

SERIE SUR LA DYNAMIQUE : BASES ET APPLICATIONS
Exercice n°1 :

Un solide de masse m_1 est lancée avec une vitesse \vec{V}_1 . Il heurte un solide de masse m_2 lancée à la vitesse \vec{V}_2 . Les deux solides supposés ponctuels se déplacent sur le même plan horizontal, leur vecteur vitesse \vec{V}_1 et \vec{V}_2 sont colinéaires mais de sens contraires.

On donne : $m_2 = 2m_1 = 400g$; $\vec{V}_1 = 1,20m.s^{-1}$ et $\vec{V}_2 = 0,75m.s^{-1}$.

- 1) Le choc est supposé élastique
 - a) Trouver les normes des vecteurs vitesses immédiatement après le choc.
 - b) On désigne par G le centre d'inertie des deux solides.
 - ✓ Quelle est la vitesse de G avant le choc ?
 - ✓ Quelle est la vitesse de G immédiatement après le choc ?
 - c) On considère le repère R_G défini par le centre d'inertie G du système et l'axe Gx orienté

positivement dans le sens de \vec{V}_1 .

Déterminer dans ce repère les vitesses des solides avant et après le choc.

- 2) Les deux solides se heurtent maintenant avec les mêmes vitesses que précédemment mais restent collés après le choc qui est mou.

Déterminer la vitesse V de l'ensemble après le choc. Comparer ce résultat à celui obtenu plus haut et conclure. Comparer les énergies cinétiques du système avant et après le choc.

Exercice n°2 :

Une particule de masse m_1 lancée avec une vitesse V_1 heurte une particule cible immobile de masse m_2 . La particule projectile repart avec une vitesse V'_1 et sa trajectoire est déviée d'un angle α (voir croquis). La particule cible est chassée avec une vitesse V'_2 telle que $\left(\frac{\vec{V}'_2}{V'_1}, \vec{V}_1\right) = \beta$.

- 1) Donner l'expression de m_2 en fonction de m_1 , V_1 , V'_2 , α et β puis calculer sa valeur.
- 2) Donner l'expression de V'_1 en fonction de m_1 , m_2 , V'_2 , α et β puis calculer sa valeur.

On donne : $V_1 = 20000km.s^{-1}$; $V'_2 = 6250km.s^{-1}$; $m_1 = 1u$;

$\sin\alpha = 0,50$; $\sin\beta = 0,40$; $\sin(\alpha + \beta) = 0,80$.

Exercice n°3 :

Dans tout l'exercice, on prendra $g = 10 m.s^{-2}$.

Une bille de masse $m = 50g$, assimilable à un point matériel, est abandonnée sans vitesse initiale en un point A d'une gouttière ABCD.

Cette gouttière est constituée :

- d'un tronçon rectiligne AB incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport au plan horizontal et de longueur $AB = 1,6 m$;
- d'un tronçon horizontal BC ;
- d'une partie circulaire CD de centre O et de rayon r et telle que (OC) est perpendiculaire à BC.

A, B, C et D appartiennent à un même plan vertical (P).

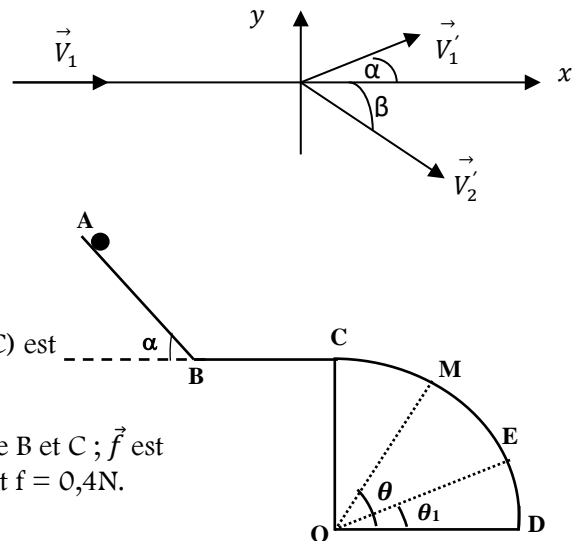
La force de frottement \vec{f} qui s'applique sur la bille ne s'exerce qu'entre B et C ; \vec{f} est colinéaire et de sens contraire à la vitesse \vec{v} de la bille. Son intensité est $f = 0,4N$.

