celle d'un quart de cercle de rayon $r = 1,0 \text{ mètres}$, conformément à la figure ci-contre.

Un point matériel de masse m , abandonné sans vitesse initiale, glisse sur le rail sans frottement. En O est fixé un plan incliné vers le bas de 45° . Le point matériel quittant le rail en O décrit une trajectoire qui rencontre le plan incliné en un point O' .

1~ On repère la position du point matériel par l'angle θ . Exprimer $\|\vec{V}_M\|$, norme de la vitesse du point matériel en M en fonction de θ , r et g .

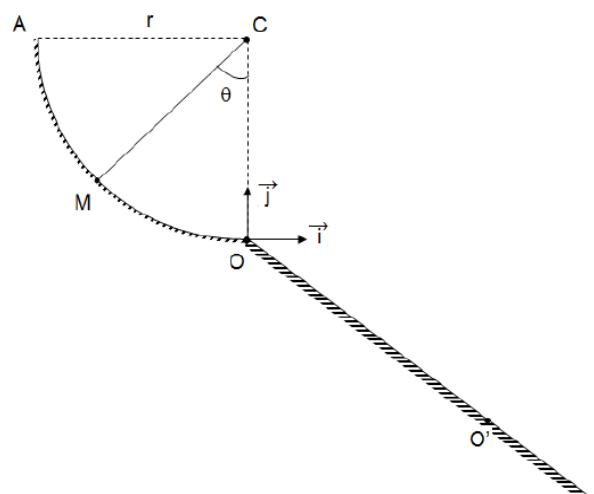
2~ Exprimer en fonction de θ , g et m l'intensité de la force \vec{R} que le rail exerce sur le point matériel. En quel point cette intensité est-elle maximale ? La calculer.

3~ Après avoir déterminé les caractéristiques de la vitesse \vec{V}_0 au point O, déterminer l'équation de la trajectoire du point matériel entre O et O', point de contact avec le plan incliné dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

4) Exprimer la distance OO' en fonction de V_0 et g et la calculer.

5) En réalité, la force de frottement agissant tangentiellement entre A et O n'est pas négligeable. Ainsi, l'expérience donne $OO' = 4,7 \text{ mètres}$.

Evaluer, alors, l'intensité de la force f responsable de l'écart entre la valeur expérimentale et la valeur théorique de OO' .



EXERCICE 5

Pour l'un des tableaux d'un feu d'artifice, deux fusées A et B doivent être tirées simultanément à partir de deux points O et P situés au sol et séparés par une distance $d = 45 \text{ m}$. Ces fusées vont exploser à la date $t_E = 5,0 \text{ s}$ après leur lancement, l'une au dessus de l'autre et mélanger ainsi leur couleurs.

La fusée B est tirée du point P avec une vitesse \vec{V}_B verticale.

La fusée A est tirée du point O avec une vitesse \vec{V}_A inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontale.

Les vecteurs \vec{V}_A et \vec{V}_B sont dans le même plan vertical (voir la **figure ci-après**).

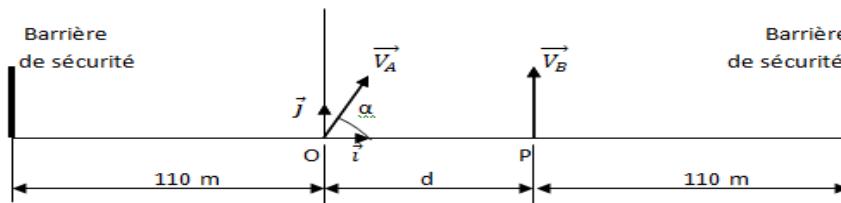
L'instant du lancement sera choisi comme instant de date $t = 0$.

Pour cet exercice on négligera les frottements de l'air sur les deux fusées ainsi que la rotation des fusées sur elles-mêmes. On supposera qu'il n'y a pas de vent.

On prendra $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ et $V_A = V_B = 55 \text{ m.s}^{-1}$.

1. a) Montrer que le vecteur accélération est le même pour les deux fusées. Donner les caractéristiques de ce vecteur et ses coordonnées dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

b) En déduire la nature du mouvement de chaque fusée.



2. a) Donner les coordonnées, dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , des vecteurs position \vec{OA} et \vec{OB} de chaque fusée puis des vecteurs vitesse \vec{V}_A et \vec{V}_B à l'instant initial $t = 0$.
 b) Donner, sans calcul, la nature de la trajectoire de chaque fusée.
 3. a) Etablir les expressions des coordonnées x et y de chaque fusée après leur lancement en fonction du temps.
 b) Déterminer l'angle α pour que, à $t_E = 5,0$ s, l'explosion de la fusée A ait lieu à la verticale du point P.
 c) Montrer sans calcul numérique que la fusée B explose au dessus de la fusée A.
 4. Les barrières de sécurité pour les spectateurs sont installées à la distance de 110 m des points de lancement O et P.
 Déterminer par la méthode de votre choix si ces spectateurs sont en sécurité lors de la retombée de chacune des fusées en cas de non explosion en altitude.

EXERCICE 6

On étudie le mouvement d'une bille B en verre de rayon r , de masse m , tombant sans vitesse initiale dans du glycérol. Sur la bille B en mouvement s'exercent son poids \vec{P} ou force de pesanteur, la force de résistance du fluide \vec{f} et la poussée d'Archimède \vec{F} due également au fluide :

- la résistance f est une force colinéaire et de sens opposé au vecteur vitesse instantanée de la bille et de valeur $f = 6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot V$; relation où V représente la valeur de la vitesse instantanée de la bille, r son rayon et η une constante caractéristique du fluide (viscosité),
- la poussée d'Archimède est une force verticale dirigée de bas en haut dont l'intensité est égale au poids du fluide déplacé par la bille ; soit $F = \rho \cdot g \cdot V_{ol}$.

On donne : accélération de la pesanteur : $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$; masse volumique du verre $\rho_v = 2,45 \text{ g.cm}^{-3}$ masse volumique du glycérol $\rho = 1,26 \text{ g.cm}^{-3}$ viscosité du glycérol $\eta = 1,49 \text{ Pa.s}$.

- volume d'une sphère de rayon r : $V_{ol} = \frac{4}{3}\pi r^3$

1- Représenter sur un schéma les forces appliquées à la bille à un instant où sa vitesse est \vec{V} .

2- Montrer, par application de la deuxième loi de Newton dans un repère que l'on précisera, que l'équation différentielle du mouvement de la bille s'écrit :

$$\frac{dV}{dt} + \left(\frac{6\pi \cdot \eta \cdot r}{m} \right) V = g \left(1 - \frac{\rho}{\rho_v} \right)$$

3- Montrer l'existence d'une vitesse limite.

Préciser son expression en fonction de η , r , ρ , ρ_v , g et m puis en fonction de η , r , ρ , ρ_v , et g .

4- Le graphique de la figure ci-contre représente l'évolution au cours du temps de la vitesse de la bille B abandonnée sans vitesse initiale dans le glycérol.

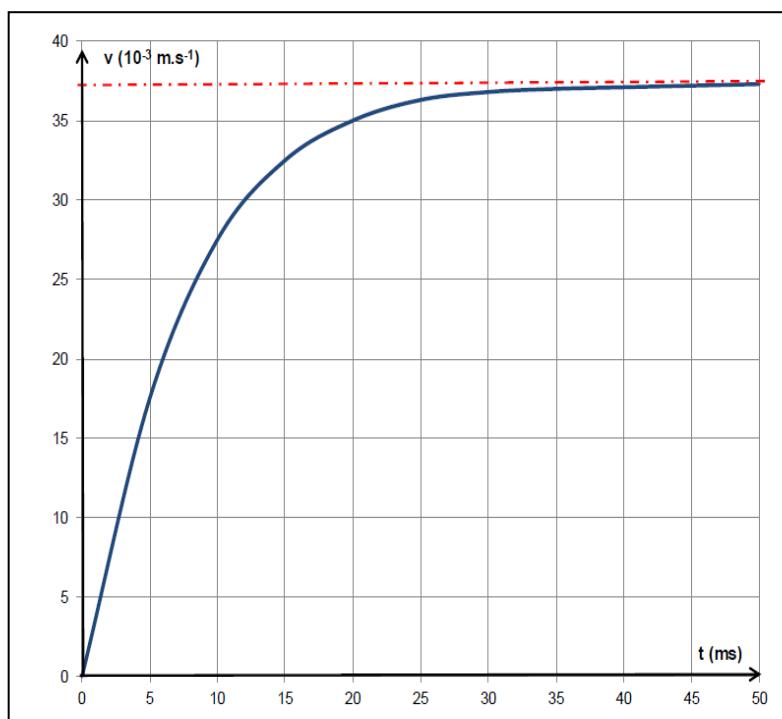
4.1- A partir du graphique, déterminer la valeur de la vitesse limite de la bille B. En déduire le rayon de la bille et sa masse.

4.2- Calculer la vitesse limite qu'atteindrait une bille en verre C de rayon $2r$ abandonnée sans vitesse initiale dans le glycérol.

4.3- Au bout de combien de temps peut-on estimer que la bille B a atteint sa vitesse limite ?

5- Quelle serait la loi de variation de la vitesse de la bille B lâchée sans vitesse initiale dans le vide ? Recopier la figure 3 et

ébaucher la courbe traduisant la variation de cette vitesse en fonction du temps.