1/ Mouvement sur AB.

- a/ Enoncer le théorème du centre d'inertie.
- b/ En appliquant convenablement ce théorème à la bille, exprimer l'accélération a_1 prise par la bille en fonction de g et α puis calculer sa valeur.
- c/ Quelle est la nature du mouvement de la bille? Ecrire les expressions $x_1(t)$ et $v_1(t)$ respectivement de sa position et de sa vitesse à l'instant t en prenant pour origine des espaces, le point A et comme origine des dates, l'instant où la bille a été lâchée.
- d/ Déterminer la durée Δt_1 du parcours AB. En déduire alors sa vitesse v_B .

2/ Mouvement sur la partie BC.

- a/ Déterminer l'accélération a_2 de la bille.
- b/ Calculer la longueur BC pour qu'elle arrive en C avec une vitesse nulle.



c/ Ecrire les expressions $x_2(t)$ et $v_2(t)$ respectivement de sa position et de sa vitesse à l'instant t .

On prendra le point B comme origine des espaces et pour origine des temps, l'instant de son passage en B.

c/ Déterminer la durée Δt_2 du parcours.

3/ La bille part de C avec une vitesse pratiquement nulle et aborde le tronçon circulaire CD. La position de la bille, au point M de CD, est repérée par l'angle $\theta = (\overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OM})$

a/ Exprimer la vitesse \vec{V}_M de la bille au point M en fonction de r , g et θ .

b/ L'intensité de la réaction \vec{R} de la gouttière sur la bille en M a pour valeur $R = mg(2 - 3\sin \theta)$.

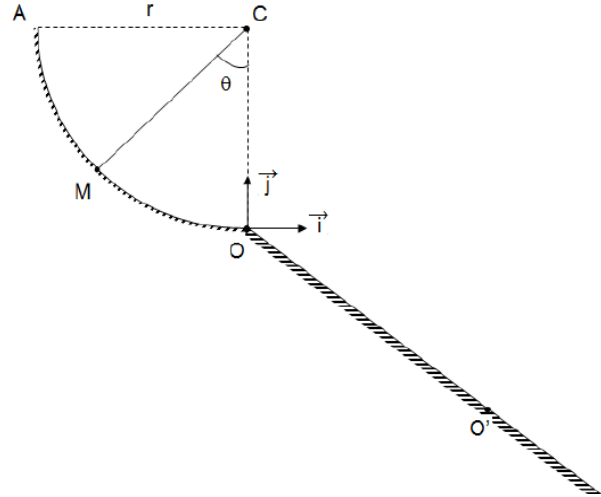
Sachant que la bille quitte la gouttière au point E tel que $\theta_1 = (\overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OE})$, calculer la valeur de θ_1 .

Exercice n°4 :

Données : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$; $m = 10 \text{ grammes}$

On dispose d'un rail \widehat{AO} dont la forme est celle d'un quart de cercle de rayon $r = 1,0 \text{ mètres}$, conformément à la figure ci-contre.

Un point matériel de masse m , abandonné sans vitesse initiale, glisse sur le rail sans frottement. En O est fixé un plan incliné vers le bas de 45° . Le point matériel quittant le rail en O décrit une trajectoire qui rencontre le plan incliné en un point O'.



1- On repère la position du point matériel par

l'angle θ . Exprimer $\|\vec{V}_M\|$, norme de la vitesse du point matériel en M en fonction de θ , r et g .

2- Exprimer en fonction de θ , g et m l'intensité de la force \vec{R} que le rail exerce sur le point matériel. En quel point cette intensité est-elle maximale ? La calculer.

3- Après avoir déterminé les caractéristiques de la vitesse \vec{V}_O au point O, déterminer l'équation de la trajectoire du point matériel entre O et O', point de contact avec le plan incliné dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

4) Exprimer la distance OO' en fonction de V_0 et g et la calculer.

5) En réalité, la force de frottement agissant tangentiellement entre A et O n'est pas négligeable. Ainsi, l'expérience donne $OO' = 4,7 \text{ mètres}$.

Evaluer, alors, l'intensité de la force f responsable de l'écart entre la valeur expérimentale et la valeur théorique de OO' .

EXERCICE 5

Pour l'un des tableaux d'un feu d'artifice, deux fusées A et B doivent être tirées simultanément à partir de deux points O et P situés au sol et séparés par une distance $d = 45 \text{ m}$. Ces fusées vont exploser à la date $t_E = 5,0 \text{ s}$ après leur lancement, l'une au dessus de l'autre et mélanger ainsi leur couleurs.

La fusée B est tirée du point P avec une vitesse \vec{V}_B verticale.

La fusée A est tirée du point O avec une vitesse \vec{V}_A inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontale.

Les vecteurs \vec{V}_A et \vec{V}_B sont dans le même plan verticale (voir la figure ci-après).

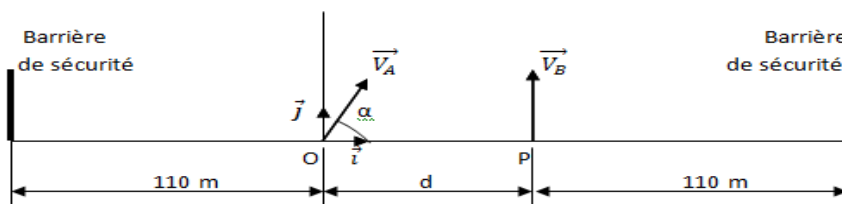
L'instant du lancement sera choisi comme instant de date $t = 0$.

Pour cet exercice on négligera les frottements de l'air sur les deux fusées ainsi que la rotation des fusées sur elles-mêmes. On supposera qu'il n'y a pas de vent.

On prendra $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ et $V_A = V_B = 55 \text{ m.s}^{-1}$.

1. a) Montrer que le vecteur accélération est le même pour les deux fusées. Donner les caractéristiques de ce vecteur et ses coordonnées dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

b) En déduire la nature du mouvement de chaque fusée.



2. a) Donner les coordonnées, dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , des vecteurs position \vec{OA} et \vec{OB} de chaque fusée puis des vecteurs vitesse \vec{V}_A et \vec{V}_B à l'instant initial $t = 0$.
 - b) Donner, sans calcul, la nature de la trajectoire de chaque fusée.
 3. a) Etablir les expressions des coordonnées x et y de chaque fusée après leur lancement en fonction du temps.
 - b) Déterminer l'angle α pour que, à $t_E = 5,0$ s, l'explosion de la fusée A ait lieu à la verticale du point P.
 - c) Montrer sans calcul numérique que la fusée B explose au dessus de la fusée A.
 4. Les barrières de sécurité pour les spectateurs sont installées à la distance de 110 m des points de lancement O et P.
- Déterminer par la méthode de votre choix si ces spectateurs sont en sécurité lors de la retombée de chacune des fusées en cas de non explosion en altitude.

EXERCICE 6

On étudie le mouvement d'une bille B en verre de rayon r , de masse m , tombant sans vitesse initiale dans du glycérol. Sur la bille B en mouvement s'exercent son poids \vec{P} ou force de pesanteur, la force de résistance du fluide \vec{f} et la poussée d'Archimède \vec{F} due également au fluide :

- la résistance f est une force colinéaire et de sens opposé au vecteur vitesse instantanée de la bille et de valeur $f = 6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot V$; relation où V représente la valeur de la vitesse instantanée de la bille, r son rayon et η une constante caractéristique du fluide (viscosité),
- la poussée d'Archimède est une force verticale dirigée de bas en haut dont l'intensité est égale au poids du fluide déplacé par la bille ; soit $F = \rho \cdot g V_{ol}$.