EXERCICE 7:

Pour déterminer la charge massique d'une particule, on utilise un dispositif de déflexion électrique constitué de deux plaques conductrices A et B planes, horizontales, parallèles, de longueur l , distantes de d .

Une particule de masse m et de charge $q > 0$ pénètre au point O équidistant des deux plaques avec une vitesse \vec{V}_0 horizontale.

Le dispositif est placé dans le vide et on ne tiendra pas compte du poids de la particule dans tout l'exercice.

1/ Exprimer, en fonction de V_0 , m et q , la tension U_0 sous laquelle la particule a été accélérée à partir d'une vitesse nulle pour atteindre cette vitesse V_0 .

2/ Un champ électrique uniforme \vec{E} est créé par une tension constante $U_{AB} < 0$ appliquée entre les plaques A

On pose $|U_{AB}| = U$.

a/ Recopier la figure et représenter le vecteur champ électrique \vec{E} entre les plaques.

b/ Le mouvement est rapporté au repère (Ox, Oy). Etablir l'équation de la trajectoire de la particule dans le champ électrique.

c/ Exprimer l'ordonnée du point de sortie S de la particule du champ électrique en fonction de m, V₀, U, l, d et q.

d/ Quelle condition doit remplir la tension U pour que la particule puisse sortir du champ sans heurter les plaques?

3/ A sa sortie du champ électrique, la particule arrive en un point P d'un écran placé perpendiculairement à l'axe Ox, à la distance D du milieu des plaques. Soit O', le point d'intersection de l'axe Ox avec l'écran.

a/ Quelle est la nature du mouvement de la particule à la sortie des plaques ? Justifier

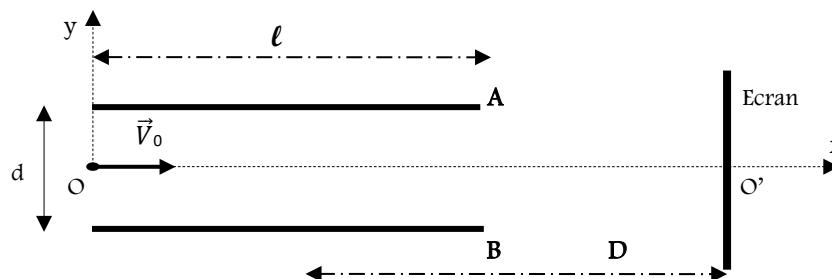
b/ Exprimer la déviation Y = O'P de la particule en fonction de m, q, U, d, l, D et V₀.

c/ Etablir l'expression de la charge massique $\frac{q}{m}$ de la particule en fonction de Y, l, D, d, U et V₀.

d/ Calculer le rapport $\frac{q}{m}$ et identifier la particule.

Données : l = 5cm ; d = 2cm ; D = 40cm ; V₀ = 1,6.10⁶ m.s⁻¹ ; U = 400V ; Y = O'P = 1,5 cm.

Particule	H ⁺	Li ⁺	He ²⁺
Charge massique (10 ⁷ C.kg ⁻¹)	9,58	1,36	4,77



EXERCICE 8:

Les deux plaques (A et B) horizontales de longueur L et séparées par une distance d, constituent un condensateur plan. On travaille dans le repère R = (O, i, j, k) où le point O est équidistant des deux plaques. Toute l'expérience a lieu dans le vide et on néglige les forces de pesanteur.

Un faisceau de protons homocinétique, émis en C à la vitesse nulle, est accéléré entre les points C et D, situé dans le plan (O, i, j). Il pénètre en O, en formant l'angle α avec i,

dans le champ \vec{E} supposé uniforme.

1/ Indiquer, en le justifiant, le signe de $V_D - V_C$. Calculer en fonction de U = |V_D - V_C| la vitesse \vec{V}_0 de pénétration dans le champ \vec{E} .

Application numérique: U = |V_D - V_C| = 1000V ;

$m_p = 1,6 \cdot 10^{-27}$ kg ; e = 1,6.10⁻¹⁹ C.

2/ Indiquer, en le justifiant, le signe de $V_A - V_B$ pour que le faisceau de proton puisse sortir par le point O' de coordonnées (L, 0, 0).

3/ Etablir l'équation de la trajectoire des protons dans le repère (O, i, j, k) en fonction de U ; α ; d et

$U' = |V_A - V_B|$.

4/ Quelle est la nature du mouvement des protons ?

5/ Calculer la valeur numérique de U' permettant de réaliser la sortie en O' pour $\alpha = 30^\circ$, L = 20 cm et d = 7 cm.

6/ Dans le cas où la tension U' est égale à la valeur précédemment calculée, déterminer à quelle distance minimale de la plaque supérieure passe le faisceau de protons.