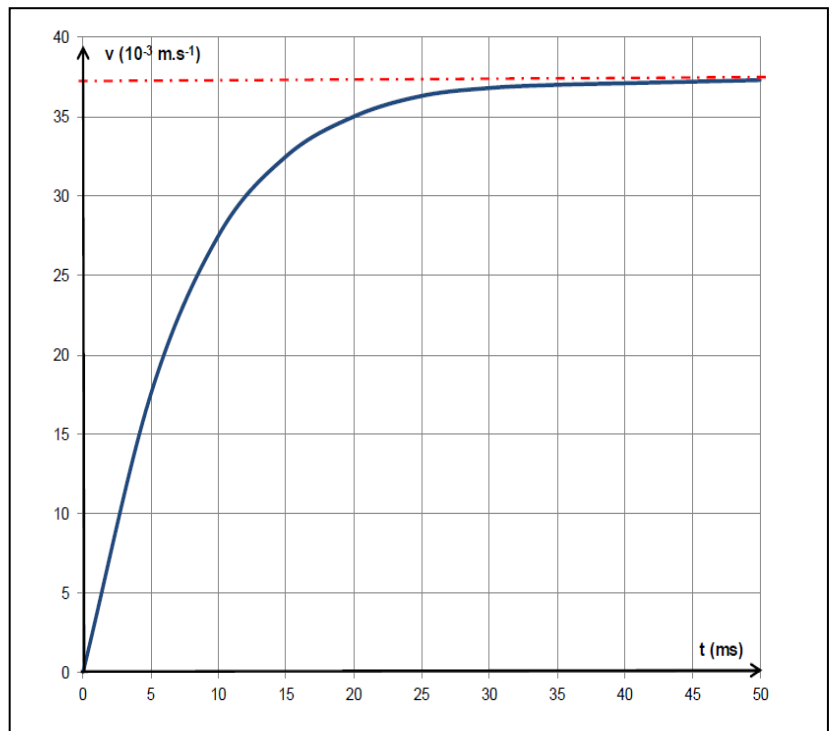
On donne : accélération de la pesanteur : $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$; masse volumique du verre $\rho_v = 2,45 \text{ g.cm}^{-3}$; masse volumique du glycérol $\rho = 1,26 \text{ g.cm}^{-3}$; viscosité du glycérol $\eta = 1,49 \text{ Pa.s}$.

- volume d'une sphère de rayon r : $V_{ol} = \frac{4}{3} \pi r^3$

- 1- Représenter sur un schéma les forces appliquées à la bille à un instant où sa vitesse est \vec{V} .
- 2- Montrer, par application de la deuxième loi de Newton dans un repère que l'on précisera, que l'équation différentielle du mouvement de la bille s'écrit :

$$\frac{dV}{dt} + \left(\frac{6\pi \cdot \eta \cdot r}{m} \right) V = g \left(1 - \frac{\rho}{\rho_v} \right)$$

- 3- Montrer l'existence d'une vitesse limite. Préciser son expression en fonction de η , r , ρ , ρ_v , g et m puis en fonction de η , r , ρ , ρ_v , et g .
- 4- Le graphique de la figure ci-contre représente l'évolution au cours du temps de la vitesse de la bille B abandonnée sans vitesse initiale dans le glycérol.
- 4.1- A partir du graphique, déterminer la valeur de la vitesse limite de la bille B. En déduire le rayon de la bille et sa masse.
- 4.2- Calculer la vitesse limite qu'atteindrait une bille en verre C de rayon $2r$ abandonnée sans vitesse initiale dans le glycérol.
- 4.3- Au bout de combien de temps peut-on estimer que la bille B a atteint sa vitesse limite ?
- 5- Quelle serait la loi de variation de la vitesse de la bille B lâchée sans vitesse initiale dans le vide ? Recopier la figure 3 et ébaucher la courbe traduisant la variation de cette vitesse en fonction du temps.



EXERCICE 7:

Pour déterminer la charge massique d'une particule, on utilise un dispositif de déflexion électrique constitué de deux plaques conductrices A et B planes, horizontales, parallèles, de longueur l , distantes de d .

Une particule de masse m et de charge $q > 0$ pénètre au point O équidistant des deux plaques avec une vitesse \vec{V}_0 horizontale.

Le dispositif est placé dans le vide et on ne tiendra pas compte du poids de la particule dans tout l'exercice.

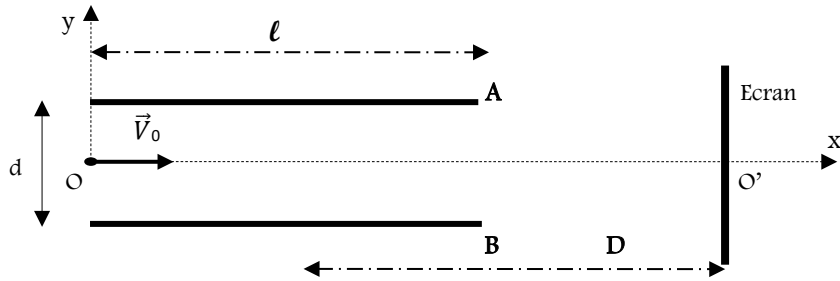
- 1/ Exprimer, en fonction de V_0 , m et q , la tension U_0 sous laquelle la particule a été accélérée à partir d'une vitesse nulle pour atteindre cette vitesse V_0 .

2/ Un champ électrique uniforme \vec{E} est créé par une tension constante $U_{AB} < 0$ appliquée entre les plaques A
On pose $|U_{AB}| = U$.

- a/ Recopier la figure et représenter le vecteur champ électrique \vec{E} entre les plaques.
b/ Le mouvement est rapporté au repère (Ox, Oy). Etablir l'équation de la trajectoire de la particule dans le champ électrique.
c/ Exprimer l'ordonnée du point de sortie S de la particule du champ électrique en fonction de m, V_0 , U, l, d et q.
d/ Quelle condition doit remplir la tension U pour que la particule puisse sortir du champ sans heurter les plaques?
3/ A sa sortie du champ électrique, la particule arrive en un point P d'un écran placé perpendiculairement à l'axe Ox, à la distance D du milieu des plaques. Soit O', le point d'intersection de l'axe Ox avec l'écran.
a/ Quelle est la nature du mouvement de la particule à la sortie des plaques ? Justifier
b/ Exprimer la déviation $Y = O'P$ de la particule en fonction de m, q, U, d, l, D et V_0 .
c/ Etablir l'expression de la charge massique $\frac{q}{m}$ de la particule en fonction de Y, l, D, d, U et V_0 .
d/ Calculer le rapport $\frac{q}{m}$ et identifier la particule.

Données : $l = 5\text{cm}$; $d = 2\text{cm}$; $D = 40\text{cm}$; $V_0 = 1,6 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1}$; $U = 400\text{V}$; $Y = O'P = 1,5 \text{ cm}$.

Particule	H^+	Li^+	He^{2+}
Charge massique (10^7 C.kg^{-1})	9,58	1,36	4,77



EXERCICE 8:

Les deux plaques (A et B) horizontales de longueur L et séparées par une distance d, constituent un condensateur plan. On travaille dans le repère $R = (O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ où le point O est équidistant des deux plaques. Toute l'expérience a lieu dans le vide et on néglige les forces de pesanteur.

Un faisceau de protons homocinétique, émis en C à la vitesse nulle, est accéléré entre les points C et D, situé dans le plan (O, \vec{i}, \vec{j}) . Il pénètre en O, en formant l'angle α avec \vec{i} , dans le champ \vec{E} supposé uniforme.

- 1/ Indiquer, en le justifiant, le signe de $V_D - V_C$. Calculer en fonction de $U = |V_D - V_C|$ la vitesse \vec{V}_0 de pénétration dans le champ \vec{E} .

Application numérique: $U = |V_D - V_C| = 1000\text{V}$;

$m_p = 1,6 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

- 2/ Indiquer, en le justifiant, le signe de $V_A - V_B$ pour que le faisceau de proton puissent sortir par le point O' de coordonnées (L, 0, 0).

- 3/ Etablir l'équation de la trajectoire des protons dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ en fonction de U ; α ; d et

$$U' = |V_A - V_B|.$$

- 4/ Quelle est la nature du mouvement des protons ?

- 5/ Calculer la valeur numérique de U' permettant de réaliser la sortie en O' pour $\alpha = 30^\circ$, $L = 20 \text{ cm}$ et $d = 7 \text{ cm}$.

- 6/ Dans le cas où la tension U' est égale à la valeur précédemment calculée, déterminer à quelle distance minimale de la plaque supérieure passe le faisceau de protons.

